

# ДОКЛАДЫ

## АКАДЕМИИ НАУК СССР

ВЫХОДЯТ ТРИ РАЗА В МЕСЯЦ

Редакционная коллегия: акад. Л. А. Арцимович, акад. А. Г. Бетехтин, акад. С. А. Векшинский, акад. Б. А. Казанский, акад. А. Н. Колмогоров (зам. главного редактора), акад. А. Л. Курсанов, акад. С. А. Лебедев, акад. А. И. Опарин (главный редактор), акад. Е. Н. Павловский, акад. Л. И. Седов, акад. Н. М. Страхов, акад. А. Н. Фрукин (зам. главного редактора)

27-й ГОД ИЗДАНИЯ

1959

ТОМ 124, № 6

### СОДЕРЖАНИЕ

#### МАТЕМАТИКА

Стр.

М. С. Агранович. Об аналитических решениях уравнений в частных производных с постоянными коэффициентами . . . . .	1183
М. Бокштейн. О формуле Кюннета в гомологической алгебре . . . . .	1187
Б. М. Будак и А. Д. Горбунов. Об устойчивости вычислительных процессов, возникающих при решении многоточечными разностными методами задачи Коши для уравнения $dy/dx = f(x, y)$ . . . . .	1191
Э. И. Гольденгершель. О спектре вольтеррова оператора в некоторых банаховых пространствах . . . . .	1195
Ф. И. Карпелевич. Геодезические линии и гармонические функции на симметрических пространствах . . . . .	1119
П. И. Коваль. Асимптотическое поведение решений почти треугольных систем линейных разностных и дифференциальных уравнений . . . . .	1203
Н. М. Коробов. О приближенном вычислении кратных интегралов . . . . .	1207
Н. Н. Мейман. О нулях одного класса неоднозначных функций . . . . .	1211
Р. М. Минц. Характеристика некоторых негрубых состояний равновесия в трехмерном пространстве с помощью грубых состояний равновесия близких систем . . . . .	1215
О. А. Олейник. Решение основных краевых задач для уравнений второго порядка с разрывными коэффициентами . . . . .	1219
Ся До-шин. О полунормированных кольцах с инволюцией . . . . .	1223

#### ГИДРОМЕХАНИКА

В. Н. Жигулев. Теория электрического разряда в движущейся проводящей среде . . . . .	1226
--	------

#### МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

Д. А. Славнов и А. Д. Суханов. К вопросу о причинности в теории с индефинитной метрикой . . . . .	1229
---	------

#### ФИЗИКА

В. Л. Бонч-Бруевич. О связи между константами взаимодействия электронов с фононами и с примесями в металлах . . . . .	1233
---	------

- Т. К. Зилова, Н. И. Петрухина и Я. Б. Фридман. О закономерностях кинетики деформации в зависимости от податливости нагружения . . . . . 1236
- Р. С. Минц. Исследование кинетики спекания никеля, меди и молибдена дилатометрическим методом . . . . . 1240

## ХИМИЯ

- Н. В. Елагина, Т. В. Стабникова и Б. А. Казанский. Синтез 6,9-эндометилениспиро-(4,5)-декана . . . . . 1243
- П. Т. Коломыцев. О фазовом составе сплавов системы кобальт — бор . . . . 1247
- А. Н. Несмеянов, И. Ф. Луценко, З. С. Крайц и А. П. Боковой. Виниловые эфиры фосфористой кислоты . . . . . 1251
- А. В. Топчиев, Б. А. Кренцель, Н. А. Покатило и Е. Л. Ерасова. О полимеризации  $\alpha$ -бутена с комплексным металлорганическим катализатором  $Al(C_2H_5)_3 + TiCl_4$  . . . . . 1255

## ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

- Р. Ф. Васильев, О. Н. Карпунин, В. Я. Шляпинтох и Н. М. Эмануэль. Газовое инициирование озоном в реакции окисления изодекана и связанная с ним хемилюминесценция . . . . . 1258
- В. И. Гольдманский. Роль туннельного эффекта в кинетике химических реакций при низких температурах . . . . . 1261
- А. Ф. Капустинский. Эффективный радиус электрона в кристаллических решетках . . . . . 1265
- А. И. Китайгородский. К теории напряжения органических молекул . . . . 1267
- Л. А. Ловачев. Теория цепочечно-теплого распространения пламени с двумя активными центрами . . . . . 1271
- В. И. Попов и С. З. Рогинский. Кинетический изотопный эффект окисления водорода на платине . . . . . 1275
- В. А. Шарпаты, В. Д. Орехов и М. А. Проскурнин. О характере и роли промежуточных продуктов при радиолитическом восстановлении нитрата . . 1279

## ХИМИЧЕСКАЯ ТЕХНОЛОГИЯ

- А. И. Окунев, А. К. Кирьянов и Б. И. Сергин. Равновесные условия восстановления окиси цинка металлическим железом . . . . . 1282
- Н. Д. Томашов и Ю. Н. Михайловский. Механизм анодного растворения металлов в почвах . . . . . 1285

## ГЕОЛОГИЯ

- Л. А. Русинов. Структурно-техническая классификация фосфоритовых месторождений . . . . . 1289
- Г. П. Тамразян. Об одной особенности распределения нефтегазовых месторождений Азербайджана и газовых месторождений РСФСР . . . . . 1292

## ГЕОХИМИЯ

- А. М. Лурье. К вопросу о генезисе баритов Сумсарского цинково-свинцового месторождения . . . . . 1296

## ОКЕАНОЛОГИЯ

- А. П. Жузе, В. П. Петелин и Г. Б. Удинцев. К вопросу о происхождении диатомовых илов с *Ethmodiscus rex* (Wall.) Hendey . . . . . 1301
- Е. А. Романкевич. О составе и распределении растительных пигментов в отложениях северо-западной части Тихого океана к востоку от Камчатки . 1305
- Г. И. Семин. Распределение диатомовой водоросли *Ethmodiscus rex* (Wall.) Hendey в планктоне . . . . . 1309

## ПАЛЕОНТОЛОГИЯ

- М. Н. Королева. Новые роды трилобитов из среднего и верхнего ордовика Северного Казахстана . . . . . 1313

## ЦИТОЛОГИЯ

- Л. Б. Левинсон, Л. Д. Попова и Д. А. Сахаров. Гистохимия нервных клеток слухового ганглия в связи с формированием их функций в онтогенезе зародышей аксолотля . . . . . 1317



- В. Н. Майоров. Прижизненные наблюдения над перицеллюлярными аппаратами . . . . . 1321
- П. А. Мотавкин и С. Н. Смирнова. О некоторых гистофизиологических особенностях вегетативных нейронов мозгового ствола . . . . . 1324

БИОХИМИЯ

- Г. И. Абелев, З. А. Авенирова, Н. В. Энгельгардт, З. Л. Байдакова и Г. И. Степанченко-Рудник. Органоспецифический антиген печени, отсутствующий в гепатоме . . . . . 1328
- З. Г. Броновицкая. Окислительное фосфорилирование в печени при действии высокого давления кислорода и введении  $J^{131}$  . . . . . 1331
- Н. П. Максютин и Д. Г. Колесников. Фурукумарины плодов пастернака посевного *Pastinaca sativa* L. . . . . 1335
- М. С. Резниченко, В. П. Моисеева, Л. И. Полотнова и С. Е. Тукачинский. Некоторые данные об N-концевых группах гамма-глобулина кролика в норме и патологии . . . . . 1339
- Н. М. Сисакян и Е. А. Пинус. О митохондриальных факторах, влияющих на гликолиз . . . . . 1342
- С. М. Стрепков. Исследование ангидридов фруктозы вегетативных органов *Hebiantus tuberosus* L. . . . . 1344
- А. И. Шульмина и П. В. Афанасьев. О каталазном процессе . . . . . 1347

АНАТОМИЯ РАСТЕНИЙ

- И. А. Борзова. К вопросу о структуре экзины у сем. губоцветных . . . . . 1350

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

- А. С. Кружилин и З. М. Шведская. Влияние листьев и корневой системы на дифференциацию почек и рост семенников двухлетних растений . . . . . 1353

МОРФОЛОГИЯ

- Т. П. Лукашевич. Развитие морфологического субстрата периферического отдела тактильно-кинестетического анализатора человека . . . . . 1357

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ МОРФОЛОГИЯ

- Ю. К. Богоявленский. Влияние степени разрушения лимфатических узлов белых крыс и кроликов на последующую регенерацию при их трансплантации . . . . . 1361

ФИЗИОЛОГИЯ

- Р. А. Дуринян. О представительстве тазового нерва в *Thalamus opticus* кошки
- К. М. Куланда. Представительство п.п. *pelvici et pudendi* в коре мозжечка кошек . . . . . 1367
- Г. И. Мchedlishvili. Исследования локализации «замыкательных механизмов» на регионарных артериях мозга (внутренних сонных и позвоночных артериях) . . . . . 1371

ПАРАЗИТОЛОГИЯ

- Л. Г. Волгарь. О приспособляемости нематоды *Thelandros tba* Dinnik, 1930 к особенностям жизненного цикла хозяев . . . . . 1375

Указатель статей к тому 124:

- Систематический . . . . . I—XI
- Алфавитный указатель . . . . . XII—XV

# CONTENTS

MATHEMATICS	Pages
M. S. Agranovich. On analytic solutions of partial differential equations with constant coefficients . . . . .	1183
M. Bockstein. On K�nneth formula in homological algebra . . . . .	1187
B. M. Budak and A. D. Gorbunov. Stability of calculation processes involved in the solution of Cauchy problem for the equation $dy/dx = f(x, y)$ by multipoint difference methods . . . . .	1191
E. I. Gol'dengershel'. On the spectrum of the Volterra operator in certain Banach spaces . . . . .	1195
F. I. Karpelevich. Geodesics and harmonic functions on symmetric spaces . . . . .	1199
P. I. Koval'. Asymptotic behaviour of the solutions of almost triangular systems of differential and difference linear equations . . . . .	1203
N. M. Korobov. Approximate evaluation of repeated integrals . . . . .	1207
N. N. Meiman. Zeroes of a certain class of no single-valued functions . . . . .	1211
R. M. Minz. Characteristic of certain not rough equilibrium states in three-dimensional space by means of rough equilibrium states of closely similar systems. . . . .	1215
O. A. Oleinik. Solution of main boundary value problems for second degree equations with discontinuous coefficients . . . . .	1219
Shah Tao-Shing. On semi-normed rings with involution . . . . .	1223
<b>FLUID MECHANICS</b>	
V. N. Zhigulev. Theory of the electric discharge in a moving conducting medium . . . . .	1226
<b>MATHEMATICAL PHYSICS</b>	
D. A. Slavnov and A. D. Sukhanov. On causality in a theory with an indefinite metric . . . . .	1229
<b>PHYSICS</b>	
V. L. Bonch-Bruевич. Relation between the constants characterizing the interaction of electrons with phonons and impurities in metals . . . . .	1233
<b>TECHNICAL PHYSICS</b>	
T. K. Zilova, N. I. Patrukhina and Ia. B. Fridman. Deformation kinetics as related to the flexibility of the loading system . . . . .	1236
R. S. Mints. Investigation of the caking kinetics of nickel, copper and molybdenum powders by dilatometry . . . . .	1240
<b>CHEMISTRY</b>	
N. V. Elagina, T. V. Stabnikova and B. A. Kazansky. The synthesis of 6,9-endomethylenespiro-(4.5)-decane . . . . .	1243
P. T. Kolomytsev. Phase composition of alloys in the cobalt-boron system . . . . .	1247
A. N. Nesmeyanov, I. F. Lutsenko, Z. S. Kraits and A. P. Bokovoi. Vinyl esters of phosphorous acid . . . . .	1251
A. V. Topchiev, B. A. Krentsel', N. A. Pokotilo and E. L. Erasova. Polymerization of butene with a complex organometallic catalyst $Al(C_2H_5)_3 + TiCl_4$ . . . . .	1255
<b>PHYSICAL CHEMISTRY</b>	
R. F. Vasil'ev, O. N. Karpukhin, V. Ia. Shliapintokh and N. M. Emanuel'. Ozone initiation of the oxidation of isodecane and the chemiluminescence associated with this process . . . . .	1258
V. I. Gol'danskii. The rôle of the tunnel effect in the kinetics of chemical reactions at low temperatures . . . . .	1261
A. F. Kapustinskii. The effective radius of the electron in crystal lattices . . . . .	1265
A. I. Kitaigorodsky. On stress theory for organic molecules . . . . .	1267
L. A. Lovachev. Theory of thermal chain propagation of flame with two active centres . . . . .	1271
V. I. Popov and S. Z. Roginskii. Kinetic isotope effect of hydrogen oxidation platinum . . . . .	1275
V. A. Sharpatyi, V. D. Orekhov and M. A. Proskurnin. Nature and rôle of intermediate products in the radiolytic reduction of nitrate . . . . .	1279
<b>CHEMICAL TECHNOLOGY</b>	
A. I. Okunev, A. K. Kiriakov and B. I. Sergin. Equilibrium conditions in the reduction of zinc oxide by metallic iron . . . . .	1282



	Pages
N. D. Tomashov and Iu. N. Mikhailovskii. Mechanism of anodic dissolution of metals in soils . . . . .	1285
<b>GEOLOGY</b>	
L. A. Rusinov. Structural-tectonic classification of phosphorite deposits . . .	1289
G. P. Tamrazian. On a peculiar trait in the distribution of the oil-and gas accumulations of Azerbaijan and of the gas fields of Russia . . . . .	1292
<b>GEOCHEMISTRY</b>	
A. M. Lurie. On the problem of the genesis of barytes from the Sumsar zinc-lead deposits . . . . .	1296
<b>OCEANOLOGY</b>	
A. P. Juze, V. P. Petelin and G. B. Udintsev. On the problem as to the origin of diatomaceous silts containing <i>Ethmodiscus rex</i> (Wall.) Hendey . . . . .	1301
E. A. Romankevich. On the composition and distribution of vegetable pigments in the deposits of the North-Western part of the Pacific, east of Kamchatka . . . . .	1305
G. I. Semina. The distribution of the diatom <i>Ethmodiscus rex</i> (Wall.) Hendey among the plankton . . . . .	1309
<b>PALAEONTOLOGY</b>	
M. N. Koroleva. New genera of Trilobites from the Middle and Upper Ordovician of North Kazakhstan . . . . .	1313
<b>CYTOLOGY</b>	
L. B. Levinson, L. D. Popova and D. A. Sakharov. Histochemistry of the nerve cells of the auditory ganglion in connection with the development of their function in the course of ontogeny in axolotl embryos . . .	1317
<b>HISTOLOGY</b>	
V. N. Maiorov. Vital observations of pericellular apparatus . . . . .	1321
P. A. Motavkin and S. N. Smirnova. On certain histophysiological peculiarities of the autonomic neurons of the brain stem . . . . .	1324
<b>BIOCHEMISTRY</b>	
G. I. Abelev, Z. A. Avenirova, N. W. Engelgardt, Z. L. Baydakova and G. I. Stepanchenok-Rudnik. An organospecific antigen of the liver, absent in the hepatoma . . . . .	1328
Z. G. Bronovitskaia. Oxidation-phosphorylation in the liver when subjected to high oxygen pressure and $J^{131}$ administration . . . . .	1331
N. P. Maxiutina and D. G. Kolesnikov. Furocumarines in the fruit of <i>Pastinaca sativa</i> L. . . . .	1335
M. S. Reznichenko, V. P. Moiseeva, L. I. Polotnova and S. E. Tukachinsky. Certain data on the N-end groups of rabbit gamma-globulin under normal and pathological conditions . . . . .	1339
N. M. Sisakyan and E. A. Pinus. On the mitochondrial factors affecting glycolysis . . . . .	1342
S. M. Strepkov. A study of the anhydrides in the fructose of vegetative organs of <i>Helianthus tuberosus</i> L. . . . .	1344
A. I. Shul'mina and P. V. Afanas'ev. On the catalase process . . . . .	1347
<b>PLANT ANATOMY</b>	
I. A. Borzova. A contribution to the problem of the structure of the exine in Labiatae . . . . .	1350
<b>PLANT PHYSIOLOGY</b>	
A. S. Kruzhilin and Z. M. Shwedskaia. The effect of leaves and root system on the differentiation of buds and growth of 2-year-old seed plants . . . . .	1353
<b>MORPHOLOGY</b>	
T. P. Lukashevich. The development of a morphological substratum of the peripheral region of a tactile-kinaesthetic analyser of man . . . . .	1357
	1181

- Iu. K. Bogoiavlensky. The influence of the degree of destruction of lymphatic ganglia of white rats and rabbits upon the subsequent regeneration in the case of their transplantation . . . . . 1361

## PHYSIOLOGY

- P. A. Durinian. On the representation of the pelvic nerve in Thalamus opticus of the cat . . . . . 1363
- K. M. Kullanda. Representation of the nn. pelvici and pudendi in the cerebellum cortex of the cat . . . . . 1367
- G. I. Mchedlishvili. A study of the localization of the locking mechanisms on the regionary arteries of the brain (internal carotids and vertebral arteries) . . . . . 1371

## PARASITOLOGY

- L. G. Volgar. On the adaptability of the nematode Thelandros tba Dinnik, 1930 to the peculiarities of its host life cycle . . . . . 1375

## ПИСЬМО В РЕДАКЦИЮ

В моей заметке «О классе насыщения для метода Гельдера суммирования рядов Фурье», опубликованной в ДАН, т. 121, № 6, 1958 г., имеется ссылка на теорему 8 работы С. Б. Стечкина (Изв. АН СССР, сер. матем., 15, № 3, 219 (1951)).

По моему недосмотру не указано, что эта теорема независимо от С. Б. Стечкина была доказана А. Ф. Тиманом. Подобные теоремы для пространства  $L_2$  были ранее доказаны А. Ф. Тиманом и М. Ф. Тиманом (ДАН, 71, № 1 (1950)).

А. Х. Турецки и

214



М. С. АГРАНОВИЧ

# ОБ АНАЛИТИЧЕСКИХ РЕШЕНИЯХ УРАВНЕНИЙ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ С ПОСТОЯННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

(Представлено академиком А. Н. Колмогоровым 31 X 1958)

Мы будем рассматривать уравнение в частных производных с постоянными комплексными коэффициентами

$$P(D)u(x) \equiv \sum_{0 \leq \nu \leq m} a_\nu D^\nu u(x) \equiv \sum_{0 \leq \nu_k \leq m_k} a_{\nu_1 \dots \nu_n} \frac{\partial^{\nu_1 + \dots + \nu_n} u(x)}{\partial x_1^{\nu_1} \dots \partial x_n^{\nu_n}} = f(x) \quad (1)$$

( $x = (x_1, \dots, x_n)$  — точка вещественного  $n$ -мерного пространства), предполагая, что правая часть  $f$  и решение  $u$  выражаются рядами Тейлора

$$f(x) = \sum b_\mu x^\mu, \quad u(x) = \sum c_\mu x^\mu \equiv \sum c_{\mu_1 \dots \mu_n} x_1^{\mu_1} \dots x_n^{\mu_n}. \quad (2)$$

Здесь

$$|c_\mu| \leq C_\varepsilon (a + \varepsilon)^{\mu_1 + \dots + \mu_n - p_\mu} \equiv C_{\varepsilon_1 \dots \varepsilon_n} \prod (a_k + \varepsilon_k)^{\mu_k} \mu_k^{-p_k} \quad (\varepsilon > 0 \text{ любое}); \quad (3)$$

откуда следует, что такие же неравенства справедливы для  $b_\mu$ . В (3)  $a_j$  и  $p_j$  — фиксированные числа; всюду в заметке  $a_j \geq 0$  и  $0 \leq p_j \leq 1$ .

Поясним смысл условия (3). Если  $p_j = 0$  и  $a_j = 0$  или  $p_j > 0$ , то ряды (2) сходятся при всех  $x_j$ , а если  $p_j = 0$  и  $a_j > 0$ , то они сходятся при  $|x_j| < a_j^{-1}$ . Далее, в случае  $n = 1$  неравенство (3) эквивалентно при  $p > 0$  неравенству  $|u(z)| \leq C_\varepsilon \exp \{p\varepsilon^{-1}(a + \varepsilon)^{1/p} |z|^{1/p}\}$ , справедливому для всех комплексных  $z$ , а при  $p = 0$  — неравенству  $|u(z)| \leq C_\varepsilon$  для  $|z| < (a + \varepsilon)^{-1}$ , где  $C_\varepsilon$  — то же, что и в (3). Аналогичное положение имеет место и при  $n > 1$ , поскольку в (3) оценки по разным переменным не зависят друг от друга.

То, что  $u(x)$  — решение уравнения (1), эквивалентно выполнению системы соотношений  $(\mu! = \mu_1! \dots \mu_n!)$

$$\sum_{\mu - \nu = \gamma} a_\nu c_\mu \mu! = b_\gamma \gamma! \quad \text{при } \gamma \geq 0. \quad (4)$$

Мы приведем сейчас теорему, в которой описывается общее представление решений  $u(x)$  уравнения (1) и общий вид решений  $\{c_\mu\}$  системы уравнений (4). В этой теореме используется система контуров  $T_\mu$  в  $n$ -мерном комплексном пространстве точек  $s = (s_1, \dots, s_n)$ , обладающая следующими свойствами: 1) если функция  $v(s)$  аналитична при  $s \neq 0$ , то  $\int_{T_\mu} v ds = \int_{T_\nu} v ds$ , где  $ds = ds_1 \dots ds_n$  и  $T_\mu$  — произведение  $n$  окружностей  $|s_k| = r_k$ ; 2) если  $s \in T_\mu$ , то  $B_{\mu_j} < |s_j| < B_{\mu_j} + \beta_j$  при всех  $\mu$  и  $j$ , где  $B_{\mu_j}$  и  $\beta_j$  — указанные ниже константы; 3)  $|P(s)| \geq C > 0$  для  $s \in T_\mu$ , где константа  $C$  зависит только от  $P$  и  $\beta_j$ .

Такие контуры можно построить для любого многочлена  $P(s)$  и любых положительных  $B_{\mu_j}$  и  $\beta_j$ . Это устанавливается индукцией по  $n$ : если

$$P(s) = s_1^{m_1} Q_0(s_2, \dots, s_n) + s_1^{m_1-1} Q_1(s_2, \dots, s_n) + \dots + Q_{m_1}(s_2, \dots, s_n), \quad (5)$$

то контуры строятся сначала для  $Q_0$ , а затем доопределяются равенствами вида  $|s_1| = r_{\mu_1}(s_2, \dots, s_n)$ . Ниже в теореме 1  $\mu = (\mu_1, \dots, \mu_n)$ ,  $\mu_j = 0, 1, \dots$  и  $B_{\mu_j} = \alpha_j e^{-\rho_j} \mu_j^{1-\rho_j}$  ( $\mu_j \geq \mu_0$ ), где  $\alpha_j = a_j$  при  $0 \leq \rho_j < 1$  и  $a_j > 0$ ; в остальных случаях  $\alpha_j$  — произвольно фиксируемые числа  $> a_j$ .

**Теорема 1.** Пусть  $u(x)$  — аналитическое решение уравнения (1), удовлетворяющее условию (3). Тогда

$$u(x) = (2\pi i)^{-n} \sum_{\gamma} \sum_{-\gamma \leq \nu \leq m} d_{\gamma\nu} \int_{T_{\gamma+\nu}} P(s)^{-1} s^{-\gamma-1} e^{(x,s)} ds, \quad (6)$$

где  $(x, s) = x_1 s_1 + \dots + x_n s_n$ ,  $|x_k| < a_k^{-1}$ , если  $\rho_k = 0$  и  $a_k > 0$ , и

$$d_{\gamma\nu} = a_\nu c_\mu \mu! \quad (\mu = \gamma + \nu \geq 0), \quad (7)$$

так что

$$\sum_{\nu} d_{\gamma\nu} = b_\gamma \gamma! \quad (\gamma \geq 0); \quad |d_{\gamma\nu}| \leq C_\varepsilon (a + \varepsilon)^\mu e^{-\mu} \mu^{(1-\rho)\mu} \quad (\varepsilon > 0 \text{ любое}); \quad (8)$$

если для некоторой последовательности решений  $C_\varepsilon \rightarrow 0$  при любом фиксированном  $\varepsilon > 0$ , то и  $C'_\varepsilon \rightarrow 0$  при любом фиксированном  $\varepsilon > 0$ .

С другой стороны, если  $d_{\gamma\nu}$  — произвольные числа, удовлетворяющие условиям (8), то (6) — аналитическое решение уравнения (1). Коэффициенты Тейлора этого решения

$$c_\lambda = (2\pi i)^{-n} (\lambda!)^{-1} \sum_{\gamma} \sum_{-\gamma \leq \nu \leq m} d_{\gamma\nu} \int_{T_{\gamma+\nu}} P(s)^{-1} s^{\lambda-\gamma-1} ds \quad (\lambda \geq 0) \quad (9)$$

удовлетворяют условию (3), где, однако,  $a_k + \varepsilon_k$  надо заменить на  $\alpha_k + \beta_k e$ , если  $\rho_k = 1$ . При этом, если для некоторой последовательности решений  $C'_\varepsilon \rightarrow 0$  при любом  $\varepsilon > 0$ , то и  $C_\varepsilon \rightarrow 0$ .

Допустим теперь, что для данных  $P(s)$ ,  $\rho_j$  и  $a_j$  контуры  $T_\mu$  можно взять совпадающими друг с другом:  $T_\mu = T$  (см. ниже 1°, 2° и 3°). Тогда теорема 1 заметно упрощается. Вместо формул (6) — (9) нужно написать соответственно

$$u(x) = (2\pi i)^{-n} \sum_{\gamma \geq -m} d_\gamma \int_T P(s)^{-1} s^{-\gamma-1} e^{(x,s)} ds, \quad (6')$$

$$d_\gamma = \sum_{\mu-\nu=\gamma} a_\nu c_\mu \mu!, \quad (7')$$

$$d_\gamma = b_\gamma \gamma! \quad (\gamma \geq 0); \quad |d_\gamma| \leq C'_\varepsilon (a + \varepsilon)^\mu e^{-\mu} \mu^{(1-\rho)\mu} \quad (\mu = \gamma + m, \quad \varepsilon > 0), \quad (8')$$

$$c_\lambda = (2\pi i)^{-n} (\lambda!)^{-1} \sum_{\gamma \geq -m} d_\gamma \int_T P(s)^{-1} s^{\lambda-\gamma-1} ds \quad (\lambda \geq 0), \quad (9')$$

и во второй части теоремы произвольными следует считать числа  $d_\gamma$ . Мы приведем примеры случаев, в которых справедлив этот упрощенный вариант теоремы 1, не стремясь к максимальной общности.

1°  $P(s)$  — произвольный многочлен;  $\rho_1 = \dots = \rho_n = 1$  (целые решения экспоненциального типа). Выбор контура  $T$  указан перед формулировкой теоремы 1. Если  $\beta_j$  достаточно велики, то за  $T$  можно взять произведение  $n$  окружностей  $|s_k| = r_k$ .



2°  $P(s) = s_1^{m_1} \dots s_n^{m_n} + \sum a_k s_1^{k_1} \dots s_n^{k_n}$ , где в каждом члене суммы  $k_j \leq m_j$  при всех  $j$  и  $k_j < m_j$  хотя бы при одном  $j$ . Числа  $p_j$  и  $a_j$  — любые ( $0 \leq p_j \leq 1$ ,  $a_j \geq 0$ ). Очевидно, найдутся такие  $R_k \geq 0$ , что  $|P(s)| \geq \text{const} > 0$  при  $|s_k| \geq R_k$ ,  $k = 1, \dots, n$ . Контур  $T$  — произведение  $n$  окружностей  $|s_k| = r_k > R_k$ . Оговорка о случае  $p_k = 1$  в конце теоремы заменяется следующей: «...  $a_k$  надо заменить на  $R_k e$ , если  $p_k = 1$  и  $a_k < R_k e$ ».

3°.  $|P(s)| \geq \text{const} > 0$  в области

$$|s_1| \geq C(|s_2|^{t_2} + \dots + |s_n|^{t_n}), \quad |s_k| \geq R_k \quad (10)$$

$$(t_k \geq 0, R_k \geq 0, \quad k = 1, \dots, n);$$

$$p_1 \leq 1 - (1 - p_k) t_k \quad (k \geq 2); \quad p_j < 1 \quad (j \geq 1). \quad (11)$$

$T$  — произведение  $n$  окружностей  $|s_k| = r_k$ , лежащее в области (10). К формулировке теоремы нужно добавить следующую оговорку: если  $p_1 = 1 - (1 - p_k) t_k$  и  $a_k > 0$  при каком-нибудь  $k \geq 2$ , то в первой части теоремы из (3) следует (6') лишь для достаточно малых  $|x_1|$ , а во второй части из (8') следует условие вида (3), в котором  $a_1$  надо заменить достаточно большим числом.

Например, пусть  $P$  имеет вид (5), где  $|Q_0| \geq \text{const} > 0$  при  $|s_k| \geq R_k \geq 0$  ( $k \geq 2$ ). Если  $q_j$  — степень многочлена  $Q_j$ , то  $|P(s)| \geq \text{const} > 0$  в области вида (10), где все  $t_k = t = \max_{j \geq 1} (q_j / j)$ . В частности, если  $Q_0$  сводится к константе, то  $R_k = 0$  ( $k \geq 2$ ) и неравенства  $p_j < 1$  в (11) излишни; в этом случае  $t$  — приведенный порядок уравнения (см. (1), гл. II, § 6).

Перейдем к следствиям теоремы 1 и ее варианта. Прежде всего отметим, что, как видно из теоремы, если  $f(x)$  удовлетворяет условию (3), то существует решение  $u(x)$ , удовлетворяющее этому условию (со сделанной оговоркой при  $p_k = 1$ ). Мы получили элементарное доказательство результата Л. Эренпрайса (ср. (2), §§ 4—7).

**Теорема 2.** Пусть  $P(x)$  имеет вид, указанный в 2°, и пусть  $u(x)$  — аналитическое решение уравнения (1). Предположим, что все  $c_\mu$  с  $\mu_k < m_k$  хотя бы при одном  $k$  и все  $b_\mu$  удовлетворяют неравенствам (3), где  $a_k \geq R_k e$ , если  $p_k = 1$ . Тогда  $c_\mu$  при всех  $\mu$  удовлетворяют (3) с некоторыми новыми константами  $C_\varepsilon$ .

**Теорема 3.** Пусть многочлен  $P(s)$  удовлетворяет условиям, указанным в 3°, и пусть числа  $p_j^*$  и  $a_j^*$  удовлетворяют тем же условиям, что и числа  $p_j$  и  $a_j$  в (3) и 3°, причем  $p_1^* < 1 - (1 - p_k^*) t_k$  ( $k \geq 2$ ) и для каждого  $j$  либо  $p_j^* > p_j$ , либо  $p_j^* = p_j$  и  $a_j^* < a_j$ . Пусть  $u(x)$  — аналитическое решение уравнения (1), удовлетворяющее (3). Если все  $c_\mu$ , у которых  $\mu_k < m_k$  хотя бы при одном  $k$ , удовлетворяют неравенствам

$$|c_\mu| < C'_\varepsilon (a^* + \varepsilon)^{\mu_\mu - p^* \mu} \quad (\varepsilon > 0 \text{ любое}), \quad (12)$$

а  $b_\mu$  — таким же неравенствам при всех  $\mu \geq 0$ , то неравенства (12) с некоторыми новыми константами  $C'_\varepsilon$  выполнены для всех  $c_\mu$  ( $\mu \geq 0$ ).

К этим двум предложениям можно добавить, что если для некоторой последовательности решений «старые» константы ( $C_\varepsilon$  в теореме 2 и  $C'_\varepsilon$  в теореме 3) стремятся к 0 при любом  $\varepsilon > 0$ , то и «новые» константы стремятся к 0 при любом  $\varepsilon > 0$ . Далее, если  $R_j = 0$  при каких-либо  $j$  ( $j \geq 2$  в теореме 3), то предположения о « $c_\mu$  с  $\mu_k < m_k$  хотя бы при одном  $k$ » можно ослабить и считать, что они относятся лишь к  $c_\mu$  с  $\mu_k < m_k$  хотя бы при одном  $k \neq j$ .

В следующей теореме речь идет о решении задачи Коши с аналитическими начальными данными. Эта теорема подсказана результатами



А. Г. Костюченко ((<sup>1</sup>), гл. III, § 5, теорема 3) и Л. Эренпрайса (<sup>3</sup>), которые она уточняет и обобщает. Вероятно, вся теорема 4 или какая-то ее часть может быть доказана также методом А. Г. Костюченко или методом Л. Эренпрайса.

**Теорема 4.** Пусть многочлен  $P(s)$  имеет вид (5), где  $Q_0 \equiv \text{const}$ , и пусть  $t$  — его приведенный порядок. Предположим, что  $p_1 \leq 1 - (1 - p_k)t$  ( $k \geq 2$ ). Пусть заданы числа  $c_\mu$  с  $\mu_1 < m_1$ , удовлетворяющие неравенствам (3), и пусть этим же неравенствам удовлетворяют все  $b_\mu$  \*. Положим\*\*

$$d_\gamma = \sum_{\mu=\nu=\gamma} a_\mu c_\mu \mu! \quad (\gamma_1 < 0, \gamma_k \geq 0 \text{ при } k \geq 2); \quad d_\gamma = b_\gamma \gamma! \quad (\gamma \geq 0). \quad (13)$$

Тогда формула (6') определит аналитическое решение уравнения (1), коэффициенты Тейлора  $c_\mu$  которого при  $\mu_1 < m_1$  совпадут с заданными числами. (Т определено в 3°.)

При этом  $c_\mu$  ( $\mu \geq 0$ ) будут удовлетворять неравенствам (3) с некоторыми новыми  $C_\varepsilon$ , где, однако, нужно заменить  $a_1$  на достаточно большое число, если  $p_1 = 1 - (1 - p_k)t$  и  $a_k > 0$  при некотором  $k \geq 2$ . Построенное решение зависит от  $c_\mu$  ( $\mu_1 < m_1$ ) и  $b_\mu$  ( $\mu \geq 0$ ) непрерывно в следующем смысле: если старые  $C_\varepsilon \rightarrow 0$  при любом  $\varepsilon > 0$ , то и новые  $C_\varepsilon \rightarrow 0$ .

Единственность этого решения устанавливается без труда.

В заключение отметим, что формулы (6) и (6') позволяют дать простое доказательство одного из вариантов теоремы Б. Мальгранжа ((<sup>4</sup>), стр. 292). Пусть  $f \equiv 0$ , и пусть  $u(x)$  — аналитическое решение уравнения (1), удовлетворяющее условию (3) с  $p_1 = \dots = p_n = 0$ . Из (6) видно, что  $u(x)$  — сумма ряда из целых решений экспоненциального типа, сходящегося равномерно при  $|x_k| \leq (a_k + \varepsilon)^{-1}$  ( $k = 1, \dots, n$ ) с любым  $\varepsilon > 0$ . Пусть теперь  $u(x)$  — целое решение экспоненциального типа уравнения (1) с  $f = 0$ . Представив его в форме (6'), где за  $T$  взято произведение окружностей  $|s_k| = r_k$ , нетрудно показать, что  $u(x)$  — сумма ряда из экспоненциальных многочленов, удовлетворяющих уравнению, который сходится равномерно в любой ограниченной области.

Методом настоящей заметки можно изучать также аналитические решения систем уравнений в частных производных с постоянными коэффициентами.

Приношу глубокую благодарность проф. Г. Е. Шилову, под руководством которого выполнена эта работа.

**Примечание при корректуре.** Результат, близкий к теореме 4 в частном случае  $n = 2$ ,  $q_1 = \dots = q_{m_1}$ , другим методом получен в недавно вышедшей работе В. И. Протасова (<sup>5</sup>).

В случае 2° формулы (6') — (8') решают аналог задачи Гурса.

Московский государственный университет  
им. М. В. Ломоносова

Поступило  
30 X 1958

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> И. М. Гельфанд, Г. Е. Ш и л о в, Некоторые вопросы теории дифференциальных уравнений, М., 1958. <sup>2</sup> L. Ehrenpreis, Am. J. Math., 78, № 4 (1956). <sup>3</sup> L. Ehrenpreis, Proc. Nat. Acad. Sci. USA, 42, № 9 (1956). <sup>4</sup> B. Malgrange, Ann. Inst. Fourier, 6 (1956). <sup>5</sup> В. И. Протасов, ДАН, 121, № 4 (1958).

\* Если  $f \equiv 0$ , то  $p_1$  можно взять любым положительным числом  $< 1$ ,  $\leq \min \{1 - (1 - p_k)t_k\}$  ( $k \geq 2$ ).

\*\* Числа  $d_\gamma$  с  $\gamma_k < 0$  при каком-нибудь из  $k \geq 2$  не нужны, так как соответствующие интегралы в (6') равны 0.



М. БОКШТЕЙН

# О ФОРМУЛЕ КЮННЕТА В ГОМОЛОГИЧЕСКОЙ АЛГЕБРЕ

(Представлено академиком П. С. Александровым 12 XI 1958)

Пусть  $A$  есть дифференциальная группа, т. е. аддитивная абелева группа, в которой действует эндоморфизм  $d$ , называемый дифференциальным оператором, такой, что  $dd=0$ . Целочисленная группа гомологий группы  $A$  определяется формулой  $H(A) = \ker d / \operatorname{im} d$ . Группа гомологий  $H(A, G)$  группы  $A$  по группе коэффициентов  $G$  есть группа гомологий дифференциальной группы  $A \otimes G$  с дифференциальным оператором  $d \otimes 1$ . Через  $H_m(A)$  обозначим группу гомологий группы  $A$  по модулю  $m$ , т. е. по группе коэффициентов  $Z_m$  (аддитивной группе приведенных по модулю  $m$  целых чисел, т. е. циклической группе порядка  $m$ ). Введем также для произвольной аддитивной абелевой группы  $G$  и произвольного натурального числа  $m$  обозначения:  $mG$  для подгруппы элементов вида  $mg$ ,  $g \in G$ ;  ${}_mG$  для подгруппы таких элементов  $g \in G$ , что  $mg=0$ ;  $G_m$  для фактор-группы  $G/mG$ . Кроме того будут рассматриваться естественные отображения  $i_0^m: mG \rightarrow G$ ,  $i_{m'}^m: mG \rightarrow {}_{m'}G$ ,  $j_{m'}^m: {}_{m'}G \rightarrow {}_mG$ ,  $\varphi_m^0: G \rightarrow G_m$ ,  $\varphi_{m'}^m: G_{m'} \rightarrow G_m$ ,  $\phi_{m'}^m: G_m \rightarrow G_{m'} (m/m')$  ( $i_0^m$  и  $i_{m'}^m$  будут изоморфными вложениями, а  $\varphi_m^0$  и  $\varphi_{m'}^m$  — гомоморфными проектированиями; гомоморфизмы  $j_{m'}^m$  и  $\phi_{m'}^m$  получаются с помощью умножения на число  $\frac{m'}{m}$ ).

В нашей работе <sup>(2)</sup> было определено понятие спектра гомологий группы  $A$  как системы групп  $H(A)$  и  $H_m(A) = H(A, Z_m)$ ,  $m=1, 2, \dots$ , вместе со связывающими эти группы гомоморфизмами  $\pi_m^0: H(A) \rightarrow H_m(A)$ ,  $\pi_{m'}^m: H_{m'}(A) \rightarrow H_m(A)$  и  $\bar{\omega}_{m'}^m: H_m(A) \rightarrow H_{m'}(A) (m/m')$ , порожденными естественными отображениями  $\varphi_m^0: Z \rightarrow Z_m$ ,  $\varphi_{m'}^m: Z_{m'} \rightarrow Z_m$ ,  $\phi_{m'}^m: Z_m \rightarrow Z_{m'}$ , а в работе <sup>(3)</sup> мы показали, что строение такого спектра гомологий в случае, когда группа  $A$  не имеет элементов конечного порядка, определяется целочисленной группой гомологий  $H(A)$  (для почти столь же общего случая групп когомологий топологического пространства все это было нами показано уже в работе <sup>(1)</sup>), а именно

$$H_m(A) \approx [H(A)]_m + m[H(A)],$$

причем гомоморфизмы  $\pi_m^0$ ,  $\pi_{m'}^m$ ,  $\bar{\omega}_{m'}^m (m/m')$  действуют так:

$$\begin{aligned}\pi_m^0 h &= (\varphi_m^0 h, 0), \\ \pi_{m'}^m (h_{m'}, {}_m h) &= (\varphi_{m'}^m h_{m'}, j_{m'}^m {}_m h), \\ \bar{\omega}_{m'}^m (h_m, {}_m h) &= (\phi_{m'}^m h_m, i_{m'}^m {}_m h)\end{aligned}$$

( $h \in H(A)$ ,  $h_n \in [H(A)]_n$ ,  ${}_n h \in {}_n[H(A)]$ ,  $(h_n, {}_n h) \in H_n(A)$ ,  $n=m, m'$ ). С помощью этого в упомянутых работах мы доказали, что

$$\begin{aligned}H(A, G) &= \{H(A), H_m(A); \pi_m^0, \pi_{m'}^m, \bar{\omega}_{m'}^m\} \otimes \{G, {}_mG; i_0^m, i_{m'}^m, j_{m'}^m\} \approx \\ &\approx H(A) \otimes G + H(A) * G,\end{aligned}$$

где \* есть знак произведения кручения, а  $G$  — произвольная аддитивная абелева группа (знак  $\approx$  вместо  $\cong$  мы ставим в случае, когда изоморфизм является естественным). Тензорное произведение двух систем групп понимается при этом так: если системы  $\{G_\alpha; \pi_\beta^\alpha\}$  и  $\{H_\alpha; \omega_\alpha^\beta\}$  сопряженные, т. е. гомоморфизмы  $\pi_\beta^\alpha$  и  $\omega_\alpha^\beta$  определены для одинаковых пар индексов  $\alpha$  и  $\beta$ , то  $\{G_\alpha; \pi_\beta^\alpha\} \otimes \{H_\alpha; \omega_\alpha^\beta\}$  есть прямая сумма по всем  $\alpha$  тензорных произведений групп  $G_\alpha \otimes H_\alpha$ , в которую введены дополнительные соотношения  $g_\alpha \otimes \omega_\alpha^\beta h_\beta = \pi_\beta^\alpha g_\alpha \otimes h_\beta$  ( $g_\alpha \in G_\alpha$ ,  $h_\beta \in H_\beta$ ). Правда, все это было доказано нами не для дифференциальных групп без элементов конечного порядка, а для комплексов без кручения, т. е. для последовательностей  $\dots \rightarrow L^{q-1} \rightarrow L^q \rightarrow L^{q+1} \rightarrow \dots$  групп без элементов конечного порядка, отображенных друг в друга с помощью дифференциального отображения  $d$  ( $dd=0$ ), однако здесь достаточно положить все группы  $L^q$  одинаковыми, т. е. взять комплекс  $\dots \rightarrow A \rightarrow A \rightarrow \dots$ , чтобы перейти к случаю дифференциальных групп. Отметим, что из результатов для случая дифференциальных групп вновь следуют результаты для случая комплексов, ибо вместо комплекса можно рассматривать дифференциальную группу (она будет естественным образом градуированной), являющуюся прямой суммой всех групп комплекса,  $A = \sum_q L^q$ .

В настоящей работе мы к гомоморфизмам спектра гомологий добавим еще введенный нами в (4) гомоморфизм  $\delta_0^m: H_m(A) \rightarrow H(A)$  ( $m=1, 2, \dots$ ), который элемент  $h \in H_m(A)$  переводит в элемент  $h' \in H(A)$ , содержащий элемент  $\frac{1}{m} dg$  группы  $A$ , где  $\varphi_m^0 g \in h$ . Из работы (3) (или (1)) видно, что эти гомоморфизмы  $\delta_0^m$  также определяются целочисленной группой гомологий  $H(A)$ , а именно  $\delta_0^m(h_m, mh) = i_{0\ m}^m h$ , т. е.  $\delta_0^m(h_m, 0) = 0$ ,  $\delta_0^m(0, mh) = i_{0\ m}^m h$  ( $h_m \in [H(A)]_m$ ,  $mh \in m[H(A)]$ ). Полученную в результате систем групп  $\{H(A), H_m(A); \pi_m^0, \pi_m^{m'}, \varpi_{m'}^m, \delta_0^m\}$  ( $m=1, 2, \dots; m/m'$ ) мы будем называть полным спектром гомологий дифференциальной группы  $A$ .

Инволютивной дифференциальной группой мы назовем группу, в которой кроме дифференциального оператора  $d$  определен еще автоморфизм  $\omega$ , называемый инволюцией, такой, что  $\omega\omega=1$ ,  $d\omega + \omega d = 0$ . Для градуированных дифференциальных групп (т. е. являющихся прямой суммой групп некоторого комплекса, см. выше) существует естественная инволюция, определенная для однородных элементов группы, т. е. для элементов каждой из групп  $L^q$  отвечающего ей комплекса, формулой  $\omega = (-1)^q$ . Инволюция  $\omega$  естественно порождает автоморфизм  $\omega$  в группах гомологий  $H(A)$  и  $H(A, G)$  (в частности в  $H_m(A)$ ),  $\omega\omega=1$ , перестановочный с гомоморфизмами  $\pi_m^0, \pi_m^{m'}, \varpi_{m'}^m$  и косо-перестановочный с  $\delta_0^m$ .

Рассмотрим тензорное произведение  $K \otimes L$  двух инволютивных дифференциальных групп  $K$  и  $L$  (в частности, двух градуированных дифференциальных групп) — это есть инволютивная дифференциальная группа, в которой дифференциальный оператор определяется формулой  $d(k \otimes l) = dk \otimes l + \omega k \otimes dl$ , а инволюция формулой  $\omega(k \otimes l) = \omega k \otimes \omega l$ . Оказывается, что целочисленная группа гомологий дифференциальной группы  $K \otimes L$  есть тензорное произведение полных спектров гомологий групп  $K$  и  $L$ , в первом из которых гомоморфизмы  $\pi_m^0$  следует заменить на  $\pi_m^0 \omega$ :

$$H(K \otimes L) = \{H(K), H_m(K); \pi_m^0 \omega, \pi_m^{m'}, \varpi_{m'}^m, \delta_0^m\} \otimes \\ \otimes \{H(L), H_m(L); \delta_0^m, \varpi_{m'}^m, \pi_m^{m'}, \pi_m^0\}.$$



Утверждение это, фактически содержащееся в нашей работе <sup>(5)</sup> (гл. III, § 3, п. 3, в) на стр. 37), доказано в совершенно такой же форме, как приведенная здесь (за исключением лишь самой записи формулы, требующей нашего определения понятия тензорного произведения систем групп), в работе Палермо <sup>(6)</sup> (теорема 3.1); автор сперва проводит доказательство для групп с конечным числом образующих, а затем пользуется прямым предельным переходом (это годится для самого общего случая, ибо каждая абелева группа есть предел прямого спектра всех ее подгрупп с конечным числом образующих, связанных гомоморфизмами вложения), вместо чего можно было бы применить методы нашей работы <sup>(2)</sup>.

В силу приведенных выше формул, дающих строение полного спектра гомологий дифференциальной группы через ее целочисленную группу гомологий, имеем

$$\begin{aligned} H(K) \otimes H(L) + \sum_m H_m(K) \otimes H_m(L) &\approx \\ &\approx H(K) \otimes H(L) + \sum_m [H(K)]_m \otimes [H(L)]_m + \sum_m [H(K)]_m \otimes {}_m[H(L)] + \\ &+ \sum_m {}_m[H(K)] \otimes [H(L)]_m + \sum_m {}_m[H(K)] \otimes {}_m[H(L)], \end{aligned}$$

а дополнительные соотношения

$$\begin{aligned} \pi_m^0 \omega h \otimes h' &= h \otimes \delta_0^m h', & \pi_{m'}^m h \otimes h' &= h \otimes \mathfrak{D}_{m'}^m h', \\ \mathfrak{D}_m^m h \otimes h' &= h \otimes \pi_m^m h', & \delta_0^m h \otimes h' &= h \otimes \pi_m^0 h' \end{aligned}$$

$$(h \in H(K), h' \in H(L), h \in H_n(K), h' \in H_n(L), n = m, m'; m/m'),$$

превращающие эту прямую сумму в тензорное произведение рассматриваемых систем групп, принимают вид:

$$\begin{aligned} \alpha) \quad \varphi_m^0 \omega h \otimes h'_m &= h \otimes 0, & \beta) \quad \varphi_m^0 \omega h \otimes {}_m h' &= h \otimes i_0^m {}_m h', \\ \gamma) \quad \varphi_{m'}^m h_m \otimes h'_m &= h_{m'} \otimes \varphi_{m'}^m h'_m, & \delta) \quad \varphi_{m'}^m h_{m'} \otimes {}_m h' &= h_{m'} \otimes i_{m'}^m {}_m h', \\ \epsilon) \quad j_{m'}^m h \otimes h'_m &= {}_m h \otimes \varphi_{m'}^m h'_m, & \zeta) \quad j_{m'}^m {}_m h \otimes {}_m h' &= {}_m h \otimes i_{m'}^m {}_m h', \\ \eta) \quad \varphi_{m'}^m h_m \otimes h'_{m'} &= h_m \otimes \varphi_{m'}^m h'_{m'}, & \theta) \quad \varphi_{m'}^m h_m \otimes {}_{m'} h' &= h_m \otimes j_{m'}^m {}_{m'} h', \\ \iota) \quad i_{m'}^m {}_m h \otimes h'_{m'} &= {}_m h \otimes \varphi_{m'}^m h'_{m'}, & \kappa) \quad i_{m'}^m {}_m h \otimes {}_{m'} h' &= {}_m h \otimes j_{m'}^m {}_{m'} h', \\ \lambda) \quad 0 \otimes h' &= h_m \otimes \varphi_m^0 h', & \mu) \quad i_0^m {}_m h \otimes h' &= {}_m h \otimes \varphi_m^0 h' \end{aligned}$$

$$(h \in H(K), h_n \in [H(K)]_n, {}_n h \in {}_n[H(K)], h' \in H(L), h'_n \in [H(L)]_n, {}_n h' \in {}_n[H(L)], n = m, m').$$

Принимая во внимание, что всякий элемент  $h_m \in [H(K)]_m$  имеет вид  $\varphi_m^0 h$ , где  $h \in H(K)$ , а значит, может быть записан и как  $\varphi_m^0 \omega \bar{h}$ ,  $\bar{h} = \omega h \in H(K)$ , а элемент  $h'_m \in [H(L)]_m$  имеет вид  $\varphi_m^0 h'$ ,  $h' \in H(L)$ , видим, что соотношения (α) и (λ) дают  $h_m \otimes h'_m = 0$ , т. е. прямые слагаемые  $[H(K)]_m \otimes [H(L)]_m$  аннулируются, ввиду чего соотношения (γ) и (η) становятся излишними. Так как кроме того  $i_0^m m g = m g$ ,  $i_{m'}^m m g = m g$ ,  $j_{m'}^m m' g = \frac{m'}{m} \cdot m' g \in (m' g \in m' G \subset G, m g \in m G \subset m' G \subset G, m/m', G = H(K) \text{ или } H(L))$ , то в силу соотношений (β) и (μ) прямые слагаемые  $[H(K)]_m \otimes {}_m[H(L)]$  и

${}_m[H(K)] \otimes [H(L)]_m$  изоморфно вкладываются в  $H(K) \otimes H(L)$ , и их тоже можно отбросить, равно как и соотношения  $(\delta)$ ,  $(\varepsilon)$ ,  $(\theta)$ ,  $(\iota)$ , которые становятся тривиальными. Остаются лишь прямые слагаемые  $H(K) \otimes H(L)$  и  ${}_m[H(K)] \otimes {}_m[H(L)]$  и соотношения  $(\zeta)$  и  $(\kappa)$ , а это значит, что

$$H(K \otimes L) \approx H(K) \otimes H(L) + \{ {}_m[H(K)]; i_m^m, j_m^{m'} \} \otimes \{ {}_m[H(L)]; j_m^{m'}, i_m^m \}.$$

На основании формулы нашей статьи <sup>(3)</sup>, дающей выражение произведения кручения двух групп посредством тензорного произведения систем групп,

$$G * H = \{ {}_mG; i_m^m, j_m^{m'} \} \otimes \{ {}_mH; j_m^{m'}, i_m^m \},$$

последнее соотношение можно записать в виде

$$H(K \otimes L) \approx H(K) \otimes H(L) + H(K) * H(L),$$

т. е. мы получаем известную формулу Кюннета в виде прямой суммы, а не только в виде  $H(K \otimes L) / [H(K) \otimes H(L)] = H(K) * H(L)$ . Для случая градуированных групп  $K$  и  $L$  (а значит и группы  $K \otimes L$ ), где группы гомологий распадаются в прямую сумму групп гомологий различных размерностей, а гомоморфизмы  $\delta_0^m$  (а значит и произведение кручения) повышают размерность элементов на 1, отсюда находим для  $q$ -мерной группы гомологий

$$H^q(K \otimes L) \approx \sum_{r+r'=q} H^r(K) \otimes H^{r'}(L) + \sum_{r+r'=q-1} H^r(K) * H^{r'}(L).$$

В силу замечания в конце работы <sup>(3)</sup> эта формула будет справедлива и для групп когомологий топологического произведения двух топологических пространств.

Московский авиационный  
технологический институт

Поступило  
11 XI 1958

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> М. Бокштейн, ДАН, **119**, № 6, 1066 (1958). <sup>2</sup> M. Bockstein, C. R., **247**, № 3, 259 (1958). <sup>3</sup> M. Bockstein, C. R., **247**, № 4, 396 (1958). <sup>4</sup> М. Бокштейн, ДАН, **40**, № 9, 387 (1943). <sup>5</sup> М. Ф. Бокштейн, Тр. Московск. матем. общ., **6**, 3 (1957). <sup>6</sup> F. P. Palermo, Trans. Am. Math. Soc., **86**, 174 (1957).



Б. М. БУДАК и А. Д. ГОРБУНОВ

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ,  
ВОЗНИКАЮЩИХ ПРИ РЕШЕНИИ МНОГОТОЧЕЧНЫМИ  
РАЗНОСТНЫМИ МЕТОДАМИ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ  
 $dy/dx = f(x, y)$

(Представлено академиком С. Л. Соболевым 5 XI 1958)

Примеры и взгляды, встречающиеся в современной математической литературе (<sup>1-3</sup>), и вычислительная практика способствовали формированию понятий, излагаемых в настоящей статье.

1°. Пусть для уравнения

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y), \quad (1)$$

правая часть которого определена, непрерывна, вычислима\* и удовлетворяет условию Липшица по  $y$  в некотором прямоугольнике  $\bar{\Pi}$ :  $|x - x_0| \leq A$ ,  $|y - y_0| \leq B$ , требуется найти решение  $y(x)$ , удовлетворяющее условию

$$y(x_0) = y_0. \quad (2)$$

Пусть приближенные значения  $y_k$  этого решения в узлах  $x_k = x_0 + kh$ ,  $k = 0, \pm 1, \dots$ ,  $h > 0$ , отыскиваются при помощи конечноразностного уравнения

$$\sum_{i=0}^m \alpha_i y_{k-i} = h \sum_{i=0}^n \beta_i f_{k+l-i}, \quad f_j = f(x_j, y_j), \quad (3)$$

где  $l, m, n$  — заданные целые числа,  $m > 0, n \geq 0$ ;  $\alpha_j, \beta_j$  — заданные действительные числа;  $\alpha_0, \beta_0, \alpha_m, \beta_n$  отличны от нуля,  $\alpha_0 = 1$ , при начальных условиях

$$y_0 = g(x_0, h), \quad y_i = g(x_i, h), \quad i = -1, \dots, -(p-q-1), \quad (4)$$

где  $p = \max(k, k+l)$ ,  $q = \min(k-m, k+l-n)$ , а  $g(x, h)$  — некоторая непрерывно дифференцируемая, вычислимая функция  $x$ , выбираемая, вообще говоря, для каждого значения  $h$  и называемая начальной. Шаг  $h$  и функцию  $g(x, h)$  нужно выбирать так, чтобы выполнялись включения:

$$(x_i, g(x_i, h)) \in \bar{\Pi}, \quad i = -1, \dots, -(p-q-1). \quad (4')$$

Пусть существуют числа  $\bar{x}$ ,  $0 < \bar{x} - x_0 \leq A$ , и  $h_0$  такие, что задача (3), (4) разрешима для каждого  $h$ ,  $0 < h \leq h_0$ , при всяком  $k = 1, \dots, S_h = \left[ \frac{\bar{x} - x_0}{h} \right] + 1$ .

\* Под вычислимой функцией мы понимаем такую функцию, определение которой содержит информацию, достаточную для получения в любой точке области ее задания приближенного значения этой функции в виде десятичной дроби с любым наперед заданным числом верных знаков. Под верным знаком десятичной дроби, составляющей приближенное значение некоторой величины, мы понимаем всякий знак этой дроби, принадлежащий разряду, единица которого не меньше модуля абсолютной погрешности этой дроби.

Рассматривая какой-либо класс  $K$  допустимых функций  $f$  и для каждой функции  $f$  из этого класса — определенный как-либо класс  $G_f$  допустимых начальных функций  $g$ , обозначим через  $y_k^*, k = 1, 2, \dots, S_h, y_0^* = y_0$ , приближенное решение задачи (3), (4), получаемое вполне определенным способом  $R(K)$ ,  $0 < h \leq h' \leq h_0$ , одинаковым для всех функций  $f$  из класса  $K$  и для всех соответствующих начальных функций  $g$ , причем счет ведется с  $r + \sigma$  знаками после запятой и нужные значения  $g(x_i, h), i < 0$ , и  $f_i$  вычисляются с  $r + \sigma$  верными знаками после запятой, а функция  $y_k$  получается в результате округления полученной таким образом дроби до  $r$ -го знака после запятой ( $r$  и  $\sigma$  — целые числа,  $\sigma \geq 0$ ). Предельную погрешность округления при счете с  $r + \sigma$  знаками после запятой будем обозначать через  $\theta'$ , а при счете с  $r$  знаками после запятой — через  $\theta$ ,  $\theta' \leq \theta$ .

Совокупность (3), (4),  $R(K)$  ( $h$  меняется в полуотрезке  $0 < h \leq h'$ ) будем называть вычислительным процессом, возникающим при решении задачи (1), (2) конечноразностным методом (3), (4), или, короче, — вычислительным процессом (3), (4),  $R(K)$ .  $f(x, y)$  продолжим на полосу  $|x - x_0| \leq A, -\infty < y < +\infty$  с сохранением всех ее свойств (6).

Таким образом, в качестве приближенного решения задач (1), (2) в узлах  $x_k$  принимается функция  $y = y_k^*, k = 0, 1, \dots, S_h$ . В этой связи разность

$$D_k = y(x_k) - y_k^* \quad (5)$$

будем называть полной погрешностью  $y_k^*$ , а разность

$$d_k = y_k - y_k^* \quad (6)$$

вычислительной погрешностью  $y_k^*$ .

Мы скажем, что вычислительный процесс (3), (4),  $R(K)$  сходится, если при любых допустимых фиксированных  $f$  и  $g$  для всякого  $h$ ,  $0 < h \leq h'$ , существуют положительные числа  $\epsilon_h^*$  и  $\theta_h^*$ , стремящиеся к нулю при  $h \rightarrow 0$  и такие, что неравенство

$$|D_k| \leq \epsilon_h^* \quad (7)$$

выполняется равномерно по  $k = 0, 1, \dots, S_h$  и по  $\theta$ ,  $0 \leq \theta \leq \theta_h^*$ .

Вычислительный процесс (3), (4),  $R(K)$  мы назовем устойчивым  $\nu$ -го порядка,  $\nu = 1, 2$ , если при любых допустимых фиксированных  $f$  и  $g$  для всякого  $h$ ,  $0 < h \leq h'$ , существуют положительные числа  $\tilde{\epsilon}_h$  и  $\tilde{\theta}_h$  такие, что неравенство

$$|\Delta^\nu d_{k-1}| \leq h^\nu \tilde{\epsilon}_h \quad (8)$$

выполняется равномерно по  $k = 1, \dots, S_h + (1 - \nu)$  и по  $\theta$ ,  $0 \leq \theta \leq \tilde{\theta}_h$ , причем  $\tilde{\epsilon}_h$  и  $\tilde{\theta}_h$  стремятся к нулю при  $h \rightarrow 0$ ;  $\tilde{\theta}_h$  стремится к нулю не быстрее некоторой конечной степени  $h$ .

Если конечноразностный процесс (3), (4) сходится, то для сходимости вычислительного процесса (3), (4),  $R(K)$  достаточно его устойчивости нулевого порядка.

2°. Положим

$$\gamma_k = \sum_{i=0}^m \alpha_i y_{k-i}^* - h \sum_{i=0}^n \beta_i f(x_{k+l-i}, y_{k+l-i}^*) \quad (9)$$

и будем называть  $\gamma_k$  дискретной характеристикой вычислительной погрешности величины  $y_k^*$ . Кроме того положим

$$\gamma(x) = \gamma_k \text{ при } x_{k-1} < x \leq x_k. \quad (10)$$

**Теорема 1.** Пусть конечноразностный процесс (3), (4) сходится. Чтобы вычислительный процесс (3), (4),  $R(K)$  был устойчивым нулевого порядка, необходимо и достаточно, чтобы при произвольных допусти-



мых фиксированных  $f$  и  $g$  для любых  $h$ ,  $0 < h \leq h'$ , существовали такие числа  $\varepsilon_h$  и  $\theta_h$ , что неравенство

$$\frac{1}{h} \left| \int_0^x \gamma(\xi) d\xi \right| \leq \varepsilon_h \quad (11)$$

выполняется равномерно по  $x$ ,  $x_0 \leq x \leq hT_h$ ,

$$T_h = S_h - \frac{l}{2} \operatorname{sign} l \cdot (1 + \operatorname{sign} l),$$

и по  $\theta$ ,  $0 \leq \theta \leq \theta_h$ , причем  $\varepsilon_h \rightarrow 0$  и  $\theta_h \rightarrow 0$  при  $h \rightarrow 0$ ;  $\theta_h$  стремится к нулю не быстрее некоторой конечной степени  $h$ .

**Теорема 2.** Пусть конечноразностный процесс (3), (4) равномерно сходится <sup>(4,5)</sup>, а вычислительный процесс (3), (4),  $R(K)$  является устойчивым первого порядка; тогда при произвольных допустимых фиксированных  $f$  и  $g$  для любых  $h$ ,  $0 < h \leq h'$ , существуют такие числа  $\varepsilon_h$  и  $\theta_h$ , что неравенство

$$|\gamma_k| \leq h\varepsilon_h \quad (12)$$

выполняется равномерно по  $k = 0, 1, \dots, T_h$  и по  $\theta$ ,  $0 \leq \theta \leq \theta_h$ , причем  $\varepsilon_h \rightarrow 0$  и  $\theta_h \rightarrow 0$  при  $h \rightarrow 0$ ;  $\theta_h$  стремится к нулю не быстрее некоторой конечной степени  $h$ .

**Теорема 3.** Пусть конечноразностный процесс (3), (4) является равномерно сходящимся, а вычислительный процесс (3), (4),  $R(K)$  удовлетворяет условию: при произвольных допустимых фиксированных  $f$  и  $g$  для любых  $h$ ,  $0 < h \leq h'$ , существуют положительные числа  $\varepsilon_h$  и  $\theta_h$  такие, что неравенство (12) выполняется равномерно по  $k = 0, 1, \dots, T_h$  и по  $\theta$ ,  $0 \leq \theta \leq \theta_h$ , причем  $\varepsilon_h \rightarrow 0$  и  $\theta_h \rightarrow 0$  при  $h \rightarrow 0$ ;  $\theta_h$  стремится к нулю не быстрее некоторой конечной степени  $h$ .

Тогда:

1. Этот вычислительный процесс будет устойчивым первого порядка, если  $\theta_h = o(h)$ .
2. Этот вычислительный процесс будет устойчивым первого порядка, если корни уравнения

$$\sum_{i=0}^{m-1} \sum_{j=0}^i \alpha_j \lambda^{m-1-i} = 0, \quad m > 1,$$

все по модулю меньше единицы.

3°. Остановимся на более конкретных предположениях.

А. Обозначим через  $K_0$  совокупность всевозможных функций  $f(x, y)$ , удовлетворяющих условиям, перечисленным в пункте 1°, а через  $G_f$  — класс всевозможных допустимых начальных функций  $g(x, h)$ ,  $g(x_0, h) = y_0$ , и рассмотрим конечноразностный процесс (3), (4) при  $l < 0$ . Способ  $R_0(K_0)$  построения приближенного решения задачи (3), (4) определим формулой

$$y_k^* = (h \sum_{i=0}^n (\beta_i (f_{k+l-i}^*)^\Delta)^\circ)^\circ - \sum_{i=1}^m (\alpha_i y_{k-i}^*)^\circ, \quad f \in K_0, \quad G_f = G_f^\circ,$$

где  $(f_j^*)^\Delta$  обозначает приближенное значение величины  $f_j^* = f(x_j, y_j)$ , вычисленное с  $r$  верными знаками после запятой, а символ  $(a * b)^\circ$  обозначает результат выполнения арифметической операции  $(a * b)$  с  $r$  знаками после запятой.

Обозначим через  $O^*(h)$  функцию  $h$ , которая стремится к нулю вместе с  $h$  не быстрее некоторой конечной степени  $h$ .

**Теорема 4.** Если конечноразностный процесс (3), (4) при  $l < 0$  равномерно сходится и выполнено условие  $0 \leq \theta \leq h O^*(h)$ , то вычислительный процесс (3), (4),  $R_0(K_0)$  является устойчивым нулевого порядка.

Б. Рассмотрим конечноразностный процесс (3), (4) при  $t=0$ : Полагая  $y_k^* = y_{k-1}^*$ , рассмотрим последовательность дробей

$$y_k^* = (h(\beta_0(f_k^*)^{\Delta})^{\bullet})^{\bullet} + \left(h \sum_{i=1}^n (\beta_i(f_{k-i}^*)^{\Delta})^{\bullet}\right)^{\bullet} - \sum_{i=1}^m (\alpha_i y_{k-i}^*)^{\bullet},$$

$$s = 1, 2, \dots, f \in K_0, G_f = \bar{G}_f,$$

где  $f_k^* = f(x_k, y_k^*)$ ; символ  $(a * b)^{\bullet}$  обозначает результат выполнения арифметической операции  $(a * b)$  с  $r + \sigma$  знаками после запятой, а  $(f_k^*)^{\Delta}$  обозначает результат вычисления величины  $f_k^*$  с  $r + \sigma$  верными знаками после запятой. Выберем  $h$ ,  $s$  и  $\sigma$  так, чтобы метод последовательных приближений, на базе которого написаны формулы (13), сходил-ся и чтобы дроби  $y_k^*$  и  $y_k^*$  являлись  $r$ -эквивалентными \*, и положим  $y_k^* = (y_k^*)^{\circ}$ . Описанный способ построения  $y_k^*$  обозначим через  $R_2'(K_0)$ .

**Теорема 5.** Если конечноразностный процесс (3), (4) при  $t=0$  равномерно сходится и выполнено условие  $0 \leq \theta \leq hO^*(h)$ , то вычислительный процесс (3) (4),  $R_2'(K_0)$  является устойчивым первого порядка.

В. Обозначим через  $K_1$  класс всевозможных линейных функций  $f(x, y) = a(x)y + b(x)$ , где  $a(x)$  и  $b(x)$  — непрерывные функции  $x$ ,  $|x - x_0| \leq A$ ,  $|y - y_0| \leq B$ ,  $a(x) \neq 0$ , и рассмотрим уравнение

$$y_k - y_{k-1} = hf_{k+1} \quad (14)$$

с начальными условиями

$$y_0 = g(x_0, h), \quad y_{-1} = g(x_{-1}, h). \quad (15)$$

Обозначим через  $R_1(K_1)$  способ построения приближенного решения задачи (14), (15), определяемый формулой

$$y_{k+1}^* = \left( \left( \frac{1}{(ha_{k+1}^{\Delta})^{\circ}} \right)^{\circ} [y_k^* - y_{k-1}^*] \right)^{\circ}, \quad f \in K_1, \quad G_f = \bar{G}.$$

Вычислительный процесс (13), (14),  $R_1(K_1)$  является неустойчивым.

Г. Определим теперь для той же самой конечноразностной задачи (14), (15) другой способ построения  $y_k^*$ . Положим  $y_k^* = y_0$ ,  $k = 0, 1, \dots, S_h$ , и рассмотрим последовательность дробей

$$y_k^* = y_0 + \left( h \sum_{i=1}^k (f_{i+1}^*)^{\Delta} \right)^{\bullet}, \quad s = 1, 2, \dots; k = 0, 1, \dots, S_h, f \in K_0. \quad (16)$$

(Числа  $x$ ,  $s$  и  $\sigma$  выберем так, чтобы метод последовательных приближений, на базе которого написаны формулы (16), сходил-ся равномерно по всем  $k$  и чтобы дроби  $y_k^*$  и  $y_k^*$  были  $r$ -эквивалентными для всех допустимых  $k$  сразу. Положим  $y_k^* = (y_k^*)^{\circ}$  и примем в качестве приближенного решения задачи (13), (14), причем начальная функция подбирается должным образом. Описанный способ построения обозначим через  $R_3(K_0)$ .

При  $0 \leq \theta \leq hO^*(h)$  вычислительный процесс (13), (14),  $R_3(K_0)$  является устойчивым первого порядка.

Московский государственный университет  
им. М. В. Ломоносова

Поступило  
3 XI 1958

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> С. Л. Соболев, Изв. АН СССР, сер. матем., 20, № 4 (1956). <sup>2</sup> G. Dahlquist, Math. Skand., 4, № 1 (1956). <sup>3</sup> В. С. Рябенский, А. Ф. Филиппов, Об устойчивости разностных уравнений, 1956, стр. 74—76. <sup>4</sup> А. Д. Горбунов, Б. М. Буда-к, ДАН, 119, № 4 (1958). <sup>5</sup> Б. М. Буда-к, А. Д. Горбунов, Вестн. МГУ, № 1 (1958). <sup>6</sup> А. Д. Горбунов, Б. М. Буда-к, Вестн. МГУ, № 2 (1959).

\* Две десятичные дроби называются  $r$ -эквивалентными, если они имеют одинаковые целые части и одинаковые первые  $r$  десятичных знаков.



Э. И. ГОЛЬДЕНГЕРШЕЛЬ

# О СПЕКТРЕ ВОЛЬТЕРРОВА ОПЕРАТОРА В НЕКОТОРЫХ БАНАХОВЫХ ПРОСТРАНСТВАХ

(Представлено академиком И. Г. Петровским 17 IX 1958)

Настоящая работа посвящена изучению спектра вольтеррова оператора в банаховом пространстве вектор-функций, непрерывных на положительной полуоси и растущих не быстрее, чем  $e^{\alpha x}$ . Это дает возможность исследовать рост при  $x \rightarrow +\infty$  решений систем интегральных уравнений типа Вольтерра. Обобщение результатов на случай многомерных областей может быть применено к некоторым краевым задачам математической физики.

1°. Пусть  $f(f_1, \dots, f_n)$  —  $n$ -мерный вектор;  $K = (K_{ij})$  — квадратная матрица  $n$ -го порядка. Введем обозначения:

$$\|f\| = \left( \sum_{i=1}^n |f_i|^2 \right)^{1/2}, \quad \|K\| = \left( \sum_{i,j=1}^n |K_{ij}|^2 \right)^{1/2}. \quad (1)$$

В пространстве  $C_\alpha^n(\theta, \infty)$  вектор-функций  $f(x)(f_1(x), \dots, f_n(x))$ , непрерывных на  $[\theta, +\infty)$ ,  $\theta \geq 0$ , с нормой

$$\|f\|_\alpha = \sup_{\theta \leq x < \infty} \|f(x)\| e^{-\alpha x} \quad (2)$$

мы будем рассматривать вольтерров оператор  $V_\theta$

$$V_\theta f = \int_{\theta}^x K(x, y) f(y) dy, \quad (3)$$

ядро которого  $K(x, y) = (K_{ij}(x, y))$  есть матрица-функция  $n$ -го порядка, непрерывная в области  $\theta \leq y \leq x < \infty$ .

Вольтерров оператор  $V_\theta$  замкнут в  $C_\alpha^n(\theta, \infty)$ . Необходимым и достаточным условием его ограниченности в  $C_\alpha^n(\theta, \infty)$  является конечность выражения

$$\sup_{\theta} \int_{\theta}^x \|K(x, y)\| e^{-\alpha(x-y)} dy. \quad (4)$$

Резольвента  $R_\lambda(V_\theta) = (V_\theta - \lambda I)^{-1}$  тоже замкнута. Поэтому для того, чтобы при некотором  $\lambda$  резольвента была ограниченной в  $C_\alpha^n(\theta, \infty)$  оператором, не только необходимо, но и достаточно (1), чтобы для этого  $\lambda$  имело место включение

$$R_\lambda(V_\theta) C_\alpha^n(\theta, \infty) \subseteq C_\alpha^n(\theta, \infty). \quad (5)$$

Множество тех  $\lambda$ , для которых имеет место (5), образует резольвентное множество  $\rho_\alpha(V_\theta)$  оператора  $V_\theta$  в  $C_\alpha^n(\theta, \infty)$ ; его дополнение  $\sigma_\alpha(V_\theta)$  есть спектр оператора  $V_\theta$  в этом пространстве.

Принадлежность точки  $\lambda$  спектру  $\sigma_\alpha(V_\theta)$  равносильна наличию непрерывной на  $[\theta, \infty)$  и растущей при  $x \rightarrow \infty$  не быстрее, чем  $e^{\alpha x}$ , вектор-

функции  $f(x)$ , для которой решение  $\varphi(x)$  уравнения

$$\int_0^x K(x, y) \varphi(y) dy - \lambda \varphi(x) = f(x), \quad 0 \leq x < \infty, \quad (6)$$

растет быстрее, чем  $e^{\alpha x}$ . Поэтому изучение спектров  $\sigma_\alpha(V_\theta)$  при различных  $\alpha$  доставляет нам сведения о росте решений уравнений (6) в его зависимости от роста правых частей.

**Теорема 1.** Спектр  $\sigma_\alpha(V_\theta)$  есть связное множество, содержащее точку  $\lambda = 0$ . При возрастании  $\alpha$  семейство множеств  $\sigma_\alpha(V_\theta)$  монотонно убывает. Если при некоторых  $N$  и  $\nu$  ядро  $K(x, y)$  удовлетворяет оценке

$$\|K(x, y)\| < N e^{\nu(x-y)}, \quad 0 \leq y \leq x < \infty, \quad (7)$$

то

$$\bigcap_{-\infty < \alpha < \infty} \sigma_\alpha(V_\theta) = \{0\}. \quad (8)$$

**Теорема 2.** Если вольтерров оператор  $V_0$  ограничен в  $C_\alpha^n(0, \infty)$  или если его ядро  $K(x, y)$  удовлетворяет условию

$$\|K(x, y)\| < N e^{\alpha(x-y)}, \quad 0 \leq y \leq x < \infty, \quad (9)$$

то при всех  $\theta > 0$

$$\sigma_\alpha(V_\theta) = \sigma_\alpha(V_0). \quad (10)$$

Спектральный радиус  $r_\alpha(V_0)$  оператора  $V_0$  в  $C_\alpha^n(0, \infty)$  удовлетворяет оценке

$$r_\alpha(V_0) \leq \lim_{\theta \rightarrow \infty} \sup_{0 \leq x < \infty} \int_0^x \|K(x, y)\| e^{-\alpha(x-y)} dy. \quad (11)$$

**С л е д с т в и е.** Если

$$\int_0^\infty \|K(x)\| dx < \infty,$$

то вольтерров оператор с ядром  $K(x+y)$  квазинильпотентен во всех  $C_\alpha^n(0, \infty)$  при  $\alpha \geq 0$ .

Из теоремы Винера и Палея <sup>(2)</sup> (которая легко переносится на случай системы) следует, что если  $\int_0^\infty \|K(x)\| e^{-\alpha x} dx < \infty$ , то спектр  $\sigma_\alpha(V_0)$  вольтеррова оператора  $V_0$  с ядром  $K(x-y)$  непосредственно определяется через преобразование Лапласа  $(k(w))$   $\left(k(w) = \int_0^\infty K(x) e^{-wx} dx\right)$  матрицы-функции  $K(x)$  как совокупность всех тех  $\lambda$ , для которых в полуплоскости  $\operatorname{Re} w \geq \alpha$  имеет место равенство

$$\det(k(w) - \lambda I) = 0. \quad (12)$$

**Теорема 3.** Пусть вольтерров оператор  $V_0$  ограничен в  $C_\alpha^n(0, \infty)$  или его ядро удовлетворяет условию (9). Если ядро  $\tilde{K}(x, y)$  вольтеррова оператора  $\tilde{V}_0$  удовлетворяет условию

$$\lim_{\theta \rightarrow \infty} \sup_{0 \leq x < \infty} \int_0^x \|\tilde{K}(x, y)\| e^{-\alpha(x-y)} dy = 0, \quad (13)$$

то

$$\sigma_\alpha(V_0 + \tilde{V}_0) = \sigma_\alpha(V_0); \quad (14)$$



если же

$$\lim_{x \geq y \rightarrow \infty} \tilde{K}(x, y) e^{-\alpha(x-y)} = 0, \quad (15)$$

то при любом  $\varepsilon > 0$

$$\sigma_{\alpha}(V_0) \supseteq \sigma_{\alpha+\varepsilon}(V_0 + \tilde{V}_0). \quad (16)$$

Теорема 4. Пусть ядро ограниченного в  $C_{\alpha}^n(0, \infty)$  вольтеррова оператора  $V_0$  имеет вид  $K(x, y) I_n$ , где  $K(x, y)$  — скалярная функция,  $I_n$  — единичная матрица. Тогда для любой постоянной матрицы  $Q$  с собственными числами  $q_i$  спектр вольтеррсова оператора  $QV_0$  определяется формулой

$$\sigma_{\alpha}(QV_0) = \bigcup_i \bigcup_{\lambda \in \sigma_{\alpha}(V_0)} \{\lambda q_i\}. \quad (17)$$

Замкнутость вольтеррова оператора позволяет применить к нему основные результаты операторного исчисления <sup>(4,5)</sup>. Пусть  $g(V_0)$  — функция вольтеррова оператора  $V_0$ , порожденная в  $C_{\alpha}^n(0, \infty)$  по формуле Рисса — Тейлора <sup>(4,5)</sup> скалярной функцией  $g(\lambda)$ , регулярной в некоторой области замкнутой комплексной плоскости, покрывающей расширенный спектр оператора  $V_0$ , или многочлен от  $V_0$ .

Для того чтобы оператор  $g(V_0)$  был вольтерровым, необходимо и достаточно, чтобы  $g(0) = 0$ . Теорема об отображении спектров <sup>(4,5)</sup> дает возможность определить  $\sigma_{\alpha}(g(V_0))$  по  $\sigma_{\alpha}(V_0)$ .

Результаты, полученные нами для непрерывных ядер, остаются справедливыми и для ядер вида  $\frac{H(x, y)}{(x-y)^p}$ , если  $0 < p < 1$  и  $H(x, y)$  — непрерывная в области  $0 \leq y \leq x < \infty$  матрица-функция.

Отметим <sup>(6)</sup>, что наш метод может быть использован для получения оценки роста решения уравнения (5) и в метрике, порожденной нормой

$$\|f\|_{\alpha}^* = \int_0^{\infty} \|f(x)\| e^{-\alpha x} dx. \quad (18)$$

2°. Пусть  $\mathfrak{M}$  — ограниченная замкнутая область  $s$ -мерного евклидова пространства, граница которой состоит из конечного числа кусков гладких  $(s-1)$ -мерных поверхностей, и пусть  $C_{\alpha}^n(\mathfrak{M}_{k,s})$  — пространство вектор-функций  $f(x_1, \dots, x_k, P)$ :

$f(x_1, \dots, x_k, P) (f_1(x_1, \dots, x_k, P), \dots, f_n(x_1, \dots, x_k, P))$ , непрерывных в области  $\mathfrak{M}_{k,s} (0 \leq x_i < \infty; i = 1, 2, \dots, k; P \in \mathfrak{M})$ , с нормой

$$\|f\|_{\alpha} = \sup_{\mathfrak{M}_{k,s}} \|f(x_1, \dots, x_k, P)\| \exp\left(-\alpha \sum_{i=1}^k x_i\right). \quad (19)$$

Все теоремы, полученные нами при исследовании однократного вольтеррова оператора, естественным образом обобщаются на действующий в  $C_{\alpha}^n(\mathfrak{M}_{k,s})$  оператор  $W_{k,s}$ :

$$W_{k,s} f = \int_0^{x_1} dy_1 \dots \int_0^{x_k} dy_k \int_{\mathfrak{M}} K(x_1, \dots, x_k, P; y_1, \dots, y_k, P') f(y_1, \dots, y_k, P') dP'. \quad (20)$$

Кроме того, теорема 3 переносится на оператор  $W_{k,s}$ , представляющий собой произведение фредгольмова оператора  $Q$  на  $k$ -кратный вольтерров оператор  $W_{k,0}$ .

3°. В ограниченной области  $\Phi$  трехмерного пространства с достаточно гладкой границей  $\Sigma$  рассмотрим краевую задачу:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} &= \Delta u + \beta(P, t)u + f(P, t), \quad P \in \Phi, \quad t \geq 0; \\ u|_{\Sigma} &= a(P, t), \quad P \in \Sigma, \quad t \geq 0; u|_{t=0} = b(P), \quad P \in \bar{\Phi}, \end{aligned} \quad (21)$$

с непрерывными начальными и граничными значениями, удовлетворяющими условию сопряжения  $a(P, 0) = b(P)$ ,  $P \in \Sigma$ . Будем предполагать, что функция  $f(P, t)$  непрерывна в четырехмерной цилиндрической области  $\bar{\Phi} \times [0, \infty)$ , а  $\beta(P, t)$  в той же области удовлетворяет условию Гельдера.

Краевая задача (21) равносильна интегральному уравнению

$$u(P, t) - \int_0^t d\tau \int_{\Phi} G(P, t, P', \tau) \beta(P', \tau) u(P', \tau) dP' = v(P, t) + \int_0^t d\tau \int_{\Phi} G(P, t, P', \tau) f(P', \tau) dP', \quad (22)$$

где  $G(P, t, P', \tau)$  — функция Грина первой краевой задачи для уравнения теплопроводности <sup>(7)</sup>, а  $v(P, t)$  — решение этой задачи, удовлетворяющее условиям  $v|_{\Sigma} = u|_{\Sigma}$ ;  $v|_{t=0} = u|_{t=0}$ . Для оператора  $W_{1,3}$ , фигурирующего слева в (22), остается справедливым (несмотря на разрывы ядра на «диагонали») обобщение теоремы 2 на случай многомерных областей. Из <sup>(7)</sup> и из оценки типа (11) для спектрального радиуса следует:

**Теорема 5.** Если функция  $f(P, t)$  ограничена в области  $\bar{\Phi} \times [0, \infty)$ ,  $a(P, t)$  ограничена в области  $\Sigma \times [0, \infty)$  и

$$\lim_{0 \rightarrow \infty} \sup_{0 \leq t < \infty} \int_0^t d\tau \int_{\Phi} \left( \frac{1}{2 \sqrt{\pi(t-\tau)}} \right)^3 \exp \left[ -\frac{r_{PP'}^2}{4(t-\tau)} \right] |\beta(P', \tau)| dP' < 1 \quad (23)$$

(где  $r_{PP'}$  — расстояние между точками  $P'$  и  $P$ ), то решение краевой задачи (22) ограничено в области  $\bar{\Phi} \times [0, \infty)$ .

Рассмотрим краевую задачу:

$$\frac{\partial^k u}{\partial x_1 \partial x_2 \dots \partial x_k} - A(x_1, x_2, \dots, x_k) u = f(x_1, x_2, \dots, x_k), \quad (24)$$

$u(0, x_1, \dots, x_k) = a_1(x_2, \dots, x_k)$ ,  $u(x_1, 0, \dots, x_k) = a_2(x_1, x_3, \dots, x_k), \dots$ ,  $u(x_1, x_2, \dots, x_{k-1}, 0) = a_k(x_1, x_2, \dots, x_{k-1})$ ,  $0 \leq x_i < \infty$ ,  $i = 1, 2, \dots, k$ , с непротиворечивыми краевыми условиями.

Будем предполагать, что матрица-функция  $A(x_1, x_2, \dots, x_k)$  и вектор-функции  $f(x_1, x_2, \dots, x_k)$ ,  $a_1(x_2, x_3, \dots, x_k)$ ,  $a_2(x_1, x_3, \dots, x_k), \dots, a_k(x_1, x_2, \dots, x_{k-1})$  непрерывны в области  $(0 \leq x_i < \infty, i = 1, 2, \dots, k)$ .

**Теорема 6.** Если  $\int_0^\infty \dots \int_0^\infty \|A(x_1, \dots, x_k)\| dx_1 \dots dx_k < \infty$  и вектор-

функции  $a_1(x_2, x_3, \dots, x_k), \dots, a_k(x_1, x_2, \dots, x_{k-1}) \int_0^{x_1} \dots \int_0^{x_k} f(\xi_1 \dots \xi_k) d\xi_1 \dots d\xi_k$  ограничены в области  $(0 \leq x_i < \infty, i = 1, 2, \dots, k)$ , то и решение краевой задачи (24) ограничено в этой области\*.

Одесский государственный педагогический институт  
им. К. Д. Ушинского

Поступило  
15 IX 1958

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> С. Банах, Курс функционального анализа, 1948, стр. 35. <sup>2</sup> R. Paley, N. Wiener, Fourier-transforms in the Complex Domain, N.Y., 1934, p. 58. <sup>3</sup> М. А. Рутман, ДАН, 101, № 2 (1955). <sup>4</sup> Ф. Рисс, Б. С. Надь, Лекции по функциональному анализу, 1954, стр. 460. <sup>5</sup> А. Е. Тейлор, Acta Math., 84, № 1—2 (1950). <sup>6</sup> М. А. Евграфов, Усп. матем. наук, 12, № 3 (1957). <sup>7</sup> А. Н. Тихонов, Бюлл. МГУ, 1, в. 9 (1958). <sup>8</sup> М. А. Рутман, ДАН, 108, № 5 (1956).

\* Поведение при  $\sum_{i=1}^k x_i \rightarrow \infty$  решения краевой задачи (24) при других предположениях относительно  $A(x_1, \dots, x_k)$   $f(x_1, \dots, x_k)$  рассматривал М. А. Рутман <sup>(8)</sup>.



Ф. И. КАРПЕЛЕВИЧ

# ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ ЛИНИИ И ГАРМОНИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ НА СИММЕТРИЧЕСКИХ ПРОСТРАНСТВАХ

(Представлено академиком П. С. Александровым 12 XI 1953)

Пусть  $G$  — связная полупростая группа Ли,  $K$  — ее максимальная компактная подгруппа и  $\mathcal{M}$  — однородное пространство  $G/K$ . Известно, что по отношению к инвариантной метрике  $\mathcal{M}$  является римановым симметрическим пространством с неположительной кривизной. В римановом пространстве неположительной кривизны из любой его точки  $x$  на любую геодезическую  $\gamma$  можно опустить и притом единственный перпендикуляр  $x\gamma$  ( $y \in \gamma$ ) (см., например, (1)). Положим  $\rho(x, \gamma) = \rho(x, y)$ . Пусть теперь  $\gamma_0$  — геодезическая, у которой выбрано положительное направление, и  $x \in \gamma_0$ . Если  $\gamma$  — произвольная геодезическая, то функция  $\rho(x, \gamma)$  имеет конечный или бесконечный предел при  $x \rightarrow +\infty$  по геодезической  $\gamma_0$ . При этом, если  $\lim_{x \rightarrow \infty (x \in \gamma_0)} \rho(x, \gamma) < \infty$

и точка  $x$  движется монотонно в  $+\infty$  по  $\gamma_0$ , то основание  $y$  перпендикуляра  $x\gamma$ , опущенного из  $x$  на  $\gamma$ , также монотонно движется в одну сторону (1). В силу этого можно ввести функцию  $\rho(\gamma_0, \gamma) = \lim_{x \rightarrow \infty (x \in \gamma_0)} \rho(x, \gamma)$  двух

направленных геодезических пространства  $\mathcal{M}$ . (В дальнейшем под геодезической мы всегда будем подразумевать направленную геодезическую.) Легко доказать, что  $\rho(\gamma_1, \gamma_2) \geq 0$ ,  $\rho(\gamma_1, \gamma_2) = \rho(\gamma_2, \gamma_1)$  и  $\rho(\gamma_1, \gamma_3) \leq \rho(\gamma_1, \gamma_2) + \rho(\gamma_2, \gamma_3)$ . Конечно, для некоторых пар геодезических функция  $\rho(\gamma_1, \gamma_2)$  может равняться бесконечности. Функцию  $\rho(\gamma_1, \gamma_2)$  мы будем называть расстоянием между геодезическими  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$ . Совокупность геодезических  $\gamma$  таких, что  $\rho(\gamma, \gamma_0) = 0$ , мы будем называть нуль-пучком ( $n$ -пучком), содержащим геодезическую  $\gamma_0$ . Отождествляя геодезические, расстояние между которыми равно нулю, получим пространство  $n$ -пучков  $\mathfrak{P}$ . Если  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  — два любые геодезические пространства  $\mathcal{M}$ , то, очевидно, для любого  $g \in G$   $\rho(g\gamma_1, g\gamma_2) = \rho(\gamma_1, \gamma_2)$ . Поэтому можно считать, что на пространстве  $\mathfrak{P}$  действует группа  $G$  с сохранением расстояния. Будем обозначать через  $\mathfrak{P}(\Gamma_0)$  совокупность  $n$ -пучков  $\Gamma$  таких, что  $\rho(\Gamma, \Gamma_0) < \infty$  \*.

**Теорема 1.** Для любого  $n$ -пучка  $\Gamma$  пространство  $\mathfrak{P}(\Gamma)$  является симметрическим римановым пространством.

Две геодезические  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  пространства  $\mathcal{M}$  назовем сопряженными, если существует  $g \in G$  такой, что  $g\gamma_1 = \gamma_2$ . Любая геодезическая  $\gamma$  пространства  $\mathcal{M}$  является траекторией однопараметрической подгруппы  $h_t(\gamma)$  ( $-\infty < t < \infty$ ) группы  $G$  ( $t$  — канонический параметр подгруппы  $h_t(\gamma)$ ). При этом положительному направлению  $\gamma$  соответствует положительное направление оси  $t$  (2). Легко видеть, что если  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  сопряжены, то подгруппы  $h_t(\gamma_1)$  и  $h_t(\gamma_2)$  также сопряжены. Пусть  $x$  — точка пространства  $\mathcal{M}$ . Совокупность всех элементов  $h_t(\gamma)$  для всевозможных  $t$  и всевозможных  $\gamma$ , проходящих через точку  $x$ , мы будем обозначать через  $T_x$ . Будем также обозначать через  $K_x$  стационарную подгруппу точки  $x$ .

\* Идея рассматривать пространства  $\mathfrak{P}(\Gamma_0)$  принадлежит И. И. Пятацкому-Шапиро.

Теорема 2. Если  $\rho(\gamma_1, \gamma_2) < \infty$ , то геодезические  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  сопряжены.

Свяжем с геодезической  $\gamma$  ряд групп. Пусть  $G(\gamma)$  ( $G^0(\gamma)$ ) — совокупность всех  $g \in G$  таких, что  $\rho(g\gamma, \gamma) < \infty$  ( $\rho(g\gamma, \gamma) = 0$ ). Пусть, далее,  $H(\gamma)$  — подгруппа  $h_t(\gamma)$  ( $-\infty < t < \infty$ ),  $\mathfrak{G}(\gamma)$  — централизатор  $H(\gamma)$ ,  $T(\gamma) = T_x \cap \mathfrak{G}(\gamma)$  и  $K(\gamma) = K_x \cap \mathfrak{G}(\gamma)$ , где  $x$  — какая-нибудь точка геодезической  $\gamma$ .

Отметим, что группа  $G(\gamma)$  аналогична группе  $K$ , введенной в <sup>(3)</sup>, важная роль которой в теории представлений известна.

Теорема 3. Для того чтобы элемент  $g$  из  $G$  принадлежал группе  $G(\gamma)$ , необходимо и достаточно, чтобы существовал  $\lim_{t \rightarrow +\infty} h_t^{-1}gh_t$ , где  $h_t = h_t(\gamma)$ .

Теорема 4. Группа  $\mathfrak{G}(\gamma)$  транзитивно действует на пространстве  $\mathfrak{P}(\Gamma)$ , где  $\Gamma$  —  $n$ -пучок, содержащий  $\gamma$ .

Из теоремы 3 следует, что для любой геодезической  $\gamma$  можно ввести отображение  $\gamma: G(\gamma) \rightarrow \mathfrak{G}(\gamma)$  по формуле  $\gamma(g) = \lim_{t \rightarrow +\infty} h_t^{-1}gh_t$ , где  $h_t = h_t(\gamma)$ ,  $g \in G(\gamma)$ .

Легко доказать, что  $\gamma$  — непрерывный гомоморфизм  $G(\gamma)$  на  $\mathfrak{G}(\gamma)$ .

Теорема 5. Группа  $G^0(\gamma)$  есть прообраз при отображении  $\gamma$  группы  $K(\gamma) \cdot H(\gamma)$ .

Введем еще одну группу, связанную с геодезической  $\gamma$ , обозначив через  $G_0(\gamma)$  прообраз при отображении  $\gamma$  группы  $K(\gamma)$ . Легко видеть, что  $G_0(\gamma)$  есть нормальный делитель в  $G^0(\gamma)$ . Поэтому, если  $\Gamma$  —  $n$ -пучок, содержащий  $\gamma$ , и  $\gamma_1 \in \Gamma$ , то  $G_0(\gamma_1) = G_0(\gamma)$ . Следовательно, для любого  $n$ -пучка  $\Gamma$  можно ввести группы  $G(\Gamma) = G(\gamma)$ ,  $G^0(\Gamma) = G^0(\gamma)$  и  $G_0(\Gamma) = G_0(\gamma)$ , где  $\gamma \in \Gamma$ .

Теорема 6. Пусть  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_2$  — два  $n$ -пучка и  $\rho(\Gamma_1, \Gamma_2) < \infty$ . Тогда для того, чтобы  $G^0(\Gamma_1) = G^0(\Gamma_2)$ , необходимо и достаточно, чтобы  $G_0(\Gamma_1) = G_0(\Gamma_2)$ .

Геодезическую  $\gamma$  пространства  $\mathfrak{M}$  назовем геодезической общего положения, если любые два элемента из  $T(\gamma)$  коммутируют между собой. Очевидно, что если геодезическая  $\gamma_1$  сопряжена геодезической  $\gamma$  и  $\gamma$  — геодезическая общего положения, то и  $\gamma_1$  общего положения. Поэтому, на основании теоремы 2, можно говорить о  $n$ -пучке  $\Gamma$  общего положения и о пространстве  $\mathfrak{P}(\Gamma)$  общего положения\*.

Теорема 7. Если  $\Gamma$  —  $n$ -пучок общего положения и  $\Gamma_1 \in \mathfrak{P}(\Gamma)$ , то  $G_0(\Gamma) = G_0(\Gamma_1)$ .

Пусть  $\Gamma_0$  — некоторый  $n$ -пучок. Обозначим через  $\mathfrak{M}(\Gamma_0)$  пространство, полученное из пространства  $\mathfrak{P}(\Gamma_0)$  отождествлением  $n$ -пучков  $\Gamma$ , у которых группы  $G_0(\Gamma)$  (а значит, и  $G^0(\Gamma)$ ) совпадают. Обозначим теперь через  $\tilde{G}(\Gamma)$  связную компоненту единицы группы  $G(\Gamma)$  и через  $\tilde{N}(\Gamma)$  — совокупность элементов группы  $\tilde{G}(\Gamma)$ , оставляющих все точки пространства  $\mathfrak{M}(\Gamma)$  на месте. Очевидно, что  $\tilde{N}(\Gamma)$  — нормальный делитель группы  $\tilde{G}(\Gamma)$ . Пусть  $\mathfrak{L}(\Gamma)$  — фактор-группа группы  $\tilde{G}(\Gamma)$  по нормальному делителю  $\tilde{N}(\Gamma)$ . Естественно рассматривать группу  $\mathfrak{L}(\Gamma)$  как группу движений пространства  $\mathfrak{M}(\Gamma)$ .

Теорема 8. Для любого  $n$ -пучка  $\Gamma$  группа  $\mathfrak{L}(\Gamma)$  полупроста. Она транзитивно действует на пространстве  $\mathfrak{M}(\Gamma)$ , причем стационарной подгруппой является максимальная компактная подгруппа группы  $\mathfrak{L}(\Gamma)$ \*\*.

В силу теоремы 8 мы можем считать пространства  $\mathfrak{M}(\Gamma)$  симметрическими и того же типа, что и исходное пространство  $\mathfrak{M}$ .

\* Группы и пространства, аналогичные группам  $G_0(\Gamma)$  и пространствам  $G(\Gamma)/G_0(\Gamma)$  ( $\Gamma$  —  $n$ -пучок общего положения), вводятся в работе <sup>(4)</sup>, с которой авторы любезно ознакомили нас до ее опубликования.

\*\* Для единообразия группу, состоящую из одной единицы, мы также будем считать полупростой.



Непрерывную и ограниченную функцию  $f$  на пространстве  $\mathfrak{M}$  отнесем к пространству  $R$ , если:

- 1) Для любой геодезической  $\gamma$  существует  $\lim_{x \rightarrow +\infty (x \in \gamma)} f(x) = f(\gamma)$ .
- 2) Если  $\rho(\gamma_1, \gamma_2) = 0$ , то  $f(\gamma_1) = f(\gamma_2)$ . Условие 2) позволяет говорить о значении  $f(\Gamma)$  функции  $f$  на любом  $n$ -пучке  $\Gamma$ .
- 3) Для любого  $n$ -пучка  $\Gamma$  и любой последовательности  $g_1, \dots, g_n, \dots$  ( $g_n \in G$ ) такой, что  $g_n \rightarrow e$  ( $e$  — единица группы  $G$ ),  $\lim_{n \rightarrow \infty} f(g_n \Gamma) = f(\Gamma)$ .

Функцию  $f \in R$  назовем гармонической, если для любых точек  $x_0$  и  $x$  из  $\mathfrak{M}$   $\int_K f(kx) \mu(dk) = f(x_0)$ , где  $K = K_{x_0}$  — стационарная подгруппа точки  $x_0$ ;  $\mu(dk)$  — инвариантная мера на  $K$ , нормированная так, что  $\mu(K) = 1$ . Из (5) легко следует, что всякая гармоническая функция обращается в нуль любым оператором Лапласа на пространстве  $\mathfrak{M}$ .

**Теорема 9.** Если  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_2$  — два  $n$ -пучка и если  $G_0(\Gamma_1) = G_0(\Gamma_2)$ , то для любой гармонической функции  $f$   $f(\Gamma_1) = f(\Gamma_2)$ . В частности, если  $\Gamma_1$  —  $n$ -пучок общего положения и  $\Gamma_2 \in \mathfrak{P}(\Gamma_1)$ , то  $f(\Gamma_1) = f(\Gamma_2)$ .

Пусть  $\Gamma_0$  — произвольный  $n$ -пучок общего положения и  $S$  — поверхность транзитивности группы  $G$  в пространстве  $\mathfrak{P}$ , проходящая через  $\Gamma_0$ . Отождествив в  $S$  точки, расстояние между которыми конечно, получим из  $S$  некоторое пространство  $\mathfrak{N}$ . Известно (1), что если  $\gamma$  — произвольная геодезическая в пространстве неположительной кривизны и  $x$  — любая ее точка, то через  $x$  проходит и притом единственная геодезическая  $\gamma_1$  такая, что  $\rho(\gamma, \gamma_1) < \infty$ . Отсюда легко следует, что на  $\mathfrak{N}$  транзитивно действует стационарная подгруппа  $K_x$  любой точки  $x$  пространства  $\mathfrak{M}$ . В силу компактности  $K_x$  на  $\mathfrak{N}$  существует и притом единственная мера, инвариантная относительно группы  $K_x$  и нормированная так, что мера всего пространства  $\mathfrak{N}$  равна 1. Эта мера зависит от  $x$ , и мы будем ее обозначать через  $\mu(x; A)$ , где  $A \subseteq \mathfrak{N}$ . Из теоремы 9 следует, что если  $f$  — гармоническая функция, то функцию  $f(\Gamma)$  можно рассматривать на пространстве  $\mathfrak{N}$ . Мы будем ее обозначать через  $\hat{f}(N)$  ( $N \in \mathfrak{N}$ ).

**Теорема 10.** Для любой гармонической функции  $f$  и любой точки  $x$  пространства  $\mathfrak{M}$  имеет место формула  $f(x) = \int_{\mathfrak{N}} \hat{f}(N) \mu(x; dN)$ .

**Теорема 11.** Если  $\varphi(N)$  ( $N \in \mathfrak{N}$ ) — произвольная непрерывная функция на  $\mathfrak{N}$ , то функция  $f(x) = \int_{\mathfrak{N}} \varphi(N) \mu(x; dN)$  является гармонической и  $\hat{f}(N) = \varphi(N)$ .

Пусть  $\Gamma_0$  — произвольный  $n$ -пучок. Из теоремы 9 следует, что если функция  $f$  гармоническая, то функцию  $f(\Gamma)$  можно рассматривать как функцию на пространстве  $\mathfrak{M}(\Gamma)$ , которую мы будем обозначать через  $\hat{f}(M)$  ( $M \in \mathfrak{M}(\Gamma)$ ).

**Теорема 12.** Для любого  $n$ -пучка  $\Gamma$  и любой гармонической функции  $f$  функция  $\hat{f}(M)$  есть гармоническая функция на пространстве  $\mathfrak{M}(\Gamma)$  и таким образом можно получить любую гармоническую функцию на  $\mathfrak{M}(\Gamma)$ .

**Теорема 13.** Пусть  $x_1, x_2$  — две разные точки пространства  $\mathfrak{M}$  и  $\Gamma$  — произвольный  $n$ -пучок. Существуют гармонические функции  $f_1$  и  $f_2$  такие, что  $f_1(x_1) \neq f_1(x_2)$  и  $f_2(x_1) \neq f_2(x_2)$ .

Теорема 13 позволяет ввести замыкание  $\overline{\mathfrak{M}}$  пространства  $\mathfrak{M}$ , считая последовательность  $x_1, \dots, x_n, \dots$  точек из  $\mathfrak{M}$  сходящейся, если  $\lim_{n \rightarrow \infty} f(x_n)$  существует для любой гармонической функции  $f$ . При этом две такие последовательности  $x_1, \dots, x_n, \dots$  и  $y_1, \dots, y_n, \dots$  считаются сходящимися к одной и той же точке, если  $\lim_{n \rightarrow \infty} f(x_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} f(y_n)$  для любой гармониче-

ской функции  $f$ . Из теорем 10 и 11 легко следует компактность пространства  $\overline{\mathfrak{M}}$ .

Для случая, когда пространство  $\mathfrak{M}$  реализовано в виде однородной ограниченной области  $D$  в комплексном пространстве, близкие результаты получены в (6). Отметим, однако, что введенное здесь замыкание  $\overline{\mathfrak{M}}$  пространства  $\mathfrak{M}$  не совпадает, вообще говоря, с замыканием  $\overline{D}$  области  $D$ .

Автор пользуется случаем выразить свою благодарность И. И. Пятецкому-Шапиро, который привлек его внимание к рассматриваемым здесь вопросам и с которым эти вопросы, особенно в начальной стадии работы, многократно и плодотворно обсуждались.

Московский институт  
инженеров железнодорожного транспорта  
им. И. В. Сталина

Поступило  
11 XI 1958

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> Э. К а р т а н, Геометрия римановых пространств, М.—Л., 1936. <sup>2</sup> К. N o m i z u, Am. J. Math., 76, № 1, 33 (1954). <sup>3</sup> И. М. Г е л ь ф а н д, М. А. Н а й м а р к, Тр. Матем. инст. им. В. А. Стеклова АН СССР, 36 (1950). <sup>4</sup> И. М. Г е л ь ф а н д, М. И. Г р а е в, Тр. Мск. матем. общ., 8 (1959). <sup>5</sup> Ф. А. Б е р е з и н, И. М. Г е л ь ф а н д, Тр. Мск. матем. общ., 5 (1956). <sup>6</sup> D. L o w d e n s l a g e r, Ann. Math., 67, № 3, 467 (1958).

П. И. КОВАЛЬ

# АСИМПТОТИЧЕСКОЕ ПОВЕДЕНИЕ РЕШЕНИЙ ПОЧТИ ТРЕУГОЛЬНЫХ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ РАЗНОСТНЫХ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

(Представлено академиком С. Л. Соболевым 8 X 1958)

Асимптотическому поведению решений систем линейных разностных и, особенно, дифференциальных уравнений посвящены многочисленные работы. В монографиях <sup>(1,2)</sup> изложены основные результаты и приведена обширная библиография по этому вопросу. В статье автора <sup>(3)</sup> указан один способ приведения таких систем к почти диагональному виду.

В настоящей работе исследовано асимптотическое поведение решений почти треугольных систем линейных разностных и дифференциальных уравнений. Выделен довольно широкий класс систем и указаны линейные подстановки, с помощью которых они могут быть приведены к почти треугольному виду. Для этих систем матрицы и их пределы могут иметь кратные характеристические числа. Найдены асимптотические выражения решений.

1°. Одним из простейших разностных матричных уравнений, решения которых могут быть получены в конечном виде, является треугольное уравнение

$$Y_{s+1} = R_s Y_s \quad (s \geq s_0, \text{ т. е. } s = s_0, s_0 + 1, \dots), \quad (1)$$

где  $Y_s$  — искомая матрица;  $R_s$  — заданная неособенная нижняя треугольная матрица. Одним из решений этого уравнения является матрица

$$Y_s = R_{s-1} R_{s-2} \dots R_{s_0} Y_{s_0} \quad (s \geq s_0 + 1).$$

Наряду с треугольным уравнением (1) будем рассматривать почти треугольное уравнение

$$X_{s+1} = (R_s + C_s) X_s \quad (s \geq s_0), \quad (2)$$

где  $X_s$  — искомая матрица;  $R_s = \|r_{ijs}\|_1^n$  ( $r_{ijs} \equiv 0$ , когда  $i < j$ ) — заданная матрица уравнения (1); заданная матрица  $C_s = \|c_{ijs}\|_1^n$ .

Требуется выяснить: когда и в каком смысле уравнение (2) имеет решение, близкое к решению уравнения (1)? Теорема 1 дает ответ на эту задачу.

**Теорема 1.** Уравнение (2) имеет решение  $X_s$ , асимптотически равное решению  $Y_s$  уравнения (1), именно  $X_s = Y_s + H_s F_s$ , где матрица  $H_s \rightarrow 0$ , когда  $s \rightarrow \infty$ , и  $F_s$  — диагональная матрица, составленная из диагональных элементов матрицы  $Y_s$ , если матрицы  $R_s$  и  $C_s$  удовлетворяют следующим условиям:

а) начиная с некоторого значения  $S_0 \geq s_0$ , либо  $\phi_{ijs} = |r_{iis} : r_{jjs}| \leq 1$ , либо  $\phi_{ijs} \geq 1$  ( $i, j = 1, 2, \dots, n$ );



$$б) \sum_{v_t=S_0}^{\infty} \left[ |r_{pqv_t} : r_{jiv_t}| \dots \sum_{v_1=\alpha_{k1}}^{\beta_{k1}} \left( |r_{kiv_1} : r_{jiv_1}| \sum_{v_0=\alpha_{i0}}^{\beta_{i0}} \theta_{ijv_0} \right) \right] \leq u_s, < \infty \quad (3)$$

$$(i, j = 1, 2, \dots, n; t = 0, 1, 2, \dots, n-i;$$

$$k = i+1, i+2, \dots, n-t+1; \dots; p = q+1, q+2, \dots, n),$$

$$\alpha_{\tau p} = S_0, \beta_{\tau p} = v_{p+1} - 1, \quad \text{когда} \quad \pi_{\tau p} = \prod_{s=S_0}^{\infty} \psi_{\tau ps} = 0,$$

$$\alpha_{\tau p} = v_{p+1}, \beta_{\tau p} = \infty, \quad \text{когда} \quad \pi_{\tau p} > 0,$$

где  $Y_s F_{s+1}^{-1} = Q_s = \|q_{ijs}\|_1^n$  и  $\theta_{ijv_0}$  может быть равно  $\sum_{k=1}^n |c_{ikv_0} : r_{jiv_0}|$  и

$$\sum_{k=1}^n |c_{ikv_0} q_{kiv_0}|.$$

В процессе доказательства теоремы уравнение (2) с помощью подстановки  $X_s = Y_s + H_s F_s$  приводится сначала к разностному уравнению, а затем к суммарному уравнению, и при решении последнего применяется метод последовательных приближений.

Пример 1.

$$X_{s+1} = (R_s + C_s) X_s \quad (s = 1, 2, \dots), \quad X_1 = E,$$

где матрицы  $R_s = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$  и  $C_s = 2^{-s} \begin{bmatrix} 1 & s^{-1} \\ 2 & 2s^{-1} \end{bmatrix}$  удовлетворяют условиям (3).

Решением уравнения  $Y_{s+1} = R_s Y_s$  ( $s \geq 1$ ),  $Y_1 = E$ , является матрица  $Y_s = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ s-1 & 1 \end{bmatrix}$ . Тогда  $F_s = E$  и  $X_s = Y_s + H_s \sim Y_s$ . При этом, если  $H_s = \| \gamma_{ijs} \|_1^2$ , то  $|\gamma_{ijs}| < 2^{5-s}$  ( $i, j = 1, 2$ ).

2°. Путем приведения к почти треугольному виду (2) можно исследовать асимптотическое поведение решений уравнения более общего вида

$$Z_{s+1} = (A_s + P_s) Z_s \quad (s \geq s_0). \quad (4)$$

Предполагая, что это уравнение (4) не является почти треугольным, требуется выяснить, в каком случае и с помощью какой подстановки оно может быть приведено к почти треугольному виду, и таким путем найти асимптотическое выражение его решений.

Теорема 2. Положим, что для уравнения (4):

а) существует неособенная предельная матрица  $A = \lim_{s \rightarrow \infty} A_s$ ;

б) вместе с жордановой формой  $J_s$  матрицы  $A_s$  условию (3) удовлетворяют матрицы  $(\Delta A_s)^* = (A_{s+1} - A_s)^* = \|A_{s+1} - A_s\| \cdot \|1\|_1^n$  и  $\|P_s\| \cdot \|1\|_1^n$ , полученные соответственно из матриц  $\Delta A_s$  и  $P_s$  заменой всех их элементов соответственно нормами \* этих матриц;

в) неособенные матрицы  $B_s$  и  $B$ , фундаментальные \*\* соответственно для матриц  $A_s$  и  $A$ , взяты таким образом, что  $\lim_{s \rightarrow \infty} B_s = B$  и их произвольные элементы постоянные.

Тогда с помощью линейной подстановки  $Z_s = B_s X_s$  уравнение (4) приводится к почти треугольному виду (2) и имеет решение, асимптотическим выражением которого является произведение  $B_s Y_s$ , где матрица  $Y_s$  — решение уравнения  $Y_{s+1} = J_s Y_s$  ( $s \geq s_0$ ).

\* Под нормой матрицы  $A = \|a_{ij}\|_1^n$  мы понимаем число  $\|A\| = \max_{1 \leq i \leq n} \sum_{j=1}^n |a_{ij}|$ .

\*\* Фундаментальной для матрицы  $A$  называется матрица, составленная из собственных векторов этой матрицы  $A$ .

И. М. Рапопорт <sup>(1)</sup> доказал, что когда матрица  $A = \lim_{s \rightarrow \infty} A_s$  не имеет кратных характеристических чисел, то, в силу предположений теоремы 2, условия (3) удовлетворяют матрицы  $J_s$  (диагональная) и  $(\Delta B_s)^*$ . При доказательстве теоремы 2 установлено, что это имеет место и в случае, когда матрицы  $A_s$  и  $A$  имеют кратные характеристические числа.

Пример 2.

$$Z_{s+1} = A_s Z_s, \quad A_s = \begin{vmatrix} 3 + \alpha_s & 1 \\ -1 & 1 + \alpha_s \end{vmatrix}, \quad \alpha_s = \sum_{k=1}^{s-1} k^{-4} \quad (s = 1, 2, \dots).$$

Это уравнение не является почти треугольным. Матрицы  $A_s$  и  $A = \lim_{s \rightarrow \infty} A_s$  имеют кратные характеристические числа.

Матрицы  $J_s = \begin{vmatrix} 2 + \alpha_s & 0 \\ 1 & 2 + \alpha_s \end{vmatrix}$  и  $(\Delta A_s)^* = s^{-4} \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$  удовлетворяют условиям (3). Решением уравнения  $Y_{s+1} = J_s Y_s$  ( $s \geq 1$ ),  $Y_1 = E$ , будет матрица  $Y_s = a_s \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ b_s & 1 \end{vmatrix}$ ,  $a_s = \prod_{k=1}^{s-1} (2 + \alpha_k)$ ,  $b_s = \sum_{k=1}^{s-1} (2 + \alpha_k)^{-1}$ . Можно взять  $B_s = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}$ . Тогда  $Z_s \sim B_s Y_s = a_s \begin{vmatrix} b_s & 1 \\ 1 - b_s & -1 \end{vmatrix}$ .

Отметим, что матрицы  $A_s$  и  $A = \lim_{s \rightarrow \infty} A_s$  примера 2 имеют кратные характеристические числа. Поэтому к рассматриваемой системе не применимы способы, разработанные в <sup>(1,2)</sup>.

3°. Изложенные выше результаты, относящиеся к асимптотическому поведению решений систем линейных разностных уравнений, переносятся на дифференциальные уравнения.

Как и выше, будем рассматривать дифференциальные матричные треугольное и почти треугольное уравнения:

$$Y'(t) = R(t) Y(t) \quad (t \geq t_0); \quad (5)$$

$$X'(t) = [R(t) + C(t)] X(t) \quad (t \geq t_0). \quad (6)$$

При этом будем предполагать, что нижняя треугольная матрица  $R(t)$  неособенная и уравнение (5) имеет неособенное решение  $Y(t)$ .

Теорема 3. Уравнение (6) имеет решение  $X(t)$ , асимптотически равное решению  $Y(t)$  уравнения (5), именно  $X(t) = Y(t) + H(t) F(t)$ , где матрица  $H(t) \rightarrow 0$ , когда  $t \rightarrow \infty$ , и  $F(t)$  — диагональная матрица, составленная из диагональных элементов матрицы  $Y(t)$ , если матрицы  $R(t)$  и  $C(t)$  удовлетворяют следующим условиям:

а) начиная с некоторого значения  $T_0 \geq t_0$ , либо  $\rho_{ij}(t) = \operatorname{Re} [r_{ii}(t) - r_{jj}(t)] \geq 0$ , либо  $\rho_{ij}(t) \leq 0$  ( $i, j = 1, 2, \dots, n$ ).

$$\begin{aligned} \text{б)} \quad \int_{T_0}^{\infty} |r_{kl}(t_k)| \int_{\alpha_{li}(t_k)}^{\beta_{li}(t_k)} |r_{lp}(t_l)| \cdots \int_{\alpha_{qj}(t_q)}^{\beta_{qj}(t_q)} |r_{q1}(t_q)| \int_{\alpha_{ij}(t_q)}^{\beta_{ij}(t_q)} \alpha_{ij}(t_i) dt_i dt_q \cdots dt_l dt_k \leq \\ \leq U(T_0) < \infty \end{aligned} \quad (7)$$

$$(i, j = 1, 2, \dots, n; n \geq k > l > p > \dots > q > 1),$$

$$\alpha_{su}(t) = t_0, \quad \beta_{su}(t) = t, \quad \text{когда} \quad \gamma_{su} = \int_{T_0}^{\infty} \rho_{su}(t) dt = -\infty,$$

$$\alpha_{su}(t) = t, \quad \beta_{su}(t) = \infty, \quad \text{когда} \quad \gamma_{su} > -\infty,$$

где  $Y'(t)F^{-1}(t) = Q(t) = \|q_{ij}(t)\|_1^n$  и  $\tau_{ij}(t)$  может быть равно  $\sum_{k=1}^n |c_{ik}(t)|$  и  $\sum_{k=1}^n |c_{ik}(t)q_{kj}(t)|$ . Интеграл этого условия может быть однократным.

Пример 3.

$$X'(t) = [R(t) + C(t)]X(t) \quad (t \geq 0), \quad X(0) = E,$$

где матрицы  $R(t) = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$  и  $C(t) = e^{-t} \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$  удовлетворяют условиям (7). Решением соответствующего треугольного уравнения  $Y'(t) = R(t)Y(t)$  ( $t \geq 0$ ),  $Y(0) = E$ , будет матрица  $Y(t) = e^t \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ t & 1 \end{vmatrix}$ . Поэтому  $X(t) \sim Y(t)$ .

Во многих случаях с помощью линейной подстановки к почти треугольному виду (6) можно привести уравнение более общего вида

$$Z'(t) = [A(t) + C(t)]Z(t) \quad (t \geq t_0) \quad (8)$$

и таким путем найти асимптотическое выражение его решений.

Теорема 4. Положим, что для уравнения (8):

а) существует неособенная предельная матрица  $A = \lim_{t \rightarrow \infty} A(t)$ ;

б) вместе с жордановой формой  $J(t)$  матрицы  $A(t)$  условиям (7) удовлетворяют матрицы  $\|A'(t)\| \cdot \|1\|_1^n$  и  $\|P(t)\| \cdot \|1\|_1^n$ , полученные соответственно из матриц  $A'(t)$  и  $P(t)$  заменой всех их элементов нормами этих матриц;

в) неособенные матрицы  $B(t)$  и  $B$ , фундаментальные соответственно для матриц  $A(t)$  и  $A$ , выбраны таким образом, что  $\lim_{t \rightarrow \infty} B(t) = B$ , и их произвольные элементы постоянны.

Тогда уравнение (8) с помощью линейной подстановки  $Z(t) = B(t)X(t)$  приводится к почти треугольному виду (6) и имеет решение  $Z(t)$ , асимптотически равное произведению  $B(t)Y(t)$ , т. е.  $Z(t) \sim B(t)Y(t)$ , где матрица  $Y(t)$  — решение уравнения  $Y'(t) = J(t)Y(t)$  ( $t \geq t_0$ ).

Киевский государственный педагогический институт  
им. А. М. Горького

Поступило  
8 X 1958

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> И. М. Рапопорт, О некоторых асимптотических методах в теории дифференциальных уравнений, 1954. <sup>2</sup> Р. Беллман, Теория устойчивости решений дифференциальных уравнений, ИЛ, 1954. <sup>3</sup> П. И. Коваль, ДАН, **114**, № 5 (1957).



Н. М. КОРОБОВ

# О ПРИБЛИЖЕННОМ ВЫЧИСЛЕНИИ КРАТНЫХ ИНТЕГРАЛОВ

(Представлено академиком И. М. Виноградовым 21 XI 1958)

Пусть  $p > 3$  — простое. Для целого  $n \geq 1$  обозначим через  $H(z_1, \dots, z_n)$  сумму

$$H(z_1, \dots, z_n) = \sum_{k=1}^{p-1} \left[ 1 - 2 \ln \left( 2 \sin \pi \left\{ \frac{kz_1}{p} \right\} \right) \right] \dots \left[ 1 - 2 \ln \left( 2 \sin \pi \left\{ \frac{kz_n}{p} \right\} \right) \right],$$

где  $z_1, \dots, z_n$  — произвольные целые из интервала  $1 \leq z \leq p-1$  и  $\left\{ \frac{kz_v}{p} \right\}$  — дробная доля числа  $\frac{kz_v}{p}$ .

Целые  $a_1, a_2, \dots$  будем называть оптимальными коэффициентами, если  $1 \leq a_1 \leq p-1$  и при заданных  $a_1, \dots, a_v$  ( $v \geq 1$ ) величина  $a_{v+1}$  равна одному из значений  $z$  ( $1 \leq z \leq p-1$ ), при которых достигается минимум  $H(a_1, \dots, a_v, z)$ .

Рассмотрим функцию  $f(x_1, \dots, x_s)$ , заданную в единичном  $s$ -мерном кубе ( $s \geq 1$ ) абсолютно сходящимся рядом Фурье:

$$f(x_1, \dots, x_s) = \sum_{m_1, \dots, m_s = -\infty}^{\infty} C(m_1, \dots, m_s) e^{2\pi i(m_1 x_1 + \dots + m_s x_s)}. \quad (1)$$

**Теорема 1.** Если существуют константы  $\alpha > 1$  и  $C = C(s)$  такие, что для коэффициентов Фурье функции  $f(x_1, \dots, x_s)$  выполняется условие

$$|C(m_1, \dots, m_s)| \leq \frac{C}{[ (|m_1| + 1) \dots (|m_s| + 1) ]^\alpha},$$

то для всякого набора оптимальных коэффициентов  $a_1, a_2, \dots$  при  $\xi_v(k) = \left\{ \frac{ka_v}{p} \right\}$  ( $v = 1, 2, \dots, s$ ) для любого  $\varepsilon > 0$  справедлива оценка

$$\int_0^1 \dots \int_0^1 f(x_1, \dots, x_s) dx_1 \dots dx_s = \frac{1}{p} \sum_{k=1}^p f[\xi_1(k), \dots, \xi_s(k)] = O\left(\frac{1}{p^{\alpha-\varepsilon}}\right); \quad (2)$$

**Доказательство.** Пусть  $a_1, a_2, \dots$  — оптимальные коэффициенты. Легко проверить, что  $H(a_1) = p-1-2\ln p < p$ . Применяя индукцию, получим

$$\begin{aligned} H(a_1, \dots, a_{n+1}) &= \min_{1 \leq z \leq p-1} H(a_1, \dots, a_n, z) \leq \\ &\leq \frac{1}{p-1} \sum_{k=1}^{p-1} H(a_1, \dots, a_n, z) = \frac{p-1-2\ln p}{p-1} H(a_1, \dots, a_n) < p. \end{aligned}$$

Таким образом, для всякого  $s \geq 1$

$$H(a_1, \dots, a_s) < p. \quad (3)$$

Пусть величины  $\delta(a)$  и  $\tau_m$  определены равенствами:

$$\delta(a) = \begin{cases} 1 & \text{при } a \equiv 0 \pmod{p}, \\ 0 & \text{при } a \not\equiv 0 \pmod{p}, \end{cases} \quad \tau_m = \begin{cases} 1 & \text{при } m = 0, \\ 0 & \text{при } m \neq 0. \end{cases}$$

Для  $\alpha \geq 1$  обозначим через  $T_\alpha(a_1, \dots, a_s)$  сумму

$$T_\alpha(a_1, \dots, a_s) = \sum_{m_1, \dots, m_s = -(p-1)}^{p-1} \frac{\delta(a_1 m_1 + \dots + a_s m_s)}{[ (|m_1| + \tau_{m_1}) \dots (|m_s| + \tau_{m_s}) ]^\alpha},$$

где  $\Sigma'$  означает, что при суммировании исключается система  $m_1 = \dots = m_s = 0$ . Пользуясь для  $0 < x < 1$  равенством

$$1 - 2 \ln(2 \sin \pi x) = \sum_{m=-(p-1)}^{p-1} \frac{e^{2\pi i m x}}{|m| + \tau_m} + \frac{\theta}{p(x)},$$

где  $\theta = \theta(p, x)$ ,  $|\theta| \leq 1$  и  $(x)$  означает расстояние от  $x$  до ближайшего целого, получим соотношение, связывающее величины  $H(a_1, \dots, a_s)$  и  $T_1(a_1, \dots, a_s)$ :

$$p T_1(a_1, \dots, a_s) = H(a_1, \dots, a_s) - p + 2\theta_1 s (3 + 2 \ln p)^s, \quad |\theta_1| \leq 1.$$

Отсюда в силу (3) следует оценка

$$T_1(a_1, \dots, a_s) \leq \frac{2s(3 + 2 \ln p)^s}{p}.$$

Замечая, что

$$T_\alpha(a_1, \dots, a_s) \leq \left[ \sum_{m_1, \dots, m_s = -(p-1)}^{p-1} \frac{\delta(a_1 m_1 + \dots + a_s m_s)}{(|m_1| + \tau_{m_1}) \dots (|m_s| + \tau_{m_s})} \right]^\alpha = T_1^\alpha(a_1, \dots, a_s),$$

для всякого действительного  $\alpha \geq 1$  получим

$$T_\alpha(a_1, \dots, a_s) \leq \frac{[2s(3 + 2 \ln p)^s]^\alpha}{p^\alpha}. \quad (4)$$

Пусть теперь  $\alpha > 1$ . Обозначим через  $R$  разность между средним значением функции  $f(x_1, \dots, x_s)$  и ее интегралом:

$$R = \frac{1}{p} \sum_{k=1}^p f[\xi_1(k), \dots, \xi_s(k)] - \int_0^1 \dots \int_0^1 f(x_1, \dots, x_s) dx_1 \dots dx_s.$$

Пользуясь разложением (1), в силу определения величин  $\xi_v(k)$  получим

$$R = \sum_{m_1, \dots, m_s = -\infty}^{\infty} C(m_1, \dots, m_s) \delta(a_1 m_1 + \dots + a_s m_s), \quad (5)$$

$$|R| \leq C \sum_{m_1, \dots, m_s = -(p-1)}^{p-1} \frac{\delta(a_1 m_1 + \dots + a_s m_s)}{[ (|m_1| + 1) \dots (|m_s| + 1) ]^\alpha} + C \sum_1 \frac{\delta(a_1 m_1 + \dots + a_s m_s)}{[ (|m_1| + 1) \dots (|m_s| + 1) ]^\alpha}, \quad (6)$$

где суммирование в  $\Sigma_1$  распространено на системы  $m_1, \dots, m_s$ , в которых хотя бы для одной из величин  $m_v$  будет  $|m_v| \geq p$ .

Легко видеть, что из (4) для всякого  $\varepsilon > 0$  следует оценка

$$\sum_{m_1, \dots, m_s = -(p-1)}^{p-1} \frac{\delta(a_1 m_1 + \dots + a_s m_s)}{[ (|m_1| + 1) \dots (|m_s| + 1) ]^\alpha} \leq T_\alpha(a_1, \dots, a_s) = o\left(\frac{1}{p^{\alpha-\varepsilon}}\right).$$

Оценим теперь сумму  $\Sigma_1$ :

(7)

$$\begin{aligned} & \sum_1 \frac{\delta(a_1 m_1 + \dots + a_s m_s)}{[ (|m_1| + 1) \dots (|m_s| + 1) ]^\alpha} \leq \\ & \leq \sum_{v=1}^s \sum_{m_1, \dots, m_{v-1}, m_{v+1}, \dots, m_s = -\infty}^{\infty} \sum_{|m_v| \geq p} \frac{\delta(a_1 m_1 + \dots + a_s m_s)}{[ (|m_1| + 1) \dots (|m_s| + 1) ]^\alpha}. \end{aligned} \quad (8)$$

Представляя  $m_v$  в виде  $m_v = m'_v p + r_v$  ( $m'_v \neq 0$ ,  $|r_v| \leq \frac{p-1}{2}$ ) и замечая, что в сумме (8) каждой фиксированной системе  $m_1, \dots, m_{v-1}, m_{v+1}, \dots, m_s$  соответствует единственное значение  $r_v$ , при котором слагаемые отличны от нуля, получим

$$\sum_1 \frac{\delta(a_1 m_1 + \dots + a_s m_s)}{[ (|m_1| + 1) \dots (|m_s| + 1) ]^\alpha} \leq \frac{s \cdot 2^\alpha \left(1 + \frac{2\alpha}{\alpha-1}\right)^s}{p^\alpha} = O\left(\frac{1}{p^\alpha}\right). \quad (9)$$

Из оценок (6), (7) и (9) следует утверждение теоремы.

**Теорема 2.** Для всякого  $\alpha > 1$  существует функция  $f(x_1, \dots, x_s)$ , коэффициенты Фурье которой удовлетворяют условию

$$|C(m_1, \dots, m_s)| \leq \frac{C}{[ (|m_1| + 1) \dots (|m_s| + 1) ]^\alpha}$$

такая, что, каковы бы ни были целые  $a_1, a_2, \dots$ , при  $\xi_v(k) = \left\{ \frac{k a_v}{p} \right\}$  ( $v = 1, 2, \dots, s$ ) будет

$$\left| \int_0^1 \dots \int_0^1 f(x_1, \dots, x_s) dx_1 \dots dx_s - \frac{1}{p} \sum_{k=1}^p f[\xi_1(k), \dots, \xi_s(k)] \right| > \frac{1}{p^\alpha}.$$

Для доказательства теоремы достаточно рассмотреть функцию

$$f(x_1, \dots, x_s) = \sum_{m_1, \dots, m_s = -\infty}^{\infty} \frac{e^{2\pi i(m_1 x_1 + \dots + m_s x_s)}}{[1/2 (|m_1| + 1) \dots (|m_s| + 1)]^\alpha}$$

и в выражении (5) выделить слагаемое, получающееся при  $m_1 = p, m_2 = \dots = m_s = 0$ .

Оценка, указанная в теореме 1, сильнее оценок, найденных другими методами в работах (1,2). Так например, пусть функция  $f(x_1, \dots, x_s)$  задана рядом (1) и имеет непрерывную производную  $\frac{\partial^{2s} f(x_1, \dots, x_s)}{\partial x_1^2 \dots \partial x_s^2}$ . Тогда

для разности  $R$  между интегралом функции  $f(x_1, \dots, x_s)$  и ее средним



значением, взятым в  $p$  точках, из работ <sup>(1,2)</sup> следуют соответственно оценки

$$R = O\left(\frac{1}{Vp}\right) \quad \text{и} \quad R = O\left(\frac{1}{p^\beta}\right),$$

где  $\beta = \frac{8s}{14s-3} \sim \frac{4}{7}$  \*.

Из теоремы 1 настоящей работы получаем в этом случае

$$R = o\left(\frac{1}{p^{2-\varepsilon}}\right).$$

Теорема 2 показывает, что оценка (2) для  $\xi_v(k) = \left\{\frac{ka_v}{p}\right\}$  уже не допускает дальнейшего существенного улучшения.

Математический институт им. В. А. Стеклова  
Академии наук СССР

Поступило  
19 XI 1958

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> Н. М. Коробов, ДАН, 115, № 6, 1062 (1957). <sup>2</sup> L. C. Hsu, L. W. Lin, Sci. Record, New. Ser., 2, № 7, 215 (1958).

---

\* Точнее, в работе <sup>(2)</sup> оценка  $R = O\left(\frac{1}{p^\beta}\right)$  получена в предположении, что кроме  $\frac{\partial^{2s} f(x_1, \dots, x_s)}{\partial x_1^2 \dots \partial x_s^2}$  существует также и все производные  $\frac{\partial^{2s} f(x_1, \dots, x_s)}{\partial x_1^{\alpha_1} \dots \partial x_s^{\alpha_s}}$ , где  $\alpha_1 + \dots + \alpha_s = 2s$  и  $\alpha_v$  — любые целые из интервала  $0 \leq \alpha_v \leq 2s$ .

Н. Н. МЕЙМАН

# О НУЛЯХ ОДНОГО КЛАССА НЕОДНОЗНАЧНЫХ ФУНКЦИЙ

(Представлено академиком Л. С. Понтрягиным 6 XI 1958)

1°. Рассматриваются области  $\mathfrak{G}$  со следующими свойствами: 1) точка  $z = \infty$  является внутренней или граничной точкой; 2)  $\mathfrak{G}$  — граница  $\mathfrak{G}$  — состоит из конечного или счетного числа кусочно-аналитических компонент, причем любой круг пересекается лишь с конечным числом компонент границы; 3) каждая точка границы достижима и имеет угловую окрестность, не содержащую других точек границы. Под  $\mathfrak{G}$  понимается универсальная накрывающая области  $\mathfrak{G}$ . Через  $\mathfrak{G}_\beta$  будем обозначать область  $\mathfrak{G}$ , граница которой состоит из системы  $\beta$  интервалов вещественной оси. Случай, когда  $\beta$  состоит из одного бесконечного интервала  $-\infty < x < +\infty$ , будем называть особым и всегда специально оговаривать. Под  $\mathfrak{G}$  в особом случае будем понимать верхнюю или нижнюю полуплоскость. Однозначную аналитическую в  $\mathfrak{G}$  ( $\mathfrak{G}$ ) функцию  $f(z)$  будем называть допустимой в  $\mathfrak{G}$  ( $\mathfrak{G}$ ), если  $f(z) = g(z) + ih(z)$ , где компоненты  $g(z)$  и  $h(z)$  — однозначные аналитические вплоть до регулярных точек границы  $\mathfrak{G}$  ( $\mathfrak{G}$ ) и вещественны на границе  $\mathfrak{G}$  ( $\mathfrak{G}$ ). Под  $\bar{f}(z)$  понимается функция  $\bar{f}(z) = g(z) - ih(z)$ . На границе  $\bar{f}(z) = \overline{f(z)}$ .

Определим в  $\mathfrak{G}$  ( $\mathfrak{G}$ ) следующие классы допустимых функций (предполагая, что компоненты  $g(z)$  и  $h(z)$  не имеют общих нулей):

I. Класс  $H$  функций, не имеющих в  $\mathfrak{G}$  ( $\mathfrak{G}$ ) нулей.

II. Класс  $B$  функций, удовлетворяющих для всякого  $\eta > 0$  неравенству  $|\bar{f}(z) : f(z)| < 1 + \eta$  при  $\rho(z) > R_f(\eta)$ , где  $\rho(z)$  — нижняя грань длин кривых, соединяющих точку  $z$  области  $\mathfrak{G}$  ( $\mathfrak{G}$ ) с фиксированной на каком-нибудь листе точкой  $z = 0$ .

III. Класс  $HB$ , являющийся пересечением классов  $H$  и  $B$ . Элементы класса  $HB$  характеризуются неравенством

$$|\bar{f}(z) : f(z)| < 1, \quad z \in \mathfrak{G} (\mathfrak{G})^*.$$

Будем пользоваться стандартным обозначением  $\tau(z)$  для функции, допустимой в  $\mathfrak{G}$  ( $\mathfrak{G}$ ), вещественной на границе  $\mathfrak{G}$  ( $\mathfrak{G}$ ) и отображающей  $\mathfrak{G}$  ( $\mathfrak{G}$ ) в полуплоскость  $\text{Im } \tau \geq 0$ . В частности, возможно  $\tau(z) \equiv 0$ .

Справедлива следующая теорема типа Фрагмена — Линделефа:

Теорема 1. Пусть  $\varphi(z)$  мероморфная в  $\mathfrak{G}$  функция и на границе  $\mathfrak{G}$   $|\varphi(x)| \leq 1$ . Если при любом  $\varepsilon > 0$   $|\varphi(z)| < M_\varepsilon |e^{-i\varepsilon\tau(z)}|$  при

\* В работе (1) класс  $HB$  определялся обратным неравенством, т. е. элементом класса  $HB$  называлась не функция  $f(z)$ , а функция  $\bar{f}(z)$ , что весьма осложняло формулировки ряда теорем. Все результаты работы (1), за исключением теоремы 4, верны не только для областей типа  $\mathfrak{G}_\beta$  ( $\mathfrak{G}_\beta$ ), но и для областей типа  $\mathfrak{G}$  ( $\mathfrak{G}$ ).

$\rho(z) > R_\varphi(\varepsilon, M_\varepsilon)$ , то при любом  $\eta > 0$   $|\varphi(z)| < 1 + \eta$  при  $\rho(z) > R_\varphi(\eta)$ . Если функция  $\varphi(z)$  не имеет в  $\tilde{\mathfrak{G}}$  полюсов, то  $|\varphi(z)| < 1$ ,  $z \in \tilde{\mathfrak{G}}$ .

Следствие. Если функция  $f(z)$  удовлетворяет в  $\mathfrak{G}(\tilde{\mathfrak{G}})$  неравенству  $|\bar{f}(z):f(z)| < M_\varepsilon |e^{-i\varepsilon\tau(z)}|$  при  $\rho(z) > R_f(M_\varepsilon, \varepsilon)$ , то  $f(z) \in B$  в  $\mathfrak{G}(\tilde{\mathfrak{G}})$ .

2°. В особом случае класс допустимых функций совпадает с классом целых функций и классы  $B$  и  $HB$  были изучены в работах (2-4). Эти исследования опирались на теоремы Иверсена о достижимости всех точек границы римановой поверхности мероморфной функции и о поведении мероморфной функции в односвязной области, вдоль границы которой функция стремится к асимптотическим значениям (см., например, (4), стр. 79 и 229). При переходе от особого случая к общему полученные в работах (2, 3) результаты модифицируются в соответствии с модификацией теорем Иверсена.

Пусть  $M$  — множество точек области  $\mathfrak{G}(\tilde{\mathfrak{G}})$ , в которых  $|\zeta(z)| = |\bar{f}(z):f(z)| > 1$ , а  $\dot{M}$  — граница  $M$ . Пусть  $z = z(\zeta)$  — функция, обратная к  $\zeta(z)$ , рассматриваемой лишь в  $\mathfrak{G}(\tilde{\mathfrak{G}})$ ;  $N$  — прообраз множества  $M$  на римановой поверхности функции  $z(\zeta)$  и  $\dot{N}$  — граница  $N$ . Пусть  $U$  — некоторая компонента  $M$  и  $V$  — соответствующая компонента  $N$ ; граничные точки  $V$  соответствуют либо граничным точкам  $U$ , либо асимптотическим значениям с путями в  $U$ . Если  $f(z) \in B$ , то асимптотические значения  $f(z)$  в  $U$  по модулю равны 1 и вся граница  $V$  лежит над окружностью  $|\zeta| = 1$ .

Теорема 2. Утверждения  $f(z) \in B$  и множество  $N$  состоит из конечного числа полных листов, расположенных над областью  $|\zeta| > 1$  эквивалентны. Число нулей  $f(z)$  в  $\mathfrak{G}(\tilde{\mathfrak{G}})$  равно числу листов  $N$ .

Определение. Граничной кратностью точки  $z$  называется кратность, с которой точка  $z$  входит в границу  $M$ .

Теорема 3. Пусть  $f(z) = g(z) + ih(z)$  — допустимая в  $\tilde{\mathfrak{G}}$  функция и точка  $z_0$  является  $k$ -кратным корнем уравнения  $h(z)/g(z) = \lambda$ , где  $\lambda$  вещественно ( $\lambda = \infty$  не исключается). Тогда граничная кратность точки  $z_0$  есть целое число, равное:  $k$ , если  $z_0 \in \tilde{\mathfrak{G}}$ ;  $1/2\alpha k$ , если  $z_0$  является угловой точкой границы с раствором  $\alpha\pi$  и  $\alpha k$  четное;  $1/2(\alpha k + \varepsilon)$ , если  $\alpha k$  нечетное. При этом  $\varepsilon = -1$ , если  $\arg f(z)$  убывает в точке  $z_0$ ;  $\varepsilon = +1$ , если  $\arg f(z)$  возрастает в точке  $z_0$ .

Примечание. Для допустимых в  $\mathfrak{G}(\tilde{\mathfrak{G}})$  функций величины  $\alpha k$  являются целыми положительными числами.

Определение. Сумма граничных кратностей всех корней уравнения  $h(z):g(z) = \lambda$  называется  $\lambda$ -индексом функции  $f(z) = g(z) + ih(z)$  и обозначается через  $S_\lambda f$ .

Теорема 4. Индекс  $S_\lambda f$  функции класса  $B$  относительно области  $\mathfrak{G}(\tilde{\mathfrak{G}})$  не превосходит числа нулей функции  $f(z)$  в  $\mathfrak{G}(\tilde{\mathfrak{G}})$ , и если  $\lambda$  не является асимптотическим значением отношения  $h(z):g(z)$  в  $\mathfrak{G}(\tilde{\mathfrak{G}})$ , то индекс  $S_\lambda f$  равен числу нулей  $f(z)$  в  $\mathfrak{G}(\tilde{\mathfrak{G}})$ .

Примечание. Если пересечение области  $\mathfrak{G}$  с окрестностью точки  $z = \infty$  разбивается на  $k$  односвязных областей и  $f(z) \in B(\mathfrak{G})$ , то функция  $h(z):g(z)$  может иметь в  $\mathfrak{G}$  не более  $k$  асимптотических значений.

3°. Рассмотрим некоторые наиболее простые и важные типы областей  $\mathfrak{G}_\beta$ .

1. Система  $\beta$  состоит из конечного числа интервалов и содержит не более одного полубесконечного интервала. Такую систему будем обозначать через  $\beta_1$ . Область  $\mathfrak{G}_\beta$ , конечносвязана, а окрестность точки  $z = \infty$  односвязна. Поэтому в  $M$  функция  $\zeta(z)$  класса  $B$  может иметь не более одного асимптотического значения.

Теорема 5. Индекс  $S_\lambda f$  любой допустимой в  $\mathfrak{G}_\beta$  функции  $f(z)$  имеет для всех вещественных  $\lambda$  за двумя, быть может, исключениями



одно и то же типовое значение  $Sf$ . Исключительные значения меньше типового и соответствуют  $\lambda$ , равным асимптотическим значениям  $h(z):g(z)$ . Если имеются два исключительных значения, то типовое значение  $Sf = \infty$  и функция  $f(z)$  имеет бесконечное число нулей в  $\mathfrak{G}_\beta$ .

Необходимое и достаточное условие принадлежности функции  $f(z)$  классу  $B$  состоит в ограниченности типового значения индекса  $Sf$ . В этом случае может быть не более одного исключительного значения  $S_\lambda < S$ . Число нулей  $f(z)$  в  $\mathfrak{G}_\beta$  равно  $Sf$ .

2. Система  $\beta$  — будем ее обозначать через  $\beta_2$  — состоит из конечного числа интервалов и содержит два полубесконечных интервала. В этом случае функция  $\zeta(z)$  класса  $B$  в  $M$  может иметь не более двух асимптотических значений, и случай двух значений реализуется.

Теорема 5'. Для функций  $f(z)$ , допустимых в области типа  $\mathfrak{G}_\beta$ , верна теорема 4 со следующим изменением: число возможных исключительных значений меньше или равно трем; в случае трех исключительных значений типовое значение индекса  $S$  равно  $\infty$ .

3. Особый случай. Соответствующая теорема совпадает с теоремой в (3).

4°. Пусть  $v^2(z)$  — целая вещественная функция, неотрицательная на интервалах  $\beta$  и неположительная на дополнительных отрезках вещественной оси. Очевидно, функция  $v(z)$  на берегах разрывов  $\beta$  принимает вещественные значения, в концах интервалов, отличных от  $z = \infty$ , имеет нули полуцелой кратности и на дополнительных интервалах принимает чисто мнимые значения.

Функцию  $\omega(z) = u(z) + iv(z)$ , где  $u(z)$  — целая вещественная функция, будем называть ассоциированной с областью  $\mathfrak{G}_\beta$  или системой  $\beta$ ;  $\omega(z)$  — допустимая в  $\mathfrak{G}_\beta$  функция.

Теорема 5". Индекс ассоциированной с областью  $\mathfrak{G}_\beta$  функции  $\omega(z)$  обладает свойством симметрии  $S_\lambda \omega = S_{-\lambda} \omega$ . Может существовать не более двух исключительных значений  $\lambda_1, \lambda_2 (\lambda_2 \neq -\lambda_1)$ , для которых индекс имеет значение меньше типового. Если исключительных значений два, то типовое значение равно бесконечности и отношение  $v(z):u(z)$  принимает в  $\mathfrak{G}_\beta$  все значения с положительной мнимой частью бесконечное число раз. В частности,  $\omega(z)$  имеет в  $\mathfrak{G}_\beta$  бесконечное число нулей. Необходимое и достаточное условие принадлежности  $\omega(z)$  классу  $B$  состоит в ограниченности типового значения  $S\omega$ . В этом случае  $S\omega = \max(S_{\lambda_1} \omega, S_{\lambda_2} \omega)$  при любых  $\lambda_1$  и  $\lambda_2, \lambda_2 \neq -\lambda_1$ . Число нулей  $\omega(z)$  в  $\mathfrak{G}_\beta$  равно  $S\omega$ .

Необходимые и достаточные условия того, что  $\omega(z) \in NB$ , следующие:  $S_{\lambda_1} = 0, S_{\lambda_2} = 0, \lambda_2 \neq -\lambda_1$ , и  $S\omega < \infty$ .

Пример 1. Пусть  $R_n(z)$  — вещественный полином с простыми вещественными корнями. В качестве [системы]  $\beta$  выберем систему интервалов, на которых  $R_n(x) \geq 0$ . В  $\mathfrak{G}_\beta$  каждая из ветвей  $\sqrt{R_n(z)}$  — однозначная функция. Выберем одну из этих ветвей, и пусть  $f(z) = P_l(z) + iQ_m(z)\sqrt{R_m(z)}$ , где  $P_l(z)$  и  $Q_m(z)$  — вещественные полиномы.  $f(z)$  ассоциирована с областью  $\mathfrak{G}_\beta$  и  $f(z) \in B$ , поэтому число нулей  $f(z)$  в области  $\mathfrak{G}_\beta$  равно  $Sf$ . Если  $l \geq m + \frac{1}{2}n$ , то  $Sf = S_0 f$ ; если  $l \leq m + \frac{1}{2}n$ , то  $Sf = S_0 f$ . Необходимое и достаточное условие отсутствия нулей у  $f(z)$  состоит в равенстве  $Sf = 0$ . Это равенство эквивалентно тому, что все нули  $P_l(z)$  и  $Q_m(z)\sqrt{R_n(z)}$  лежат на  $\beta$  и на каждом из разрывов  $\beta$  при обходе обоих берегов разрыва нули  $P_l(z)$  строго перемежаются с нулями  $Q_m(z)\sqrt{R_n(z)}$  и  $\arg f(x)$  возрастает хотя бы в одной точке  $x \in \beta$ . Например, для функций вида  $f(z) = P_l(z) + i\sqrt{1-z^2}Q_m(z)$  необходимое и достаточное условие отсутствия нулей у  $f(z)$  состоит в том, что все нули  $P_l(z)$  и  $Q_m(z)$  лежат на  $(-1, +1)$ , нули  $P_l(z)$  и  $Q_m(z)$  перемежаются с нулями  $\sqrt{1-z^2}$  и хотя бы в одной точке разрыва  $\arg f(x)$  возрастает.

Пример 2. Пусть функция  $\omega(z) = u(z) + iv(z)$  ассоциирована с областью  $\mathfrak{G}_\beta$ . Если  $u(z)$  и  $v^2(z)$  растут при  $z \rightarrow \infty$  не быстрее  $e^{\varepsilon|z|}$  при любом  $\varepsilon > 0$ , то необходимые и достаточные условия того, что  $\omega(z) \in B$ , состоят в конечности значений индексов  $S_{\lambda_1}\omega$  и  $S_{\lambda_2}\omega$  для каких-нибудь двух значений  $\lambda_2 \neq -\lambda_1$ . Необходимые и достаточные условия принадлежности  $\omega(z)$  классу  $NB$  суть  $S_{\lambda_1}\omega = S_{\lambda_2}\omega = 0$ ,  $\lambda_2 \neq -\lambda_1$ .

Заметим, что условия  $S_0\omega = S_\infty\omega = 0$  означают, что корни функций  $u(z)$  и  $v(z)$  перемежаются на каждом интервале  $\beta$  и  $\arg \omega(z)$  убывает хотя бы в одной точке какого-нибудь интервала  $\beta$ . Если  $u(z)$  и  $v(z)$  — функции конечного порядка, то из теоремы 5" следует теорема 4 работы (1).

Институт теоретической и экспериментальной физики  
Академии наук СССР

Поступило  
4 XI 1958

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> Н. Н. Мейман, ДАН, 120, № 6 (1958). <sup>2</sup> Н. Н. Мейман, ДАН, 40, № 2 (1943),  
<sup>3</sup> Н. Н. Мейман, ДАН, 40, № 5 (1943). <sup>4</sup> Н. Г. Чеботарев, Н. Н. Мейман, Тр. Матем. инст. им. В. А. Стеклова АН СССР, 19 (1949).

Р. М. МИНЦ

# ХАРАКТЕРИСТИКА НЕКОТОРЫХ НЕГРУБЫХ СОСТОЯНИЙ РАВНОВЕСИЯ В ТРЕХМЕРНОМ ПРОСТРАНСТВЕ С ПОМОЩЬЮ ГРУБЫХ СОСТОЯНИЙ РАВНОВЕСИЯ БЛИЗКИХ СИСТЕМ

(Представлено академиком И. Г. Петровским 13 X 1958)

В настоящей заметке даются необходимые и достаточные условия грубости <sup>(1)</sup> состояния равновесия в трехмерном пространстве, а также устанавливается зависимость топологических типов \* простейших негрубых состояний равновесия от числа и характера грубых состояний равновесия, на которые они распадаются при малых изменениях правых частей системы \*\*. Расматриваемая система имеет вид:

$$\frac{dx}{dt} = P(x, y, z),$$

$$\frac{dy}{dt} = Q(x, y, z),$$

$$\frac{dz}{dt} = R(x, y, z),$$

где правые части являются аналитическими функциями  $x, y, z$ , не имеющими общих множителей, отличных от постоянного.

Характеристическое уравнение для определения типа состояния равновесия  $(x_0, y_0, z_0)$  имеет вид

$$\lambda^3 + p\lambda^2 + q\lambda + r = 0, \quad (2)$$

где

$$p(x_0, y_0, z_0) = -[P'_x(x_0, y_0, z_0) + Q'_y(x_0, y_0, z_0) + R'_z(x_0, y_0, z_0)],$$

$$q(x_0, y_0, z_0) = \begin{vmatrix} P'_x(x_0, y_0, z_0) & P'_y(x_0, y_0, z_0) \\ Q'_x(x_0, y_0, z_0) & Q'_y(x_0, y_0, z_0) \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} P'_x(x_0, y_0, z_0) & P'_z(x_0, y_0, z_0) \\ R'_x(x_0, y_0, z_0) & R'_z(x_0, y_0, z_0) \end{vmatrix} + \\ + \begin{vmatrix} Q'_y(x_0, y_0, z_0) & Q'_z(x_0, y_0, z_0) \\ R'_y(x_0, y_0, z_0) & R'_z(x_0, y_0, z_0) \end{vmatrix}, \quad (3)$$

$$r(x_0, y_0, z_0) = - \begin{vmatrix} P'_x(x_0, y_0, z_0) & P'_y(x_0, y_0, z_0) & P'_z(x_0, y_0, z_0) \\ Q'_x(x_0, y_0, z_0) & Q'_y(x_0, y_0, z_0) & Q'_z(x_0, y_0, z_0) \\ R'_x(x_0, y_0, z_0) & R'_y(x_0, y_0, z_0) & R'_z(x_0, y_0, z_0) \end{vmatrix}.$$

\* Два состояния равновесия  $O$  и  $O'$  топологически эквивалентны или имеют одинаковый топологический тип, если существует топологическое отображение, переводящее некоторую окрестность одного из них в некоторую окрестность другого, при котором траектории отображаются в траектории и точка  $O$  переходит в точку  $O'$ .

\*\* В настоящей работе применяется метод, предложенный в работе <sup>(2)</sup> для системы двух дифференциальных уравнений.



Наряду с системой (1), рассмотрим измененную систему:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= P(x, y, z) + \bar{P}(x, y, z), \quad \frac{dy}{dt} = Q(x, y, z) + \bar{Q}(x, y, z), \\ \frac{dz}{dt} &= R(x, y, z) + \bar{R}(x, y, z),\end{aligned}\quad (4)$$

где правые части — аналитические функции.

Функции  $\bar{P}(x, y, z)$ ,  $\bar{Q}(x, y, z)$  и  $\bar{R}(x, y, z)$  называются  $\delta$ -добавками ранга  $m$  в системе (1) в некоторой замкнутой области  $g$  (2), если выполняются следующие неравенства:

$$\begin{aligned}|\bar{P}(x, y, z)| < \delta, \quad |\bar{Q}(x, y, z)| < \delta, \quad |\bar{R}(x, y, z)| < \delta, \\ |\bar{P}_{x_i y_j z_k}^{(i+j+k)}(x, y, z)| < \delta, \quad |\bar{Q}_{x_i y_j z_k}^{(i+j+k)}(x, y, z)| < \delta, \quad |\bar{R}_{x_i y_j z_k}^{(i+j+k)}(x, y, z)| < \delta,\end{aligned}$$

где  $1 \leq i + j + k \leq m$ .

Две замкнутые области  $g_1$  и  $\tilde{g}_1$  называются  $\epsilon$ -близкими, если существует топологическое отображение  $g_1$  в  $\tilde{g}_1$ , при котором соответствующие друг другу точки находятся на расстоянии, меньшем  $\epsilon$ . Пусть в  $g_1$  определена система (1), а в  $\tilde{g}_1$  — система (4). Будем говорить, что разбиение области  $\tilde{g}_1$  на траектории системы (1)  $\epsilon$ -тождественно разбиению области  $\tilde{g}_1$  на траектории системы (4), если существует топологическое отображение, переводящее траектории системы (1) и системы (4) друг в друга при котором соответствующие друг другу точки находятся на расстоянии, меньшем  $\epsilon$ .

В соответствии с определением грубой системы, данным в (1), дадим следующее определение: изолированное состояние равновесия  $O$  системы (1) будем называть грубым, если существует замкнутая область  $g_1$ , содержащая внутри только одно состояние равновесия  $O$ , и для любого  $\epsilon > 0$  такое  $\delta > 0$ , что какую бы систему (4) с  $\delta$ -добавками ранга  $m = 1$  в области  $g_1 \subset g$  мы ни взяли, найдется замкнутая область  $\tilde{g}_1 \subset g$ ,  $\epsilon$ -близкая к  $g_1$ , разбиение которой на траектории системы (1)  $\epsilon$ -тождественно разбиению области  $g_1$  на траектории системы (4).

**Лемма 1.** *Существуют два топологических типа простых состояний равновесия: 1) узел (фокус); 2) седло (седло-фокус).*

**Теорема 1.** *Для того чтобы состояние равновесия системы (1) являлось грубым, необходимо и достаточно, чтобы действительные части всех корней характеристического уравнения (2) были отличны от нуля.*

**Доказательство. Необходимость.** 1) Пусть хотя бы один из корней (2) равен нулю. Тогда  $r = 0$  и три поверхности  $P(x, y, z) = 0$ ,  $Q(x, y, z) = 0$  и  $R(x, y, z) = 0$  в точке  $O(x_0, y_0, z_0)$  имеют соприкосновение порядка выше первого. Сколь угодно малыми добавками к правым частям можно получить в  $\epsilon$ -окрестности точки  $O$  либо более одного состояния равновесия, либо ни одного состояния равновесия.

2) Пусть  $r \neq 0$ , но уравнение (2) имеет два чисто мнимых корня. Тогда как показано А. Ф. Леонтьевым, из состояния равновесия может родиться предельный цикл (3).

Таким образом, в обоих случаях состояние равновесия не является грубым.

**Достаточность.** При выполнении условий теоремы состояние равновесия является простым, и три поверхности  $P(x, y, z) = 0$ ,  $Q(x, y, z) = 0$ ,  $R(x, y, z) = 0$  имеют простую точку пересечения. Принимая во внимание лемму 1, можно показать, что состояние равновесия удовлетворяет определению грубого состояния равновесия.

**Лемма 2.** *В случае, когда один из корней характеристического уравнения (2) равен нулю, имеют место четыре топологических типа состояния*

равновесия: 1) узел (фокус); 2) седло (седло-фокус); 3) седло-узел (седло-фокус-фокус); 4) состоящие равновесия типа  $C$  (см. (4)).

Система (1) в рассматриваемом случае может быть приведена к виду

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= a_1x + b_1y + P_2(x, y, z), \\ \frac{dy}{dt} &= a_2x + b_2y + Q_2(x, y, z), \\ \frac{dz}{dt} &= R_2(x, y, z),\end{aligned}\quad (5)$$

где  $P_2(x, y, z)$ ,  $Q_2(x, y, z)$  и  $R_2(x, y, z)$  — ряды, начинающиеся с членов не ниже второй степени по  $x, y, z$  в некоторой области  $G$ .

Наряду с системой (5) рассмотрим измененную систему (4) с достаточно малыми  $\delta$ -добавками ранга  $m$ :

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= a_1x + b_1y + P_2(x, y, z) + \bar{P}(x, y, z), \\ \frac{dy}{dt} &= a_2x + b_2y + Q_2(x, y, z) + \bar{Q}(x, y, z), \\ \frac{dz}{dt} &= R_2(x, y, z) + \bar{R}(x, y, z).\end{aligned}\quad (6)$$

Согласно определению, данному в (2) состояние равновесия  $O$  системы (1) называется  $m$ -кратным, если: а) существуют  $\varepsilon_0 > 0$  и  $\delta_0 > 0$  такие, что при всех  $\delta_0$ -добавках ранга  $m$  система (4) имеет в  $\varepsilon_0$ -окрестности точки  $O$  не более  $m$  состояний равновесия и б) при любых  $\delta < \delta_0$  и  $\varepsilon < \varepsilon_0$  всегда существуют такие  $\delta$ -добавки ранга  $m$ , при которых система (4) имеет в  $\varepsilon$ -окрестности  $O$  ровно  $m$  грубых состояний равновесия.

Такие  $\delta$ -добавки, при которых в  $\varepsilon$ -окрестности  $m$ -кратного состояния равновесия существует  $m$  грубых состояний равновесия, назовем расщепляющими.

Лемма 3. Состояние равновесия  $O$  системы (6) является  $m$ -кратным (см. (2)).

Рассмотрим для системы (5) функцию  $f(z) = R_2[\varphi(z), \psi(z), z] = \Delta_m z^m [1 + F(z)]$  (2, 5), где  $\Delta_m \neq 0$ ,  $m \geq 2$ ,  $F(0) = 0$  и функции  $x = \varphi(z)$  и  $y = \psi(z)$  являются решениями системы

$$a_1x + b_1y + P_2(x, y, z) = 0, \quad a_2x + b_2y + Q_2(x, y, z) = 0.$$

Для системы (6) рассмотрим аналогично

$$\bar{f}(z) = R_2[\bar{\varphi}(z), \bar{\psi}(z), z] + \bar{R}[\bar{\varphi}(z), \bar{\psi}(z), z].$$

Очевидно, что значения  $z$ , являющиеся корнями уравнения  $\bar{f}(z) = 0$ , соответствуют состояниям равновесия системы (6). Если расположить эти значения  $z$  в порядке возрастания, то знаки  $\bar{f}'(z)$  в точках  $z_1, z_2, \dots, z_m$  чередуются.

Лемма 4. Знак выражения  $r$  (см. формулы (3)) для грубого состояния равновесия совпадает со знаком  $\bar{f}'(z)$ , когда  $a_1b_2 - a_2b_1 < 0$ , и знак  $r$  противоположен знаку  $\bar{f}'(z)$ , когда  $a_1b_2 - a_2b_1 > 0$ . Очевидно, что для негрубого состояния равновесия  $f'(z) = r = 0$ .

Обозначим через  $D(k, 3-k)$  область пространства  $p, q, r$ , в которой характеристическое уравнение (2) имеет  $k$  корней слева и  $3-k$  корней справа от мнимой оси (6). Эти области характеризуются следующим образом:

- 1)  $pq - r > 0, q > 0, r > 0$  (область  $D(3, 0)$ );
- 2)  $pq - r > 0, q > 0, r < 0$  (область  $D(2, 1)$ );
- 3)  $pq - r < 0, q > 0, r > 0$  (область  $D(1, 2)$ );
- 4)  $pq - r < 0, q > 0, r < 0$  (область  $D(0, 3)$ );
- 5)  $q \leq 0, r > 0$  (область  $D(1, 2)$ );
- 6)  $q \leq 0, r < 0$  (область  $D(2, 1)$ ).

Рассматриваемые негрубые состояния равновесия системы (5) получают-ся на тех границах указанных областей, где  $r$  обращается в нуль. Поскольку для негрубого состояния равновесия с одним корнем характеристического уравнения, равным нулю,  $q \neq 0$  и при  $q > 0$  также  $p \neq 0$ , то при надле-жащим образом выбранных расщепляющих добавках для всех грубых со-стояний равновесия, на которые распадается негрубое состояние равновесия, знаки  $q$ , а также (если для негрубого состояния равновесия  $q > 0$ ) знаки  $pq - r$  совпадают со знаками соответствующих выражений для негрубого состояния равновесия.

Принимая во внимание все изложенное, а также тип негрубого состоя-ния равновесия в зависимости от четности или нечетности величины  $m$ , а также от знаков  $\Delta_m$  и двух не равных нулю корней характеристического уравнения (4), можно однозначно охарактеризовать данный топологический тип негрубого состояния равновесия по числу и характеру грубых состоя-ний равновесия, на которые оно распадается.

**Теорема 2.** *Негрубое состояние равновесия  $O$  системы (5) является состоянием равновесия типа узел, если при всех расщепляющих  $\delta^*$ -добав-ках\* число грубых узлов и фокусов системы (6), расположенных в  $\varepsilon^*$ -окре-стности точки  $O$ , на единицу больше числа грубых седел и седло-фокусов.*

**Теорема 3.** *Негрубое состояние равновесия  $O$  системы (5) является состоянием равновесия типа седло, если при всех расщепляющих  $\delta^*$ -добав-ках: а) либо число грубых седел и седло-фокусов системы (6), расположен-ных в  $\varepsilon^*$ -окрестности точки  $O$ , на единицу больше числа грубых узлов и фокусов; б) либо все грубые состояния равновесия системы (6), распо-ложенные в  $\varepsilon^*$ -окрестности точки  $O$ , являются седлами, причем число их нечетно.*

**Теорема 4.** *Негрубое состояние равновесия системы (5) является состоянием равновесия типа седло-узел, если при всех расщепляющих  $\delta^*$ -добавках число грубых узлов и фокусов системы (6), расположенных в  $\varepsilon^*$ -окрестности точки  $O$ , равно числу грубых седел и седло-фокусов.*

**Теорема 5.** *Негрубое состояние равновесия системы (5) является состоянием равновесия «типа  $C$ » (4), если при всех расщепляющих  $\delta^*$ -до-бавках все грубые состояния равновесия системы (6), расположенные в  $\varepsilon^*$ -ок-рестности точки  $O$ , являются седлами, причем число их четно.*

В заключение приношу глубокую благодарность моему научному ру-ководителю Е. А. Леонтович-Андроновой.

Исследовательский физико-технический институт  
Горьковского государственного университета  
им. Н. И. Лобачевского

Поступило  
9 X 1958

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> А. А. Андронов, Л. С. Понтрягин, ДАН, **14**, № 5 (1937). <sup>2</sup> Н. А. Гу-барь, Матем. сборн., **40** (82), № 1 (1956). <sup>3</sup> Н. Н. Баутин, Поведение динамичес-ких систем вблизи границ области устойчивости, 1949. <sup>4</sup> Р. М. Минц, ДАН, **111**, № 3 (1956). <sup>5</sup> А. М. Ляпунов, Общая задача об устойчивости движения, 1935. <sup>6</sup> Ю. И. Неймарк, Устойчивость линеаризованных систем, 1949.

\* Числа  $\delta^*$  и  $\varepsilon^*$  выбираются надлежащим образом и во всяком случае не превосхо-дят соответствующих чисел  $\delta_0$  и  $\varepsilon_0$ , которые фигурируют в определении  $m$ -кратного со-стояния равновесия.



О. А. ОЛЕЙНИК

# РЕШЕНИЕ ОСНОВНЫХ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ ВТОРОГО ПОРЯДКА С РАЗРЫВНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

(Представлено академиком И. Г. Петровским 5 XI 1958)

Многие физические задачи приводят к рассмотрению уравнений второго порядка эллиптического, параболического или гиперболического типа с разрывными коэффициентами и дополнительными условиями на решение в точках разрыва коэффициентов. К ним, например, относятся задачи о стационарном и нестационарном распределении температуры в телах, составленных из разнородных кусков, задачи дифракции и другие. Такие задачи рассматривались в ряде работ. При этом для решения краевых задач для уравнений с разрывными коэффициентами во многих работах использовались методы, которые обычно применялись для уравнений с гладкими коэффициентами, что приводило иногда к значительным дополнительным трудностям (см., например, (1)).

В настоящей заметке решения основных краевых задач для уравнений эллиптического и параболического типов с разрывными коэффициентами мы получим как предел решений соответствующих задач для уравнений с гладкими коэффициентами, приближающимися к заданным разрывным. При таком подходе получаем простые доказательства существования решений рассматриваемых задач. Этим же путем могут быть получены обобщенные решения задач для гиперболических уравнений с разрывными коэффициентами, которые в (2) построены методом конечных разностей.

1. Уравнения эллиптического типа. Будем рассматривать эллиптические уравнения вида

$$\sum_{i,j=1}^n \frac{\partial}{\partial x_i} \left( a_{ij}(x) \frac{\partial u}{\partial x_j} \right) = 0, \quad a_{ij} = a_{ji}, \quad (1)$$

$x = (x_1, \dots, x_n)$ ;  $a_{ij}(x)$  — достаточно гладкие функции всюду в области  $\Omega$ , кроме, быть может, точек некоторых гладких  $(n-1)$ -мерных многообразий, где  $a_{ij}$  могут иметь разрывы. Эти многообразия разбивают  $\Omega$  на конечное число областей  $\Omega_j$  ( $j = 1, \dots, m$ ). Многообразие, которое служит границей областей  $\Omega_k$  и  $\Omega_l$ , будем обозначать через  $S_{kl}$ . Предполагаем, что  $a_{ij}$  имеют предельные значения по обе стороны  $S_{kl}$ , и будем обозначать их соответственно через  $a_{ij}^k$  и  $a_{ij}^l$ . Область  $\Omega$  обладает гладкой границей  $S$ . Задачу Дирихле для уравнения (1) ставим следующим образом: найти функцию  $u(x)$ , непрерывную в  $\Omega + S$ , удовлетворяющую уравнению (1) во всех точках  $\{\Omega_j\}$  и условиям:

$$u|_S = f, \quad (2)$$

$$a_k du / dN_k = a_l du / dN_l \text{ на } S_{kl}, \quad (3)$$

где  $f$  — заданная функция на  $S$ ;  $a_j$  ( $j = 1, \dots, m$ ) — некоторые заданные положительные постоянные;  $du / dN_k$  и  $du / dN_l$  означают производные по направлению конормали, взятые в точках  $S_{kl}$  для значений коэффициентов

$a_{ij}^k$  и  $a_{ij}^l$  соответственно, т. е.  $\frac{d}{dN} = \sum_{i,j=1}^n a_{ij} \cos(n, x_i) \frac{\partial}{\partial x_j}$ ;  $n$  — направление нормали к  $S_{kl}$ .

Такую функцию будем называть классическим решением задачи Дирихле. Рассмотрим также обобщенное решение задачи Дирихле. Функцию  $u(x)$  из  $W_2^1(\Omega)$  будем называть обобщенным решением задачи Дирихле, если  $u(x)$  удовлетворяет условию (2) и при любой  $F(x)$  из класса  $W_2^1(\Omega)$ , равной нулю на  $S$ , выполняется равенство

$$\iint_{\Omega} \sum_{i,j=1}^n a_{ij} \frac{\partial u}{\partial x_i} \frac{\partial F}{\partial x_j} d\Omega = 0, \quad (4)$$

где  $a$  — функция в  $\Omega$ , равная постоянной  $a_{ij}$  в точках  $\Omega_j$ . Единственность классического решения задачи Дирихле следует из того, что для решений этой задачи справедлив принцип максимума в силу леммы 1 работы (3) и условия (3). Единственность обобщенного решения задачи Дирихле легко получить, вычитая равенства (4) для двух решений этой задачи  $u_1$  и  $u_2$  и подставляя  $F = u_1 - u_2$ .

Построение обобщенного решения задачи Дирихле. Пусть функция  $f$  допускает продолжение на  $\Omega$ , принадлежащее классу  $W_2^1(\Omega)$ . Обозначим через  $u^h$  решение в  $\Omega$  уравнения

$$\sum_{i,j=1}^n \frac{\partial}{\partial x_i} (b_{ij}^h \frac{\partial u}{\partial x_j}) = 0, \quad \sum_{i,j=1}^n b_{ij}^h(x) x_i x_j \geq \lambda \sum_{i=1}^n x_i^2 \quad (5)$$

с условием  $u|_S = f_h$ , где  $b_{ij}^h$  — достаточно гладкие функции, совпадающие с  $a_{ij}$  вне  $h$ -окрестности  $\{S_{kl}\}$  и ограниченные равномерно по  $h$ ;  $\lambda > 0$  не зависит от  $h$ ;  $f_h$  — усреднение  $f$  в  $\Omega$  (4). Легко показать, что  $u^h$  ограничены в норме  $W_2^1(\Omega)$  равномерно по  $h$  и можно выбрать подпоследовательность  $u^h$ , стремящуюся в смысле  $L_2(\Omega)$  при  $h \rightarrow 0$  к функции  $u(x)$ , удовлетворяющей равенству (4) и условию (2).

Свойства обобщенного решения. Пусть продолжение  $f$  в  $\Omega$  ограничено по модулю. Тогда все  $u^h$  равномерно относительно  $h$  ограничены в  $\Omega$ . Из результатов Нэша (5) следует, что  $u^h$  удовлетворяют условию Гельдера с постоянными, не зависящими от  $h$ , т. е. обобщенное решение  $u(x)$  непрерывно в  $\Omega$ .

Мы будем пользоваться следующим предложением С. Н. Бернштейна. Если решения линейного эллиптического или параболического уравнения второго порядка с коэффициентами из класса  $C^m$  равномерно ограничены в  $D$ , то во всякой замкнутой области  $D_1 \subset D$  равномерно ограничены все их производные по  $x_i$  до порядка  $m$  (6, 7). Пользуясь этим, получим, что, если  $a_{ij}$  из класса  $C^3$  в  $\Omega - \{S_{kl}\}$ , то обобщенное решение  $u(x)$  принадлежит классу  $C^2$  в  $\Omega - \{S_{kl}\}$  и удовлетворяет в этих точках уравнению (1). Если  $f$  непрерывна, то с помощью барьеров легко доказать, что  $u(x)$  непрерывна на  $S$  и выполнено (2). Условию (3) функция  $u(x)$  удовлетворяет в интегральном смысле.

Построение классического решения задачи Дирихле. Будем предполагать, что  $a_{ij}$  из класса  $C^3$  в  $\Omega$ ;  $f$  непрерывна на  $S$ . Построение классического решения проводится аналогично тому, как построено обобщенное решение. За коэффициенты  $b_{ij}^h$  в уравнении (5) возьмем функции  $a_{ij}a^h$ , где  $a^h$  — гладкая функция, равная  $a$  вне  $h$ -окрестности  $\{S_{kl}\}$  и постоянная на поверхностях  $F_{kl} = \alpha (F_{kl}(x) = 0$  — уравнение поверхности  $S_{kl}$ ). Пусть  $u^h$  — решение уравнения (5) с условием  $u|_S = f$ . Согласно теореме С. Н. Бернштейна из  $\{u^h\}$  можно выделить подпоследовательность, сходя-

щуюся в точках  $\Omega - \{S_{kl}\}$  при  $h \rightarrow 0$  к функции  $u(x)$ , которая в этих точках удовлетворяет уравнению (1). С помощью барьеров показываем, что  $u|_S = f$ . Таким образом, остается показать, что  $u(x)$  непрерывна и удовлетворяет условию (3) на всех  $S_{kl}$ .

Для исследования поведения  $u^h$  в окрестности  $D$  точки  $P_0$  из  $S_{kl}$  перейдем в  $D$  к новым координатам  $y = (y_1, \dots, y_n)$  так, что  $F_{kl} = y_n$  и уравнение (5) в новых координатах имеет вид

$$\sum_{i,j=1}^{n-1} \frac{\partial}{\partial y_i} \left( c_{ij}(y) a^h(y_n) \frac{\partial u}{\partial y_j} \right) + \frac{\partial}{\partial y_n} \left( c_{nn}(y) a^h(y_n) \frac{\partial u}{\partial y_n} \right) = 0, \quad (6)$$

где  $c_{ij}$  — гладкие функции, не зависящие от  $h$ .

Пользуясь методом вспомогательных функций С. Н. Бернштейна <sup>(6)</sup>, показываем, что  $\sum_{i=1}^{n-1} \left( \frac{\partial u^h}{\partial y_i} \right)^2 < C_1$  и  $\sum_{i=1}^{n-1} \left( \frac{\partial^2 u^h}{\partial y_i \partial y_j} \right)^2 < C_2$ , где  $C_1, C_2$ , не зависят от  $h$ . Из уравнения (6) и указанных оценок следует равномерная по  $h$  ограниченность  $\frac{\partial}{\partial y_n} (c_{nn} a^h \frac{\partial u^h}{\partial y_n})$  и  $\partial u^h / \partial y_n$ . Так как  $\partial u^h / \partial y_n$  является производной по конормали на  $y_n = 0$ , то из полученных оценок следует непрерывность  $u(x)$  в  $D$ , существование  $du/dN$  на  $S_{kl}$  и выполнение условия (3).

2. Уравнения параболического типа. Первая краевая задача. Будем рассматривать уравнения вида

$$a_0(x) \frac{\partial u}{\partial t} = \sum_{i,j=1}^n \frac{\partial}{\partial x_i} \left( a_{ij}(x) \frac{\partial u}{\partial x_j} \right) \equiv M(u) \quad (7)$$

в цилиндре  $Q \{x \subset \Omega, 0 < t \leq T\}$ ;  $a_0(x)$  обладает такими же свойствами, как и  $a_{ij}$ , определенные выше для уравнения (1). Первую краевую задачу для уравнения (7) ставим следующим образом: найти в  $\bar{Q}$  непрерывную функцию  $u(t, x)$ , удовлетворяющую уравнению (7) во всех точках  $Q$ , не лежащих на  $S'_{kl} = S_{kl} \times [0, T]$ , условиям (2) и (3) при всех  $0 < t \leq \bar{T}$ , где  $f$  — заданная функция на  $S' = S \times [0, T]$ , и начальному условию

$$u|_{t=0} = u_0(x). \quad (8)$$

Такую функцию  $u(t, x)$  будем называть классическим решением первой краевой задачи для уравнения (7).

Определение обобщенного решения этой задачи, доказательство его существования и единственности можно получить аналогично тому, как это сделано для задачи Дирихле и уравнения (1).

Единственность классического решения первой краевой задачи следует из выполнения принципа максимума, что устанавливается с помощью теоремы 1 работы <sup>(6)</sup>.

Построение классического решения первой краевой задачи. Будем рассматривать уравнение (7), где  $a_{ij} = b g_{ij}$ ;  $b$  — функция в  $\Omega$ , равная постоянной  $b_i$  в  $\Omega_i$ ;  $g_{ij}(x)$ ,  $a_0(x)$  — из класса  $C^3$  в  $\bar{\Omega}$ . Будем предполагать, что  $u_0(x)$  удовлетворяет условию (3) и принадлежит  $C^3$  в областях  $\bar{\Omega}_i$ . Пусть  $f$  и  $u_0(x)$  удовлетворяют условиям согласования на  $S'$  при  $t = 0$  и  $f$  — из  $C^1$  на  $S'$ . Обозначим через  $u^h$  решение уравнения

$$a^h(x) a_0(x) \frac{\partial u}{\partial t} = \sum_{i,j=1}^n \frac{\partial}{\partial x_i} \left( a^h(x) b^h(x) g_{ij}(x) \frac{\partial u}{\partial x_j} \right) \quad (9)$$



с условиями:  $u|_{S'} = f$  и  $u|_{t=0} = u_0^h(x)$ , где  $a^h, b^h$  — функции, совпадающие с  $a, b$  вне  $h$ -окрестности  $\{S_{kl}\}$  и постоянные на поверхностях  $F_{kl}(x) = \alpha$ ,  $|u_0^h - u_0| \leq h$  в  $\Omega$  и

$$\left| \sum_{i,j=1}^n \frac{\partial}{\partial x_i} \left( a^h b^h g_{ij} \frac{\partial u_0^h}{\partial x_j} \right) \right| \leq K, \quad (10)$$

причем  $K$  не зависит от  $h$ . Функции  $u_0^h$  легко построить, пользуясь тем, что для  $u_0(x)$  выполнено (3). Пользуясь теоремой С. Н. Бернштейна, получим сходимость при  $h \rightarrow 0$  последовательности  $u^h$  в  $Q - \{S'_{kl}\}$  к решению  $u(t, x)$  уравнения (7). Исследование  $u(t, x)$  в окрестности  $\{S'_{kl}\}$  проводим так же, как и для уравнения (1), пользуясь тем, что  $\partial u^h / \partial t$  равномерно ограничены по  $h$  в силу (10). Выполнение условий (2), (8) для  $u(t, x)$  доказываем с помощью барьеров.

**Задача Коши.** Пусть уравнение (7) задано для всех  $x$ ;  $S_{kl}$  расположены в конечной части пространства  $x$  и  $a_{ij}, \partial a_{ij} / \partial x_i, a_0$  ограничены. Будем рассматривать, ради краткости изложения, классическое решение задачи Коши для уравнения (7) с условием (8) и (3) в классе ограниченных при  $t \geq 0$  функций. Это решение мы можем получить как предел при  $h \rightarrow 0$  решений  $u^h$  уравнения (9) с условием  $u^h(0, x) = u_0^h$ . Это доказывается так же, как и для решений первой краевой задачи. Единственность классического решения задачи Коши устанавливается с помощью функции  $V(t, x)$  такой, что  $V > 0$ ,  $M(V) - a_0 \partial V / \partial t < 0$ ,  $V \rightarrow \infty$  при  $|x| \rightarrow \infty$  и в точках  $S'_{kl}$   $V$  удовлетворяет условиям (3). Доказательство проводится так же, как и для параболического уравнения с гладкими ограниченными коэффициентами (см., например, (9)).

Математический институт им. В. А. Стеклова  
Академии наук СССР

Поступило  
4 XI 1958

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> Е. И. Ким, Об одном классе сингулярных интегральных уравнений и некоторых задачах теплопроводности для кусочно-однородных сред, Докторская диссертация, Матем. инст. им. В. А. Стеклова АН СССР, 1956. <sup>2</sup> О. А. Ладыженская, ДАН, 96, № 3, 433 (1954). <sup>3</sup> О. А. Олейник, Матем. сборн., 30 (72), в. 3, 695 (1952). <sup>4</sup> С. Л. Соколов, Некоторые применения функционального анализа в математической физике, 1950, стр. 19. <sup>5</sup> J. Nash, Proc. Nat. Acad. Sci., 43, № 8, 754 (1957). <sup>6</sup> S. Bernstein, C. R., 151, 636 (1910). <sup>7</sup> С. Н. Бернштейн, ДАН, 18, № 7, 385 (1938). <sup>8</sup> Р. В. Борны, ДАН, 117, № 4, 563 (1957). <sup>9</sup> И. Г. Петровский, Лекции об уравнениях с частными производными, М., 1953, стр. 329.

СЯ ДО-ШИН

# О ПОЛУНОРМИРОВАННЫХ КОЛЬЦАХ С ИНВОЛЮЦИЕЙ

(Представлено академиком П. С. Александровым 11 XI 1958)

Пусть  $R$  — линейное топологическое кольцо с единицей  $e$ , в котором топология определена счетным или несчетным набором норм  $|x|_n$ ,  $n \in \mathbb{N}$ , где  $|xy|_n \leq |x|_n |y|_n$ ,  $(x+y)_n \leq |x|_n + |y|_n$ ,  $|cx|_n = |c| |x|_n$  ( $c$  — константа),  $0 \leq |x|_n < \infty$ , и из того, что  $|x|_n = 0$  для всех  $n$ , следует, что  $x = 0$ . Это кольцо  $R$  называется полунормированным кольцом. Мы можем заменять нормы кольца новыми эквивалентными нормами такими, что  $|e|_n = 1$ . Мы предположим, что  $R$  полно, т. е. есть полное топологическое пространство. Кольцо  $R$  называется симметричным, если в  $R$  определена инволюция  $x \rightarrow x^*$  и притом так, что выполнены следующие условия: а)  $(\lambda x + \mu y)^* = \bar{\lambda} x^* + \bar{\mu} y^*$ , б)  $(x^*)^* = x$  и в)  $(xy)^* = y^* x^*$ .

Очевидно, если  $|x|_1 = |x|_2 = \dots$ , то полунормированное кольцо будет нормированным кольцом. Поэтому полунормированное кольцо есть обобщение понятия нормированного кольца.

И. М. Гельфандом и М. А. Наймарком <sup>(1)</sup> было доказано, что каждый линейный положительный функционал  $f$  (т. е.  $f(x^*x) \geq 0$  для любого  $x \in R$ ) на полном нормированном кольце с непрерывной инволюцией непрерывен. Майкл <sup>(2)</sup> построил пример несчетно-нормированного полного кольца с непрерывной инволюцией, на котором существуют линейные положительные разрывные функционалы. Мы получили следующую теорему:

**Теорема 1.** Пусть  $R$  — полное счетно-нормированное (т. е. набор норм счетен) кольцо с непрерывной инволюцией. Если  $f(x)$  — линейный положительный функционал над  $R$ , то  $f(x)$  непрерывен.

Пусть  $R$  коммутативно,  $\mathfrak{M}$  — пространство всех замкнутых максимальных идеалов в  $R$ . Пусть  $\mathfrak{M}_m$  — подпространство пространства  $\mathfrak{M}$ , состоящее из тех  $M \in \mathfrak{M}$ , которые удовлетворяют условию  $|x(M)| \leq |x|_m$  при  $x \in R$ . Максимальный идеал  $M$  в  $\mathfrak{M}$  называется симметричным, если  $x^*(M) = x(M)$  при  $x \in R$ . Пусть  $\hat{\mathfrak{M}}_m$  — совокупность всех симметричных идеалов из  $\mathfrak{M}_m$ .

**Следствие.** Пусть  $R$  — коммутативное полное счетно-нормированное кольцо с непрерывной инволюцией. Каждому линейному положительному функционалу на  $R$  соответствуют число  $m$  и конечная положительная мера

$\mu(M)$  на  $\sum_{v=1}^m \hat{\mathfrak{M}}_v$ , такая, что

$$f(x) = \int_{\sum_{v=1}^m \hat{\mathfrak{M}}_v} x(M) d\mu(M).$$

Кольцо  $R$  называется вполне симметричным кольцом, если для любого  $x \in R$  существует  $(e + x^*x)^{-1}$ .

Д. А. Райков <sup>(3)</sup> нашел необходимое и достаточное условие, при котором полное нормированное кольцо с непрерывной инволюцией будет вполне симметрично. С помощью теоремы 1 мы получим следующее обобщение теоремы Райкова в случае полунормированного кольца.

**Теорема 2.** *Полунормированное полное кольцо  $R$  с непрерывной инволюцией вполне симметрично тогда и только тогда, когда для каждого элемента  $x \in R$  имеет место*

$$\sup f(x^*x) = \sup_{m \in \mathfrak{M}} \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{|(x^*x)^n|_m}, \quad (1)$$

где верхняя грань в левой части берется по всем положительным функционалам  $f$ , удовлетворяющим условию  $f(e) = 1$ .

Отметим, что обе части (1) могут быть бесконечными.

Для нормированных колец И. М. Гельфанд и М. А. Наймарк <sup>(4)</sup> показали, что если  $R$  — полное симметричное коммутативное кольцо, то  $R$  вполне изоморфно кольцу  $C(\mathfrak{M})$  непрерывных функций на пространстве  $\mathfrak{M}$  максимальных идеалов тогда и только тогда, когда  $|x^*x| = |x^*||x|$  для  $x \in R$ .

Мы получили соответствующую теорему для полунормированного кольца.

Мы говорим, что полунормированное кольцо  $R$  вполне изоморфно кольцу  $C(\mathfrak{M})$ , если  $R$  алгебраически изоморфно  $C(\mathfrak{M})$ , причем существует последовательность компактных подмножеств  $A_\nu$ ,  $\nu \in \mathfrak{A}$ , таких, что

$$\mathfrak{M} = \bigcup_{\nu \in \mathfrak{A}} A_\nu,$$

$$|x|_m = \sup_{M \in A_m} |x(M)|. \quad (2)$$

Кольцо  $C(\mathfrak{M})$  с нормами (2) есть полное симметричное полунормированное кольцо. Когда  $R$  счетно-нормированное, то, по теореме Майкла <sup>(2)</sup>, топология, определенная в  $C(\mathfrak{M})$ , фактически не зависит от выбора множеств  $A_n$ ,  $n = 1, 2, \dots$

**Теорема 3.** *Пусть  $R$  — полное полунормированное коммутативное кольцо с инволюцией. Если для любого  $x \in R$*

$$\sup_{m \in \mathfrak{M}} |x^*x|_m = \sup_{m \in \mathfrak{M}} |x|_m \sup_{m \in \mathfrak{M}} |x^*|_m$$

(где  $\sup_m |x|_m$  может быть бесконечным), то: 1) для любого  $m$   $|x^*x|_m = |x|_m |x^*|_m$ ; 2)  $R$  по норме  $|x|_m$  полно; 3)  $R$  вполне изоморфно  $C(\mathfrak{M})$  и  $|x|_m = \sup_{M \in \mathfrak{M}_m} |x(M)|$ .

Для нормированных колец с инволюцией  $R$  известно, что если для любого  $x \in R$  имеет место  $|x^*x| = |x|^2$ , то  $R$  вполне изоморфно кольцу операторов в гильбертовом пространстве (см., например, <sup>(5)</sup>, стр. 281).

Мы получили соответствующую теорему для полунормированного кольца (не обязательно коммутативного).

**Теорема 4.** *Пусть  $R$  — полное полунормированное кольцо с инволюцией. Если для любого  $x \in R$*

$$\sup_m |x^*x|_m = \sup_m |x|_m^2,$$

то для любого  $m$  имеет место

$$|x^*x|_m = |x|_m^2$$



и существуют гильбертово пространство  $H$  и проекционные операторы  $P_n$  на  $H$  такие, что: 1) каждому элементу  $x \in R$  соответствует оператор  $A_x$  (не обязательно ограниченный) на  $H$  такой, что если  $\tilde{R}$  — кольцо всех  $A_x$ ,  $x \in R$ , то  $R$  и  $\tilde{R}$  алгебраически изоморфны и  $A_{x^*} = A_x^*$ ; 2)  $A_x P_n = P_n A_x$  есть ограниченный оператор на  $H$  для любого  $n$  и любого  $x \in R$ ; 3) имеет место

$$\|x\|_m = \|A_x P_m\|,$$

где  $\|\cdot\|_m$  — норма оператора на  $H$ .

Из теорем 3 и 4 следует спектральная теорема неограниченного самосопряженного оператора.

Пусть  $R$  — полное бесконечно-нормированное кольцо с непрерывной инволюцией. Линейный функционал  $f(x)$  над кольцом  $R$  называется вещественным, если  $f(x^*) = \overline{f(x)}$ , и мультипликативным, если  $f(xy) = f(x)f(y)$  для  $x, y \in R$ .

Пусть  $\mathfrak{M}$  — пространство всех вещественных и мультипликативных функционалов на кольце  $R$  со слабой топологией. Мы нашли общий вид положительных функционалов.

Теорема 5. Пусть  $R$  — полное полунормированное кольцо с непрерывной инволюцией. Если  $f(x)$  — положительный функционал на кольце  $R$ , то существует бикompактное подмножество  $\mathfrak{M}_f \subset \mathfrak{M}$  и конечная положительная мера  $\mu$  на  $\mathfrak{M}_f$  такие, что

$$f(x) = \int_{\mathfrak{M}_f} x(M) d\mu(M).$$

Замечание 1. Кольцо  $R$  называется функционально-непрерывным кольцом, если каждый вещественный мультипликативный функционал непрерывен. По теореме 5, мы можем доказать, что на полном функционально-непрерывном полунормированном кольце с непрерывной инволюцией всякий положительный функционал непрерывен.

Замечание 2. Мы можем доказать теорему 5, когда  $R$  есть кольцо (с единицей) без топологии, которое удовлетворяет следующим условиям. Пусть  $A^{(n)}$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) — кольцо всех целых функций от  $z_1, \dots, z_n$ . Для любых элементов  $x_1, \dots, x_n$  в кольце  $R$  каждому  $\varphi \in A^{(n)}$  соответствует элемент  $x_\varphi \in R$  такой, что

$$x_{\varphi_1 + \varphi_2} = x_{\varphi_1} + x_{\varphi_2}, \quad x_{\varphi_1 \varphi_2} = x_{\varphi_1} x_{\varphi_2}, \quad x_{c\varphi} = cx_\varphi, \\ x_{z_\nu} = x_\nu, \quad \nu = 1, 2, \dots, n; \quad x_{\varphi^*} = \overline{x_\varphi},$$

где  $\varphi^*(z_1, \dots, z_n) = \overline{\varphi(\bar{z}_1, \dots, \bar{z}_n)}$ .

Автор выражает благодарность чл.-корр. АН СССР И. М. Гельфанду и проф. Д. А. Райкову за ценную помощь в настоящей работе.]

Московский государственный университет  
им. М. В. Ломоносова

Поступило  
6 XI 1958

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> И. М. Гельфанд, М. А. Наймарк, Изв. АН СССР, сер. матем., 12, 445 (1948). <sup>2</sup> E. A. Michael, Mem. Am. Math. Soc., № 11, 1 (1952). <sup>3</sup> Д. А. Райков, ДАН, 54, 391 (1946). <sup>4</sup> И. М. Гельфанд, М. А. Наймарк, Матем. сборн., 12 (54), 197 (1943). <sup>5</sup> М. А. Наймарк, Нормированные кольца, 1956.

В. Н. ЖИГУЛЕВ

# ТЕОРИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО РАЗРЯДА В ДВИЖУЩЕЙСЯ ПРОВОДЯЩЕЙ СРЕДЕ

(Представлено академиком Л. И. Седовым 14 X 1958)

В настоящей работе разбирается новое явление сжатия электрического разряда в движущейся проводящей среде, которое может быть использовано для получения высоких температур.

§ 1. Пусть имеется некоторое движение проводящей среды. Электродинамическая часть уравнений магнитной гидродинамики имеет вид

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} + (\mathbf{V} \nabla) \mathbf{H} = (\mathbf{H} \nabla) \mathbf{V} - \mathbf{H} \operatorname{div} \mathbf{V} + \nu_m \Delta \mathbf{H}, \quad (1)$$

где  $\mathbf{H}$  — вектор напряженности магнитного поля;  $\mathbf{V}$  — вектор скорости среды;  $\nu_m$  — магнитная вязкость.

Применим операцию  $\operatorname{rot}$  к уравнению (1). После несложных вычислений получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t} + (\mathbf{V} \nabla) \mathbf{j} - (\mathbf{j} \nabla) \mathbf{V} + \mathbf{j} \operatorname{div} \mathbf{V} = \\ = \nu_m \Delta \mathbf{j} - \frac{c}{4\pi} \operatorname{rot} \{ \nabla (\mathbf{V} \mathbf{H}) - (\mathbf{H} \nabla) \mathbf{V} + \mathbf{H} \operatorname{div} \mathbf{V} \}, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\mathbf{j}$  — плотность тока ( $\mathbf{j} = \frac{c}{4\pi} \operatorname{rot} \mathbf{H}$ ) и  $c$  — скорость света в среде.

Назовем токовыми линиями векторные линии поля  $\mathbf{j}$ .

Рассмотрим в дальнейшем случаи движений, удовлетворяющие условиям:

$$\operatorname{div} \mathbf{V} = 0; \quad (\mathbf{H} \nabla) \mathbf{V} = 0; \quad \nabla (\mathbf{V} \mathbf{H}) = 0. \quad (3)$$

Уравнение (2) в случаях (3), если среда обладает бесконечной проводимостью ( $\nu_m = 0$ ), принимает вид

$$\frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t} + (\mathbf{V} \nabla) \mathbf{j} - (\mathbf{j} \nabla) \mathbf{V} = 0. \quad (4)$$

На основании уравнения (4) и теоремы А. А. Фридмана о сохранении векторных линий <sup>(1)</sup> следует:

В случае рассматриваемых движений (3) среды с бесконечной проводимостью токовые линии обладают свойством сохраняемости.

В классе движений (3) в числе других находятся следующие два вида движений:

1. Плоские движения с вектором  $\mathbf{H}$ , перпендикулярным плоскости движения.

2. Некоторые осесимметрические движения с силовыми линиями, являющимися окружностями с центрами на оси симметрии и расположенными в плоскостях, перпендикулярных оси симметрии.

§ 2. Рассмотрим электрическую цепь, состоящую из линейного электрода  $A$ , электрода  $BnC$  в виде полуцилиндра (достаточно большого радиу-

са  $L$  с отверстиями, так что жидкость может свободно протекать через него), и э. д. с. Пусть цепь погружена в покоящуюся проводящую жидкость и замкнута; тогда внутри жидкости возникнет электрический ток (см. рис. 1), распределенный приблизительно равномерно внутри угла, равного  $\pi$ .

Приведем далее жидкость (которая предполагается несжимаемой) в движение с постоянной скоростью  $U$ , направленной вдоль  $Ox$  (пусть  $L$  достаточно велико, так чтобы соответствующее магнитное число Рейнольдса  $Re_m = UL/\nu_m$  было большой величиной).

В силу теоремы предыдущего параграфа и условия  $Re_m \gg 1$ , по-видимому, возникает тонкая струя электрического тока (см. рис. 2), направленная вдоль оси  $x$  и имеющая толщину порядка  $L/\sqrt{Re_m}$ . Струя электрического тока в плоском случае является магнитным пограничным слоем 2-го рода <sup>(2)</sup>.

Уравнения магнитной гидродинамики для рассматриваемого вида движений примут вид:

$$U \frac{\partial H}{\partial x} = \nu_m \Delta H; \quad (5)$$

$$\rho + \frac{H^2}{8\pi} = \text{const}, \quad (6)$$

$$\rho c_p U \frac{\partial T}{\partial x} = \text{div}(k \nabla T) + \frac{4\pi \nu_m}{c^2} j^2. \quad (7)$$

Для случая осевой симметрии уравнение (6) запишется в виде  $\rho = \text{const}$ , а уравнения (5) и (7) справедливы при условии  $U \gg I^2/4\pi c^2 \nu_m \rho L$ .

Принимая во внимание условие  $Re_m \gg 1$  и полагая коэффициент теплопроводности  $k = \text{const}$  в потоке, уравнения (5) и (7) для плоского и осесимметрического случаев запишем соответственно в виде:

$$U \frac{\partial H}{\partial x} = \nu_m \frac{\partial^2 H}{\partial y^2}; \quad \rho c_p U \frac{\partial T}{\partial x} = k \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{4\pi \nu_m}{c^2} j_x^2;$$

$$U \frac{\partial H}{\partial x} = \nu_m \left( \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + \frac{1}{y} \frac{\partial H}{\partial y} - \frac{H}{y^2} \right); \quad \rho c_p U \frac{\partial T}{\partial x} = k \left( \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{1}{y} \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{4\pi \nu_m}{c^2} j_x^2.$$

§ 3. Для плоского случая решение для  $H$  находится в классе автомодельных решений, указанных в работе <sup>(2)</sup>. Будем иметь, после удовлетворения соответствующим граничным условиям, следующее выражение для компонент вектора плотности тока  $j$ :

$$j_x = \frac{I}{2\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{U}{\nu_m x}} \exp\left(-\frac{Uy^2}{4\nu_m x}\right); \quad j_y = \frac{I}{4\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{U}{\nu_m x}} \frac{y}{x} \exp\left(-\frac{Uy^2}{4\nu_m x}\right);$$

$I$  — полный ток в струе, приходящийся на единицу длины вдоль  $Oz$ .

Для случая осевой симметрии решение для  $H$  может быть представлено в виде

$$H = x^{-1/2} h(\xi); \quad \xi = \frac{y}{\sqrt{\nu_m x/U}}, \quad (8)$$

где  $h(\xi)$  удовлетворяет уравнению

$$\xi^2 h'' + \xi \left(1 + \frac{\xi^2}{2}\right) h' + \left(\frac{\xi^2}{2} - 1\right) h = 0.$$

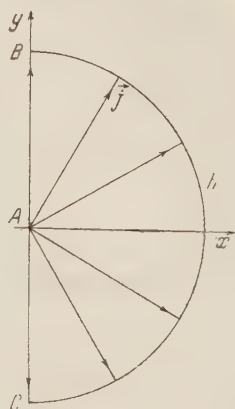


Рис. 1



Рис. 2



Граничные условия:

- а)  $H$  ограничена при  $y = 0$ ;  
 б)  $\lim_{y \rightarrow \infty} yH = 2I/c$  ( $I$  — полный ток в струе).

На основании условия б) выбран множитель  $x^{-1/2}$  в выражении (8) для  $H$ .

Решения для  $H$  и  $j_x$  будут:

$$H = \frac{2I}{cy} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{Uy^2}{4\nu_m x}\right) \right],$$

$$j_x = \frac{c}{4\pi} \frac{1}{y} \frac{\partial yH}{\partial y} = \frac{I}{4\pi} \frac{U}{\nu_m x} \exp\left(-\frac{Uy^2}{4\nu_m x}\right).$$

§ 4. В случае плоского разряда выражение для температуры  $T$  может быть представлено в виде

$$T = \frac{I^2}{c^2 \rho c_p} t(\xi), \quad \xi = \frac{y}{\sqrt{kx/\rho c_p U}},$$

где  $t(\xi)$  удовлетворяет уравнению

$$t'' + \frac{\xi}{2} t' + \exp\left(-\frac{\xi^2}{2 \text{Pr}_m}\right) = 0.$$

Величина  $\text{Pr}_m = \nu_m \rho c_p / k$  может быть, по аналогии с обычным числом Прандтля, названа магнитным числом Прандтля.

Искомое решение для  $T$ , симметричным по  $y$  и обращающимся в  $T_\infty$  при  $y \rightarrow \infty$ , будет

$$T = T_\infty + \frac{I^2}{c^2 \rho c_p} \int_{\xi}^{\infty} \exp\left(-\frac{\eta^2}{4}\right) \int_0^{\eta} \exp\left[-\frac{\zeta^2}{4} \left(\frac{2}{\text{Pr}_m} - 1\right)\right] d\eta d\zeta.$$

Для осесимметрического разряда решение для  $T$  может быть представлено в виде

$$T = \frac{I^2 U}{4\pi c^2 \rho c_p \nu_m} \frac{t(\xi)}{x}; \quad \xi = \frac{y}{\sqrt{kx/\rho c_p U}}.$$

Функция  $t(\xi)$  удовлетворяет уравнению

$$\xi t'' + \left(\frac{\xi^2}{2} + 1\right) t' + \xi t + \xi \exp\left(-\frac{\xi^2}{2 \text{Pr}_m}\right) = 0,$$

общим решением которого является выражение

$$t(\xi) = \exp\left(-\frac{\xi^2}{4}\right) \bar{\text{Ei}}\left(\frac{\xi^2}{4}\right) \left\{ c_1 + c_2 \int_1^{\xi^{3/4}} \frac{\exp(\eta)}{\eta} \bar{\text{Ei}}^{-2}(\eta) d\eta - \right. \\ \left. - \int_0^{\xi^{3/4}} \frac{\exp(\eta)}{\eta} \bar{\text{Ei}}^{-2}(\eta) d\eta \int_0^{\eta} \exp\left(-\frac{2\zeta}{\text{Pr}_m}\right) \bar{\text{Ei}}(\zeta) d\eta d\zeta \right\},$$

где  $\bar{\text{Ei}}(x)$  — интегральная показательная функция (см. (3), стр. 97).

Учитывая граничные условия на функцию  $t(\xi)$ : а)  $t(\xi)$  ограничена при  $\xi \rightarrow 0$  и б)  $\lim_{\xi \rightarrow \infty} t(\xi) = 0$ , получим следующее решение для функции  $T$ :

$$T = \frac{I^2 U}{4\pi c^2 \rho c_p \nu_m} \frac{1}{x} \exp\left(-\frac{\xi^2}{4}\right) \bar{\text{Ei}}\left(\frac{\xi^2}{4}\right) \int_{\xi^{3/4}}^{\infty} \frac{\exp(\eta)}{\eta} \bar{\text{Ei}}^{-2}(\eta) d\eta \int_0^{\eta} \exp\left(-\frac{2\zeta}{\text{Pr}_m}\right) \bar{\text{Ei}}(\zeta) d\eta d\zeta.$$

Заметим, что задача для осесимметричного разряда получается полностью автомодельной только в случае, если  $T_\infty = 0$ , что физически может означать случай  $T_0 \gg T_\infty$ , где  $T_0$  — температура газа в центре струи.

Центральный аэрогидродинамический институт  
 им. Н. Е. Жуковского

Поступило  
 1 X 1958

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> Н. Е. Кочин, И. А. Кибель, Н. В. Розе, Теоретическая гидромеханика, 1, 1948. <sup>2</sup> В. Н. Жигулев, ДАН, 124, № 5 (1959). <sup>3</sup> Е. Янке, Ф. Эмде, Таблицы функций, 1948.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

Д. А. СЛАВНОВ и А. Д. СУХАНОВ

**К ВОПРОСУ О ПРИЧИННОСТИ В ТЕОРИИ С ИНДЕФИНИТНОЙ  
МЕТРИКОЙ**

(Представлено академиком Н. Н. Боголюбовым 10 XI 1958)

В последнее время появился ряд работ <sup>(1-3)</sup>, в которых для устранения расходимостей в теории поля используется предложение Гайзенберга (см. <sup>(1)</sup>; в этой работе имеются также ссылки на предыдущие работы) ввести в пространстве амплитуд состояния индефинитную метрику. В этих работах были преодолены трудности, связанные с введением «нефизических» полей, несущих отрицательную норму, и предложены различные варианты унитарной матрицы рассеяния.

Весьма важным является вопрос, насколько предложенные схемы удовлетворяют требованиям причинности. В настоящей работе исследуется вопрос о возможности построения макропричинной теории с индефинитной метрикой, исходя из довольно общих предположений, в рамки которых, в частности, попадают конкретные варианты <sup>(1-3)</sup>.

В соответствии с идеей Гайзенберга, будем считать, что полное пространство амплитуд состояния  $H$  распадается на подпространство физических амплитуд состояния  $H_1$  и подпространство «нефизических» амплитуд состояния  $H_2$ . Именно, как и в <sup>(2)</sup> \*, представим полное поле  $\chi(x)$  в виде суммы физического и «нефизических» полей

$$\chi(x) = \varphi_0(x) + \sum c_n \varphi_n(x), \quad (1)$$

так чтобы свертки полных полей имели вид

$$D(x-y) = \mathcal{D}(x-y) + \sum \varepsilon_n c_n^2 \mathcal{D}_{m_n}(x-y) = \mathcal{D}(x-y) + \Delta(x-y). \quad (2)$$

Под термином «нефизическая свертка» в дальнейшем подразумеваем  $\Delta(x-y)$ . Кроме (1) и (2), нам понадобится оператор  $P$ , проектирующий амплитуды состояния на подпространство  $H_1$ .

Нашей целью является построение унитарной матрицы рассеяния  $\tilde{S}$ , действующей в подпространстве физических амплитуд состояния  $H_1$ . Как и в <sup>(1-3)</sup>, предполагаем, что существует матрица рассеяния  $S$ , связывающая асимптотические амплитуды состояния из полного пространства  $H$ , которая удовлетворяет обычным требованиям релятивистской ковариантности, унитарности и микроскопической причинности <sup>(4)</sup>. Это приводит к тому, что на допустимые амплитуды состояния мы фактически накладываем условие

$$F_{+\infty} + UF_{-\infty} = 0; \quad U^+ = U^{-1}, \quad (3)$$

где  $F$  — амплитуда состояния из подпространства  $H_2$ . Ясно, что  $\tilde{S}$  может быть функцией только  $S$  и  $P$ .

\* В дальнейшем, если не оговорено, используются обозначения этой работы.

В наших дальнейших рассуждениях мы будем существенно пользоваться теорией возмущений. Поэтому предполагаем, что матрицы  $S$  и  $\tilde{S}$  разложимы в ряд по константе взаимодействия.

На матрицу  $\tilde{S}$  естественно наложить следующие условия: 1) релятивистской ковариантности; 2) унитарности:  $\tilde{S}\tilde{S}^+ = 1$ ; 3) ослабленной причинности.

Для формулировки последнего воспользуемся функцией «интенсивности включения взаимодействия»  $g(x)$  <sup>(4)</sup> такой, что  $g_1(x) = 0$ , если  $x \notin G_1$ ;  $g_2(x) = 0$ , если  $x \notin G_2$ , где  $G_1$  и  $G_2$  — две неперекрывающиеся пространственно-временные области, причем точки области  $G_2$  расположены по времени позже точек области  $G_1$  или пространственно подобны им. Тогда разность

$$R_{12} = \tilde{S}(g_1 + g_2) - \tilde{S}(g_2)\tilde{S}(g_1) = \tilde{S}(1 + 2) - \tilde{S}(2)\tilde{S}(1)$$

должна достаточно быстро стремиться к нулю при увеличении «расстояния» (времени — для областей, разделенных времени-подобным интервалом или лежащих вдоль светового конуса; координаты — для пространственно-подобных областей) между областями.

Обсудим подробнее последнее условие. От «расстояния» между областями зависят только свертки. Поэтому естественно ожидать, что условие 3) будет выполнено тогда и только тогда, когда: а)  $R_{12}$  будет представлять собой сумму членов, каждый из которых пропорционален «нефизической свертке» (асимптотическим поведением физических сверток мы никак не можем распорядиться!); б) «нефизические свертки» будут достаточно быстро стремиться к нулю при увеличении «расстояния» между областями. Такие предположения можно подтвердить строгими рассуждениями. Можно также показать, что представление  $R_{12}$  указанным выше способом возможно тогда и только тогда, когда  $R_{12}$  представляется в виде суммы членов типа

$$P\Pi_1(1, 2)P\Pi_2(1)(1 - P)\Pi_3(2)P\Pi_4(1, 2)P, \quad (4)$$

где  $\Pi_i$  — некоторые операторные выражения, зависящие от операторов поля в областях  $G_1$  или  $G_2$  соответственно.

Дальнейшие исследования будем проводить по степеням теории возмущений. Будем разлагать  $\tilde{S}$  в ряд по  $P$  и  $(S - 1)$  (по  $S$  разлагать неудобно, так как  $S$  не является малой величиной), т. е.

$$\begin{aligned} \tilde{S} = & P \{ 1 + (S - 1) + a_1(S - 1)(S - 1) + a_2(S - 1)P(S - 1) + \\ & + b_1(S - 1)(S - 1)(S - 1) + b_2(S - 1)(S - 1)P(S - 1) + \\ & + b_3(S - 1)P(S - 1)(S - 1) + b_4(S - 1)P(S - 1)P(S - 1) + \dots \} P. \end{aligned} \quad (5)$$

Из соображений соответствия с обычной теорией ( $\tilde{S}$  при  $P = 1$  должна переходить в  $S$ ) коэффициенты у первых двух членов взяты равными единице,  $\Sigma a_i = 0$ ,  $\Sigma b_i = 0$  и т. д. Подбором коэффициентов будем добиваться удовлетворения в каждом порядке условий унитарности 2) и причинности 3); последнее в силу изложенного сводится к: 3'')  $(R_{12})_n$  представима в виде суммы членов типа (4) и 3') все «нефизические свертки» достаточно быстро стремятся к нулю при увеличении «расстояния» между областями.

Элементарные вычисления с учетом условия унитарности дают для  $R_{12}$  во втором порядке выражение

$$\begin{aligned} (R_{12})_2 = & P \{ (-1/2 + i\alpha) S_1(2)(1 - P) S_1(1) + \\ & + (1/2 + i\alpha) S_1(1)(1 - P) S_1(2) \} P, \end{aligned} \quad (6)$$

где  $\alpha$  — произвольное действительное число.

Тем самым условие 3') во втором порядке выполняется автоматически. Однако, если вводить дискретный спектр «нефизических полей» типа (1), то



«нефизические свертки» для пространственно-подобных интервалов убывают экспоненциально, а для времени-подобных осциллируют (имеющееся степенное убывание не препятствует распространению частиц на макроскопические времена), и поэтому условие  $3''$  не будет выполнено. Это, как заметил впервые Фирц <sup>(5)</sup> в связи с <sup>(1)</sup>, приводит к нарушению условия причинности уже во втором порядке.

Возникает мысль попытаться изменить асимптотику «нефизических сверток» и тем самым снять возражение Фирца. Действительно, если ввести вместо дискретного спектра типа (1) спектр, в котором каждое «нефизическое» поле усреднено по достаточно узкому интервалу масс с каким-либо весом, например гауссовским, то свертка «нефизического» поля примет вид

$$\mathcal{D}_{m_n} = \int_{m_n}^{m_n''} \frac{1}{M} e^{-(m-m_n)^2/M^2} \mathcal{D}_m(x-y) dm, \quad (7)$$

а асимптотическое выражение для «нефизической свертки» получит экспоненциально убывающий множитель за счет усреднения быстро осциллирующих функций\*.

$$\Delta(x-y) \rightarrow \Delta(x-y) e^{-\lambda M^2/4}. \quad (8)$$

Ясно, что по-прежнему  $D(x-y)$  может быть сделана достаточно регулярной.

Таким образом, специальным выбором «нефизических» полей можно добиться выполнения условия причинности во втором порядке и матрица  $(\tilde{S})_2$  определяется условиями 2) и 3) с точностью до одного чисто мнимого параметра  $i\alpha$ .

Не составляет труда показать, что матрица  $\tilde{S}$ , с точностью до третьего порядка удовлетворяющая условиям причинности и унитарности, может быть построена и будет зависеть от того же параметра, т. е. в третьем порядке произвол не увеличивается.

Путем простых, но весьма громоздких вычислений можно прийти к выводу, что для выполнения условий причинности и унитарности матрицы  $\tilde{S}$  в четвертом порядке необходимо, чтобы введенный во втором порядке чисто мнимый параметр был вещественным. Таким образом, приходим к явному противоречию: условия унитарности и причинности в четвертом порядке несовместимы с условием унитарности во втором порядке.

Итак, построить матрицу  $S$ , связывающую асимптотические амплитуды состояния из подпространства  $H_1$ , которая удовлетворяла бы условиям унитарности и ослабленной причинности, с помощью унитарной и микропричинной матрицы  $S$ , действующей в полном пространстве  $H$ , в рамках теории возмущений не удается\*\*.

Естественно, что вопрос о возможности построения теории с индефинитной метрикой, в которой бы не использовались ни матрица рассеяния, ни

\* Как указано Б. В. Медведевым в докладе на семинаре в Математическом институте им. В. А. Стеклова, нарушение причинности во втором порядке легко понять, если обратиться к связи теории с индефинитной метрикой с нелокальной теорией. Действительно, теория с индефинитной метрикой фактически использует регуляризацию Паули — Вилларса с конечными массами и поэтому может быть сведена к нелокальной теории с факторизующимся форм-фактором. Нарушение причинности в случае, рассмотренном Фирцем, связано с невыполнением для получающегося форм-фактора условий Кретьена — Пайерлса <sup>(6)</sup>, так как форм-фактор имеет полюс на действительной оси квадратов импульсов. Наш способ введения «нефизических» полей также получает естественное толкование, ибо мы фактически добиваемся снятия особенности путем интегрирования обобщенной функции в классе достаточно гладких функций <sup>(4)</sup>.

\*\* Мы также рассмотрели вопрос о возможности построения матрицы  $S$ , не прибегая к понятию матрицы рассеяния в полном пространстве, а используя только понятие лагранжиана взаимодействия полных полей, однако и в этом случае получен отрицательный результат.

лагранжиан в полном пространстве, остается открытым. Кроме того, остается открытым чрезвычайно интересный вопрос о возможности построения теории с индефинитной метрикой вне рамок теории возмущений.

В заключение пользуемся случаем выразить глубокую благодарность Б. В. Медведеву за постоянное внимание к работе и ряд ценных советов. Выражаем также благодарность акад. Н. Н. Боголюбову, Д. В. Ширкову и М. К. Поливанову за полезную дискуссию.

Поступило  
10 XI 1958

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> W. Heisenberg, Zs. f. Naturforsch., 5a, 251 (1950); Rev. Mod. Phys., 29, 269 (1957). <sup>2</sup> Н. Н. Боголюбов, Б. В. Медведев, М. К. Поливанов, Научн. докл. высш. школы, физ.-матем. науки, № 2 (1958). <sup>3</sup> O. A. Glaser, Proc. of 1958 Conference on High Energy Physics, CERN, 1958. <sup>4</sup> Н. Н. Боголюбов, Д. В. Ширков, Введение в теорию квантованных полей, М., 1957. <sup>5</sup> M. Fierz, Helv. Phys. Acta, 23, 731 (1950). Пер. в сборн. Новейшее развитие квантовой электродинамики, ИЛ, 1954. <sup>6</sup> M. Chretien, R. E. Peierls, Nuovo Cim., 10, 669 (1953).

В. Л. БОНЧ-БРУЕВИЧ

# О СВЯЗИ МЕЖДУ КОНСТАНТАМИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЭЛЕКТРОНОВ С ФОНОНАМИ И С ПРИМЕСЯМИ В МЕТАЛЛАХ

(Представлено академиком А. Ф. Иоффе 31 X 1958)

В теории электропроводности металлов константы, характеризующие взаимодействие электронов с колебаниями решетки и с различными структурными дефектами (например, примесными центрами), обычно вводятся либо с помощью учета экранирования по методу Томаса — Ферми, либо полуфеноменологическим путем. Однако первый способ в применении к твердому телу вызывает серьезные сомнения, а во втором названные параметры до сих пор рассматривались как независимые. Фактически же между ними имеется глубокая связь, выявление которой и составляет задачу настоящей работы.

Рассмотрим сначала взаимодействие электронов с фононами. Как и в работах <sup>(1,2)</sup>, мы будем связывать его с дополнительным полем, возникающим при смещении ионов решетки металла из положений равновесия; однако, в отличие от названных работ, экранирование будем учитывать не приближенно, а точно — по методу функций Грина <sup>(3)</sup>.

Обозначим вектор смещения иона из положения равновесия через  $u(r)$  (мы рассматриваем для простоты простую решетку, обобщение на более сложный случай тривиально). Дополнительная плотность заряда, возникающая при таком смещении, есть

$$\delta\rho = ne \operatorname{div} u \quad (1)$$

( $e > 0$ ,  $n$  — концентрация ионов). С ней связана дополнительная энергия электронов

$$U = -e\varphi, \quad (2)$$

где  $\varphi$  — экранированный потенциал, созданный плотностью заряда (1). Как известно <sup>(3, 4)</sup>,

$$\varphi(x) = \int D(x, y) \rho(y) dy \quad (x \text{ — 4-точка}). \quad (3)$$

Здесь

$$D(x, y) = \int dk e^{-i(k, x-y)} D(k) \quad (dk = dk_0 dk, kx = k_0 x_0 - kx) \quad (4)$$

есть полная бозонная функция Грина (в данном случае — для кулоновской задачи в твердом теле).

Следует заметить, что само представление о локальном взаимодействии (2) является приближенным: строго говоря, его можно ввести лишь в пренебрежении «радиационными поправками» к вершинной части (законность чего не всегда очевидна, ибо роль «радиационных поправок» в данном случае может играть и взаимодействие между электронами). Именно такая постановка задачи, однако, типична для всех современных методов, и мы пока будем ее придерживаться. В известной мере это оправдано, так как фактически в нашей постановке задачи (формула (1)) ионы считаются точечными, и в этом случае вряд ли имеет смысл учитывать небольшую «размазку» электрона. В области больших длин волн фононов, которая будет пред-



ставлять для нас наибольший интерес, обе аппроксимации представляются вполне допустимыми. Подчеркнем, что никаких других предположений о характере взаимодействия между электронами мы не делаем. Такие предположения могли бы возникнуть лишь в дальнейшем — при специализации поляризационного оператора в формуле (6), что, однако, нам не понадобится.

Введем характерную для металла систему единиц, полагая

$$\hbar = W_F = 2m = 1, \quad (5)$$

где  $W_F$  — энергия Ферми,  $m$  — эффективная масса, определенная каким-нибудь подходящим способом (несущественно, каким именно, так как она не входит в окончательный ответ). Тогда <sup>(3, 5)</sup>

$$D(k, k_0) = \frac{1}{(2\pi)^4} \frac{1}{k^2 - (2\pi)^4 P(k, k_0) + i\varepsilon}, \quad \varepsilon > 0 \quad (6)$$

( $P$  — поляризационный оператор). Для вектора смещения воспользуемся обычным выражением

$$u = \sum_{k, \nu} \frac{1}{V 2\rho\omega(k, \nu)} \{ \vec{\xi}(k, \nu) e^{i\mathbf{k}\mathbf{x} - i\omega x_0} b(k, \nu) + \text{эрм. сопр.} \}. \quad (7)$$

Здесь  $V$  — фундаментальный объем;  $\rho$  — плотность кристалла;  $k$  и  $\omega(k, \nu)$  — волновой вектор и частота фонона;  $\nu$  — «сорт» колебания;  $\vec{\xi}$  — орт смещения;  $b$  и  $b^*$  — бозе-операторы уничтожения и рождения фононов.

Подставляя (1), (6) и (7) в (2), получаем

$$U = - \frac{ine^2}{V} \sum_{k, \nu} \frac{1}{V 2\rho\omega} \frac{1}{k^2 - (2\pi)^4 P(k, \omega) + i\varepsilon} \{ (k, \vec{\xi}) b e^{i\mathbf{k}\mathbf{x} - i\omega x_0} - \text{эрм. сопр.} \}. \quad (8)$$

Как показано в <sup>(3, 5)</sup>, уравнение  $k^2 - (2\pi)^4 P(k, k_0) = 0$  имеет вещественные корни  $k_0(k)$ , соответствующие частотам плазменных волн в твердом теле. В металлах, однако, звуковые частоты гораздо меньше плазменных, и, следовательно, знаменатель (8) в нуль не обращается, и величину  $i\varepsilon$  можно отбросить\*. Более того, поскольку в формуле (8) все энергии измеряются в единицах энергии Ферми, величину  $P(k, \omega(k, \nu))$  можно заменить на  $P(k, 0)$  ( $\hbar\omega(k, \nu) \ll W_F$ ); при этом <sup>(3)</sup>

$$- (2\pi)^4 P(k, 0) = f(k) > 0, \quad f(0) \neq 0. \quad (9)$$

(Очевидно,  $f(0)$  порядка обратной атомной длины.)

Как известно (см., например, <sup>(6)</sup>), при рассеянии электронов играют роль лишь малые волновые числа фононов. При этом величиной  $k^2$  в знаменателе (8) можно пренебречь, и мы получаем

$$U \cong - ig \sum_{k, \nu} \frac{1}{V \omega V} \{ (k, \vec{\xi}) e^{-i\mathbf{k}\mathbf{x} + i\omega x_0} b - \text{эрм. сопр.} \}, \quad (10)$$

где константа связи есть

$$g = \frac{ne^2}{V 2\rho f(0)}. \quad (11)$$

Напомним, что эта величина написана в безразмерных единицах (5). В обычных единицах мы получили бы (с точностью до несущественного постоянного множителя)

$$[g \sim \frac{n^{1/2} m e^2}{\hbar^2 f(0)} \left( \frac{m}{M} \right)^{1/2}] \quad (12)$$

( $M$  — масса иона).

Выражение (10) совпадает с обычно употребляемой формулой для энергии взаимодействия <sup>(6)</sup>; при этом для фигурирующей в <sup>(6)</sup> константы  $C$

\* В полупроводниках дело обстоит, вообще говоря, иначе, соответственно чему в принципе мог бы быть возможен «плазменноакустический резонанс» — генерация плазменных волн ультразвуком. Фактически, однако, сильное затухание плазменных колебаний крайне затрудняет наблюдение этого эффекта.

легко находим, переходя к обычным единицам:

$$C = \frac{3}{2} \frac{ne^2}{f(0)}. \quad (13)$$

Подчеркнем, однако, что все это имеет смысл лишь при достаточно малых волновых числах фоонов ( $k^2 \ll f(k)$ ); в общем же случае следует пользоваться формулой (8), в которой роль больших  $k$  не переоценивается в такой степени, как обычно.

В формулу (13) входит величина  $f(0)$  — значение поляризационного оператора в нуле. Ее можно либо вычислять приближенно, тем или иным способом решая многоэлектронную задачу, либо рассматривать как экспериментально определяемый параметр. Заранее ясно, что, будучи связан с экранированием внешнего поля свободными зарядами, этот параметр входит и в характеристики рассеяния электронов примесями (и иными структурными дефектами решетки; для краткости будем говорить только о примесях). Действительно, энергия взаимодействия электрона с примесным центром есть

$$V_i = -e \int D(x, y) \delta\rho(y) dy, \quad (14)$$

где  $\delta\rho$  — избыточная (над средней по металлу) плотность заряда в атоме (ионе) примеси. Принимая во внимание, что — по смыслу дела —  $\delta\rho$  не зависит от времени, легко находим

$$V_i = -e \int dk \frac{e^{ikx} \delta\rho(k)}{k^2 + f(k)}, \quad (15)$$

где функция  $f(k)$  определена равенством (9) и

$$\delta\rho(k) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int dy e^{-iky} \delta\rho(y). \quad (16)$$

Естественно, знаменатель в (15) совпадает с таковым в (8) (при  $\omega(k, \nu) \cong 0$ ). Асимптотически на больших расстояниях от примеси (именно этот случай интересен, например, при рассеянии на малые углы) формула (15) описывает экспоненциальное затухание с радиусом экранирования  $r_0 = f^{-1/2}(0)$ . Так, например, для точечного заряда  $V_i \sim -\frac{e^2}{4\pi} r^{-1} e^{-r/r_0}$  (поля измеряются в единицах Хивисайда). Этот же параметр  $r_0$  определяет и глубину проникновения постоянного электрического поля в металл.

Таким образом, константа взаимодействия электронов с фоонами непосредственно связана с радиусом экранирования статического поля свободными электронами:

$$C = 3/2 nr_0^2 e^2. \quad (17)$$

Причина этой связи ясна: в силу малости фоонных частот по сравнению с фермиевской дополнительное поле, связанное с колебаниями решетки, в смысле действия на электроны металла практически не отличается от статического.

*Примечание при корректуре.* В работе (7) слагаемое  $k^2$  в знаменателе оставляется, но используется аппроксимация, эквивалентная замене поляризационного оператора константой, что представляется не вполне последовательным.

Московский государственный университет  
им. М. В. Ломоносова

Поступило  
12 VIII 1958

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> J. Bardeen, D. Pines, Phys. Rev., 99, 1140 (1955). <sup>2</sup> A. Overhauser, Phys. Rev., 89, 699 (1953). <sup>3</sup> В. Л. Бонч-Бруевич, Физ. мет. и металловед., 6, в. 4 (1958). <sup>4</sup> Н. Н. Боголюбов, Д. В. Ширков, Введение в теорию квантованных полей, 1957. <sup>5</sup> В. Л. Бонч-Бруевич, Физ. мет. и металловед., 4, в. 3, 546 (1957). <sup>6</sup> Г. Бете, А. Зоммерфельд, Электронная теория металлов, 1934. <sup>7</sup> D. Pines, Phys. Rev., 109, 280 (1958).

Т. К. ЗИЛОВА, Н. И. ПЕТРУХИНА и Я. Б. ФРИДМАН

## О ЗАКОНОМЕРНОСТЯХ КИНЕТИКИ ДЕФОРМАЦИИ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ПОДАТЛИВОСТИ НАГРУЖЕНИЯ

(Представлено академиком Г. В. Курдюмовым 24 VII 1958)

Достоверность прогноза прочности сооружения в эксплуатации в значительной мере зависит от знания закономерностей кинетики нагружения и сопротивления (силовой и деформационной). Характер этих закономерностей определяется внешними условиями, т. е. податливостью нагружения и величиной запаса упругой энергии или податливостью и величиной нагрузки, так и свойствами материала, формой и размерами образца, т. е. пластической энергоемкостью образца в данных условиях. Известно, что податливость является удельным свойством системы и не зависит от величины нагрузки, а зависит от упругих свойств материала, формы, условий нагружения и некоторых других факторов (1). Запас упругой энергии, накапливаемый в напряженной системе, зависит от податливости системы и исходной нагрузки. За счет изменения величины нагрузки можно создать разные запасы упругой энергии при одинаковой податливости и одинаковых запасах упругой энергии на установках с разной податливостью. Характер деформации и разрушения определяется кинетическими закономерностями изменения во времени нагружающей силы, силы сопротивления и деформации нагружаемого тела; разрушение может как совсем останавливаться (неразвивающиеся трещины), так и протекать по типу взрыва\*.

Нами изучались закономерности нагружения и деформации при различной податливости нагружающего устройства, т. е. при различном характере изменения во времени нагружающей силы  $P_n$  в процессе деформации и разрушения в изолированной системе.

Испытания производились на сконструированных для этой цели установках ДРП-361\*\*, в пружинном силоизмерителе которых с помощью гидрпривода создавался исходный запас упругой энергии. При установке образца производится замыкание силовой цепи пружинный силоизмеритель — образец, так что в процессе испытания запас упругой энергии не пополняется и расходуется в основном на деформирование образца.

В проведенных опытах податливость установок составляла 0,7 мм/т (при этом максимальное исходное усилие  $P_{n(исх)} = 9$  т и максимальный запас упругой энергии  $A_{y(исх)} = 28$  кгм) и 2,5 мм/т (при  $P_{n(исх)} = 6$  т,  $A_{y(исх)} = 45$  кгм). В процессе испытания записывались во времени на шлейфовом осциллографе МПО-2: усилие на силоизмерителе  $P_n$ , усилие на образце  $P_c$ , абсолютное удлинение образца  $\Delta$  (рис. 1). Из осциллограмм были рассчитаны закономерности изменения во времени  $P_n(\tau)$ ,  $P_c(\tau)$ ,  $\Delta(\tau)$ , скорость абсолютной деформации  $d\Delta/d\tau$  и ее ускорение  $d^2\Delta/d\tau^2$  в зависимости от податливости нагружения, величины исходного усилия и исходного запаса упругой энергии. Испытания проводились на гладких образцах диаметром 5 мм из сплавов Д16Т, I и стали 40ХНМА в состоянии закалки и отпуска при 200 и 550°.

\* Примером служит взрывное разрушение самолетов «Комета» фирмы Хевилленд (2).

\*\* Установка ДРП-361 разработана авторами совместно с Б. А. Палкиным и Н. В. Рязановым (3).



Как следует из рис. 2 и 3, при податливости 0,7 мм/т кинетические кривые усилия на силоизмерителе круто падают; при 2,5 мм/т кривая  $P_n(\tau)$  пологая. Такое же влияние оказывает податливость силоизмерителя и на ход кривых скорости абсолютной деформации. Чем выше запас упругой энергии при прочих равных условиях, тем выше скорость процесса деформации при приближении к разрушению, тем меньше

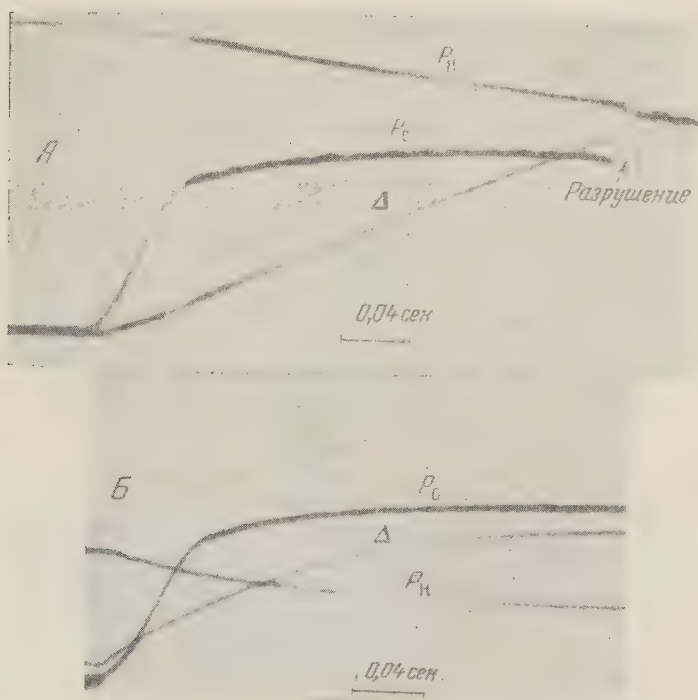


Рис. 1. Осциллограммы, записанные при испытании на осевое растяжение гладких образцов с  $d=5$  мм из сплава Д16Т, на установках с разной податливостью при равных  $P_{n(исх)}=2,8$  т. А—установка податливостью 2,5 мм/т,  $A_y(исх)=9,9$  кгм, образец разрушился через 0,32 сек.; Б—установка податливостью 0,7 мм/т,  $A_y(исх)=2,9$  кгм, образец разрушить не удалось

продолжительность всего процесса до разрушения (рис. 2 и 3). Бóльшая начальная скорость деформации у жесткой системы объясняется тем, что скорость распространения упругих (или пластических) волн в твердом теле пропорциональна корню квадратному из модуля упругости (или пластичности) материала или жесткости. Двойное дифференцирование кривой деформации показало, что во всех случаях процесс деформации начинает развиваться при положительном ускорении; чем меньше податливость и запас упругой энергии, тем быстрее процесс с положительным ускорением переходит в процесс с отрицательным ускорением, т. е. к стадии затухания. Однако ни величина исходного усилия, ни величина исходного запаса упругой энергии в отдельности недостаточны для суждения о кинетике процесса. Величина исходной силы недостаточна, так как не определяет характера ее изменения во времени. Величина исходного запаса недостаточна, так как не отражает даже исходных силовых соотношений — одной и той же величине запаса упругой энергии могут соответствовать разные значения исходной силы (при разной податливости).

Из кинетических закономерностей, приведенных на рис. 2, видно, что при одинаковом исходном усилии  $P_{n(исх)}=2,8$  т (рис. 2, кривые 3 и 5)

при крутом падении силы во времени образец не разрушается (кривая 3), при пологом изменении силы во времени образец разрушается за короткое время  $\tau = 0,32$  сек. (кривая 5). Более того, на установках с податливостью 2,5 мм/т разрушение образцов удается получить при исходном усилии

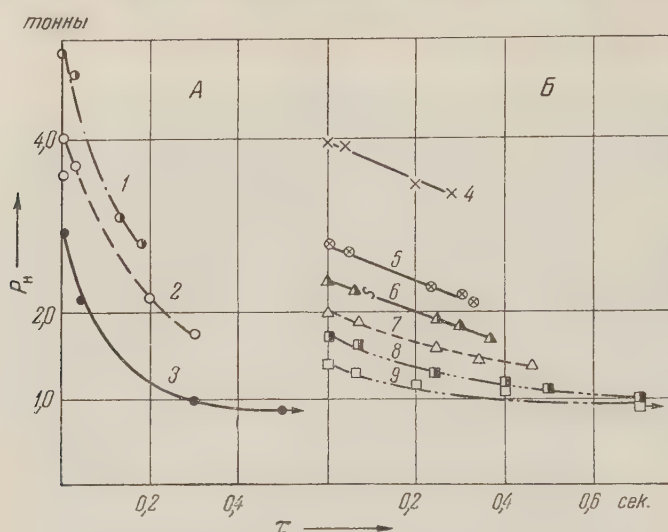


Рис. 2. Кинетические кривые нагрузки на силоизмерителе  $P_n(\tau)$  в процессе испытания при разных значениях  $P_n(\text{исх})$  и  $A_y(\text{исх})$ . А — семейство кривых, полученное на установке с податливостью силоизмерителя 0,7 мм/т; Б — то же при 2,5 мм/т. Значения  $A_y(\text{исх})$ : 1 — 9 кгм, 2 — 5,6 кгм, 3 — 2,9 кгм (без разрушения), 4 — 20 кгм, 5 — 9,8 кгм, 6 — 7,2 кгм, 7 — 5,0 кгм, 8 — 3,5 кгм, 9 — 2,5 кгм (без разрушения)

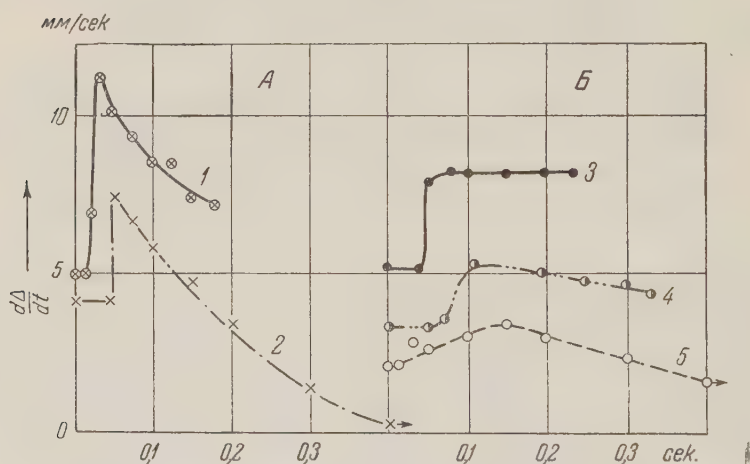


Рис. 3. Кинетические кривые скорости абсолютной деформации при испытании гладких образцов с  $d=5$  мм из сплава Д16Т на осевое растяжение. А — податливость 0,7 мм/т; Б — податливость 2,5 мм/т. 1 —  $P_n(\text{исх})=5$  т,  $A_y(\text{исх})=9$  кгм; 2 —  $P_n(\text{исх})=3,6$  т,  $A_y(\text{исх})=4,5$  кгм (без разрушения); 3 —  $P_n(\text{исх})=4$  т,  $A_y(\text{исх})=20$  кгм; 4 —  $P_n(\text{исх})=2,8$  т,  $A_y(\text{исх})=9,8$  кгм; 5 —  $P_n(\text{исх})=1,6$  т,  $A_y(\text{исх})=3,2$  кгм (без разрушения)

$P_n(\text{исх}) = 1,6$  т, в то время как на установке с податливостью 0,7 мм/т разрушение образцов начинается лишь при  $P_n(\text{исх}) = 4$  т, что объясняется различием в кинетике изменения нагружающей силы. Опыты проводились на образцах из сплава Д16Т гладких,  $d = 5$  мм, при осевом растяжении.

О влиянии податливости нагружения на различные материалы (в сопоставимых условиях) можно судить либо по величине исходных усилий, необходимых для разрушения при различной податливости нагружения, либо по общему времени до разрушения (рис. 4). Два алюминиевых сплава

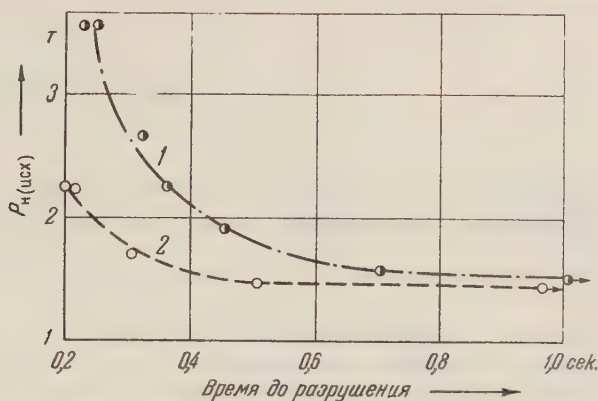


Рис. 4. Сопоставление сплавов Д16Т (1) и I (2) при испытании на осевое растяжение гладких образцов с  $d=5$  мм на установке податливостью 2,5 мм/т при равных  $P_n(\text{исх})$

I ( $\sigma_B \approx 60$  кг/мм<sup>2</sup>,  $\sigma \approx 6-7\%$ ) и Д16Т ( $\sigma_B \approx 50$  кг/мм<sup>2</sup>;  $\sigma \approx 8-10\%$ ) испытывались при одинаковой податливости и при равных исходных нагрузках; оказалось, что образцы из сплава I разрушаются быстрее, чем из сплава Д16Т (рис. 4). При одинаковой податливости минимальная величина исходной нагрузки, необходимая для разрушения образца из сплава I, меньше, чем для сплава Д16Т, хотя предел прочности у сплава I выше, чем у Д16Т.

Из полученных закономерностей вытекает, что влияние запаса упругой энергии, установленное в ряде работ (<sup>4-10</sup>) и наблюдаемое при разрушениях в эксплуатации, в основном определяется характером изменения силовой кинетики в условиях нарушенного или неустановившегося равновесия. Чем больше запас упругой энергии (при той же величине нагружающей силы), тем медленнее падение нагружающей силы  $P$  во времени с развитием деформации нагружаемого тела, тем, при прочих равных условиях, интенсивнее будет развиваться процесс деформации и разрушения.

Рассмотренные закономерности были получены в условиях изолированной системы (процесс осциллографирования проводился с начального момента нагружения), однако есть все основания считать, что высказанные положения остаются в силе и для систем, подгружаемых извне в течение всего процесса нагружения, но влияние изучавшихся факторов будет проявляться не с начала процесса, а с момента существенного отклонения системы от квазиравновесного состояния.

Поступило  
16 VII 1958

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> Я. Б. Фридман, Сборн. Теоретические основы конструирования машин, 1957, стр. 257. <sup>2</sup> М. Zaustin, Aeronaut. Eng. Rev., 14, № 12, 45 (1955). <sup>3</sup> Т. К. Зилова, Б. А. Палкин и др., Зав. лаб., 25, 1 (1959). <sup>4</sup> Л. С. Мороз, С. С. Шураков, Проблема прочности цементированной стали, ИЛ, 1954. <sup>5</sup> А. Надаи, Пластичность и разрушение твердых тел, Судпромгиз, 1947. <sup>6</sup> E. Orowan, Weld. J., 34, 3, 157 (1955); J. Appl. Phys., 26, 7, 900 (1955). <sup>7</sup> Т. К. Зилова, Я. Б. Фридман, Зав. лаб., 22, 6, 712 (1956). <sup>8</sup> Е. М. Шевандин и др., Зав. лаб., 22, 11, 1338 (1956); ДАН, 113, № 5, 1057 (1957). <sup>9</sup> A. A. Wells, Weld. Res., 7, № 2, 34 (1953). <sup>10</sup> И. Л. Шимелевич, Сборн. Металловедение, Л., 1957.



Р. С. МИНЦ

# ИССЛЕДОВАНИЕ КИНЕТИКИ СПЕКАНИЯ НИКЕЛЯ, МЕДИ И МОЛИБДЕНА ДИЛАТОМЕТРИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

(Представлено академиком И. П. Бардиным 3 XI 1958)

Исследование кинетики спекания титана <sup>(1)</sup> в вакуумном дилатометре показало возможность осуществления процесса спекания металлического порошка путем многократного нагрева и охлаждения и, следовательно,

возможность замены изотермических режимов спекания циклическими режимами.

В настоящей работе излагаются результаты дилатометрического исследования процесса спекания порошков никеля, меди и молибдена, из которых следует, что вывод о возможности замены изотермического спекания циклическим, полученный на примере титана, может быть распространен на никель, медь, молибден и, возможно, некоторые другие чистые металлы.

Исследование проводилось в вакуумном дилатометре <sup>(2,3)</sup>, предназначенном для изучения кинетики спекания металлических порошков.

На рис. 1 показана дилатометрическая кривая циклического спекания спрессованного порошка карбонильного никеля. Образец в форме параллелепипеда размером  $7 \times 7 \times 15$  мм был изготовлен путем двустороннего прессования при удельном давлении  $2,32 \text{ т/см}^2$ . Нагрев образца в дилатометре до  $1000^\circ$  и охлаждение до комнатной температуры производилось со скоростью  $300^\circ/\text{час}$ . Перед началом опыта в дилатометре создавался вакуум  $10^{-3}$  мм. Весь опыт, состоящий из 8 циклов нагрева и охлаждения, проводился при непрерывном действии насосной системы (форвакуумного и диффузионного насосов).

В процессе первого нагрева образца происходит быстрое падение вакуума, минимальное значение которого, составляющее приблизительно 17% от начальной величины в  $10^{-3}$  мм, наблюдается при  $300^\circ$ . При дальнейшем нагреве вакуум в дилатометре увеличивается

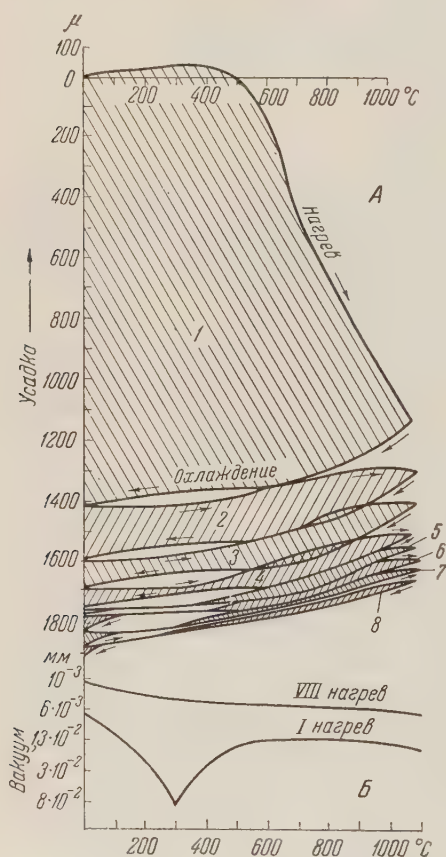


Рис. 1. А — дилатометрическая кривая циклического спекания никеля. Б — изменение вакуума в процессе циклического спекания

происходит быстрое падение вакуума, минимальное значение которого, составляющее приблизительно 17% от начальной величины в  $10^{-3}$  мм, наблюдается при  $300^\circ$ . При дальнейшем нагреве вакуум в дилатометре увеличивает-

ся; при  $1000^{\circ}$ , т. е. в конечной точке кривой нагрева для первого цикла, он достигает не более 60% начальной величины. При охлаждении образца вакуум продолжает расти, при этом исходное значение вакуума в  $10^{-3}$  мм достигается только при комнатной температуре. При каждом следующем цикле повторяется та же закономерность в изменении величины вакуума, с тем отличием, что с увеличением порядкового номера цикла величина вакуума в минимальной точке кривой при нагревании возрастает (т. е. падение вакуума при  $300^{\circ}$  с увеличением числа циклов уменьшается); одновременно возрастает величина вакуума при  $1000^{\circ}$ .

Подобно тому как это имело место при дилатометрическом исследовании спекания титана <sup>(1)</sup>, при исследовании спекания никеля (рис. 1) также в начале нагрева наблюдается некоторый подъем дилатометрической кривой, который указывает на рост образца, вызванный термическим расширением частиц и выделением газа из замкнутых пор (что находит подтверждение в падении вакуума). Наибольший подъем дилатометрической кривой имеет место приблизительно при  $400^{\circ}$ . При повышении температуры начинается усадка образца, величина которой пропорциональна температуре нагрева.

Процесс усадки, начавшийся при нагреве, продолжается также некоторое время при охлаждении. С понижением температуры скорость усадки постепенно уменьшается и сходит на нет. Одновременно идет процесс термического сжатия при охлаждении. При повторном нагреве (а также при всех последующих нагревах) до некоторой температуры происходит термическое расширение, а затем, наряду с ним, процесс дальнейшей усадки при спекании. Дилатометрическая кривая является результирующей кривой двух процессов: термического расширения или сжатия и усадки. Участки кривой нагрева, в которых усадка преобладает над термическим расширением, имеют меньший угол наклона к оси абсцисс, а участки кривой с ясно выраженной усадкой более значительный. В части кривой, где имеют место только процессы термического расширения или сжатия, кривая охлаждения каждого цикла сливается (с большей или меньшей точностью, которая зависит от некоторого отставания или опережения показаний термопары от истинной температуры образца) с кривой нагрева следующего цикла. По мере возрастания порядкового номера цикла температура, при которой усадка начинает заметно преобладать над термическим расширением, возрастает.

Дилатометрическая кривая циклического спекания никеля отличается некоторой неправильностью хода кривых нагрева и охлаждения в интервале температур до  $400-500^{\circ}$ . Эту неправильность следует отнести за счет магнитного превращения никеля. На рис. 2 показана зависимость величины усадки образца за каждый последующий цикл. Как видно из рис. 2, абсолютная величина усадки за один цикл (нагрев до  $1000^{\circ}$  и охлаждение до комнатной температуры) с каждым следующим циклом уменьшается, асимптотически приближаясь к нулю.

Дилатометрические кривые циклического спекания меди (рис. 3) и молибдена (рис. 4) были получены на образцах цилиндрической формы диаметром 7 мм, высотой 15 мм. Порошки чистых металлов прессовались путем равномерного обжатия в жидкости под давлением  $800 \text{ кг/см}^2$  (для меди) и  $1000 \text{ кг/см}^2$  (для молибдена) порошка, заключенного в эластичную резиновую оболочку. Образцы изготовлены обточкой прессованных заготовок. Нагрев и охлаждение образцов в дилатометре — меди до  $1000^{\circ}$ , а молибдена до  $1300^{\circ}$  — производились со скоростью  $50^{\circ}/\text{мин}$ .

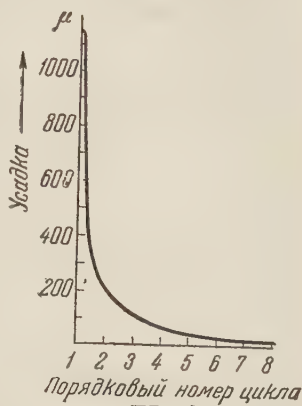


Рис. 2. Изменение величины усадки за каждый цикл в процессе циклического спекания никеля

Дилатометрические кривые циклического спекания меди и молибдена, так же как дилатометрические кривые циклического спекания титана <sup>(1)</sup> и никеля, показывают, что в первой стадии нагрева прессованной заготовки наблюдается рост образца, который постепенно переходит в усадку. С увеличением числа циклов спекания усадка увеличивается; абсолютная величина усадки за один цикл с увеличением числа циклов уменьшается, асимптотически приближаясь к нулю.

Проведенная работа показывает возможность спекания металлических

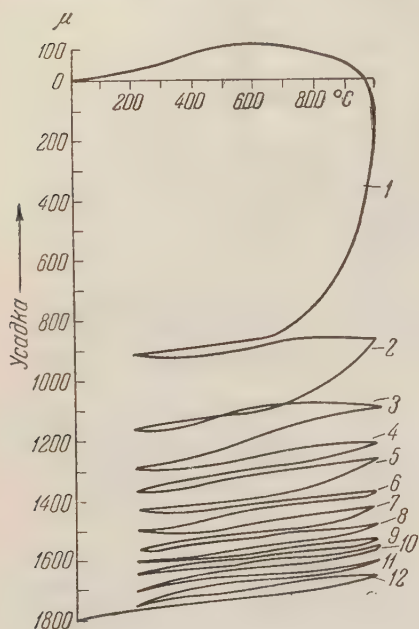


Рис. 3. Дилатометрическая кривая циклического спекания меди

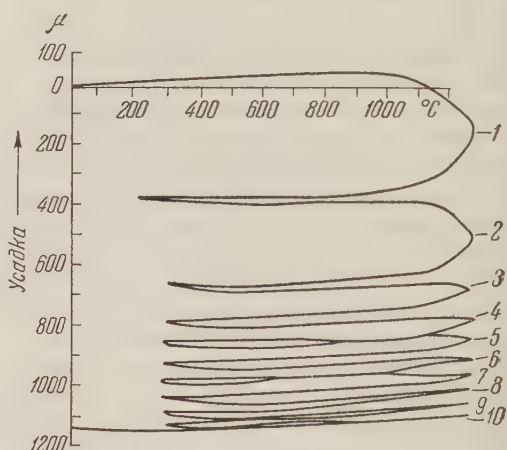


Рис. 4. Дилатометрическая кривая циклического спекания молибдена

порошков никеля, меди и молибдена (то же относится к титану<sup>(1)</sup>) путем многократного нагрева и охлаждения и, следовательно, замены изотермических режимов спекания спеканием по режиму тероциклов.

Институт металлургии им. А. А. Байкова  
Академии наук СССР

Поступило  
22 X 1958

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

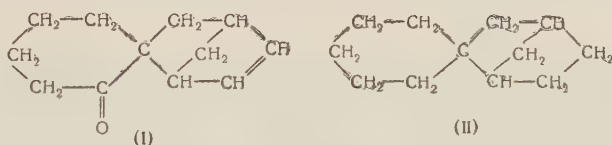
<sup>1</sup> Р. С. Минц, ДАН, 118, № 3, 543 (1958). <sup>2</sup> И. И. Корнилов, Р. С. Минц, Филиал ВИНТИ, передовой научно-технический и производственный опыт, тема 4, № М-58—64/1, 7 (1958). <sup>3</sup> Р. С. Минц, Зав. лаб., № 10 (1958).



Н. В. ЕЛАГИНА, Т. В. СТАБНИКОВА и академик Б. А. КАЗАНСКИЙ

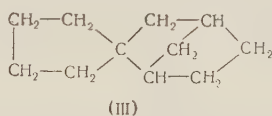
### СИНТЕЗ 6,9-ЭНДОМЕТИЛЕНСПИРО-(4,5)-ДЕКАНА

Ранее нами было показано <sup>(1)</sup>, что при диеновой конденсации 2-метиленициклогексанона-1 с цикlopentадиеном образуется непредельный спироановый кетон — 1,4-эндометиленспиро-(5,5)-ундецен-2-он-7 (I)

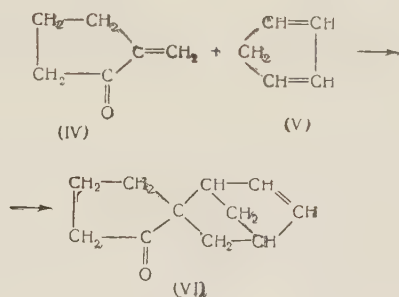


который был превращен в трициклический спироановый углеводород — 1,4-эндометиленспиро-(5,5)-ундекан (II).

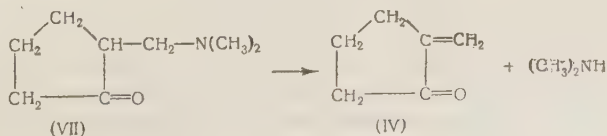
В данной работе мы применили реакцию диеновой конденсации циклических  $\alpha$ -метиленкетонс с цикlopentадиеном для синтеза еще одного представителя спироановых углеводородов с эндометиленовым мостиком в молекуле, именно 6,9-эндометиленспиро-(4,5)-декана (III).



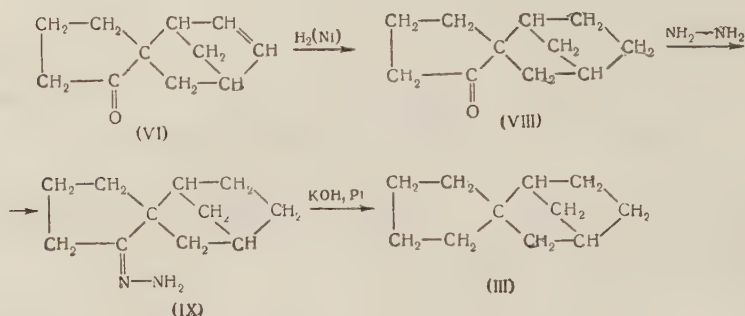
При реакции 2-метиленициклопентанона-1 (IV) с цикlopentадиеном (V) был получен непредельный трициклический спироановый кетон 6,9-эндометиленспиро-(4,5)-децен-7-он-1 (VI).



Ввиду склонности к полимеризации 2-метиленициклопентанона-1 (IV) в реакцию вводилось основание Манниха — 2-(N-диметиламинотил)-циклопентанон-1 (VII), — которое в процессе реакции разлагалось на 2-метиленициклопентанон-1 и вторичный амин.



Каталитическим гидрированием кетона (VI) в присутствии никеля Рене на холоду был получен 6,9-эндометиленспиро-(4,5)-деканон-1 (VIII), который при действии гидразингидрата превращался в гидразон (IX). Последний подвергался каталитическому разложению по методу Н. М. Кижнера.



Полученный 6,9-эндометиленспиро-(4,5)-декан представляет собой бесцветную подвижную жидкость с терпеным запахом и обладает следующими константами: т. кип.  $83^\circ/12$  мм;  $n_D^{20}$  1,4899;  $d_4^{20}$  0,9340;  $MR_D$  найдено 46,50, вычислено для  $C_{11}H_{18}$  46,40.

### Экспериментальная часть

2-(N-диметиламинометил)-циклопентанон-1. В трехгорлую круглодонную колбу емкостью 1 л, снабженную мешалкой с затвором, обратным холодильником, капельной воронкой и трубкой для ввода газа помещалось 168,2 г (2 моля) циклопентанона, 81,5 г (1 моль) хлоргидрата диметил-амин и 100 г 30% раствора формалина ( $d = 1,092$ ), содержащего 30 г (1 моль) формальдегида. Реакция проводилась в атмосфере азота. Реакционную смесь слабо нагревали. Через 15 мин. начиналась реакция, сопровождающаяся кипением смеси, по окончании которой смесь нагревали до кипения еще в течение 10 мин. К охлажденной реакционной смеси добавлялось 160 мл воды, и не вошедший в реакцию циклопентанон экстрагировался серным эфиром.

К водному раствору хлоргидрата 2-(N-диметиламинометил)-циклопентанона-1 при перемешивании и охлаждении до  $-5^\circ$  прибавлялось из капельной воронки 133 г 30% водного раствора едкого натра. Свободное основание выделялось на поверхности реакционной смеси в виде маслянистого слоя.

Реакционная смесь экстрагировалась серным эфиром, и эфирный раствор высушивался над безводным сернокислым магнием. Эфир отгонялся, остаток перегонялся в вакууме в токе азота. После повторной перегонки было получено 56,2 г 2-(N-диметиламинометил)-циклопентанона-1 (выход 39,8% теории) со следующими константами: т. кип.  $84^\circ/12$  мм;  $n_D^{20}$  1,4598;  $d_4^{20}$  0,9449;  $MR_D$  найдено 40,91, вычислено для  $C_8H_{15}ON$  40,55.

Найдено %: C 68,44; 68,34; H 10,58; 10,72; N 9,93; 10,11  
 $C_8H_{15}ON$ . Вычислено %: C 68,05; H 10,71; N 9,92

Бесцветная, довольно подвижная жидкость с резким аминным запахом. Литературные данные <sup>(2)</sup>: т. кип.  $88\text{--}90^\circ/15$  мм.

6,9-эндометиленспиро-(4,5)-декан-7-он-1. Опыт проводился в стальном автоклаве с электрическим обогревом. Температура измерялась с помощью хромель-алюмелевой термopары.

В стеклянную пробирку емкостью 150 мл вносилось 42,4 г (0,3 моля) свежеперегнанного 2-(N-диметиламинометил)-циклопентанона-1, 29,7

(0,45 моля) циклопентадиена и 1 г гидрохинона. Пробирка помещалась в реактор автоклава, который нагревался в течение 4 час. при 120°. После охлаждения реакционная смесь растворялась в 200 мл серного эфира. Эфирный раствор промывался водой, 5% раствором соляной кислоты, 5% раствором соды, опять водой и высушивался над безводным серноокислым магнием. Эфир отгонялся, а остаток фракционировался в вакууме. Было получено 24,1 г 6,9-эндометиленспиро-(4,5)-децен-7-она-1 (выход 49,5% теории) со следующими константами: т. кип. 74—74,5°/12 мм;  $n_D^{20}$  1,5120;  $d_4^{20}$  1,0584;  $MR_D$  найдено 45,99, вычислено для  $C_{11}H_{14}O$  45,94.

Найдено %: С 81,28; 81,29; Н 8,73; 8,77  
 $C_{11}H_{14}O$ . Вычислено %: С 81,44; Н 8,70

Бесцветная подвижная жидкость с ментольным запахом.

Семикарбазон 6,9-эндометиленспиро-(4,5)-доцен-7-она-1 после двух перекристаллизаций из этилового спирта имел т. пл. 200,5—201° (плавится с разложением).

Найдено %: С 64,97; 65,82; Н 7,84; 7,88; N 19,34; 19,37  
 $C_{12}H_{17}ON_3$ . Вычислено %: С 65,72; Н 7,81; N 19,17

6,9-эндометиленспиро-(4,5)-деканон-1. В сосуд для гидрирования емкостью 250 мл помещалось 23,5 г (0,145 моля) 6,9-эндометиленспиро-(4,5)-доцен-7-она-1, 1,2 г никеля Рэнея и 150 мл этилового спирта. В течение 2,5 час. поглотилось 3226 мл (0°, 760 мм) водорода, после чего скорость гидрирования резко снизилась и опыт был прерван. Спирт отгонялся, а кетон высушивался над безводным серноокислым магнием и перегонялся в вакууме. Было получено 22,53 г 6,9-эндометиленспиро-(4,5)-деканона-1 (выход 94,7% теории) с такими константами: т. кип. 86°/2 мм;  $n_D^{20}$  1,5020;  $d_4^{20}$  1,0402;  $MR_D$  найдено 46,60, вычислено для  $C_{11}H_{16}O$  46,41.

Найдено %: С 80,71; 80,67; Н 9,73; 9,82  
 $C_{11}H_{16}O$ . Вычислено %: С 80,44; Н 9,82

Бесцветная жидкость со слабым ментольным запахом.

Семикарбазон 6,9-эндометиленспиро-(4,5)-деканона-1 после двух перекристаллизаций из этилового спирта имел т. пл. 206,5—207,5°.

Найдено %: С 65,40; 65,23; Н 8,69; 8,56; N 18,92; 19,06  
 $C_{12}H_{19}ON_3$ . Вычислено %: С 65,11; Н 8,65; N 18,98

Оксим 6,9-эндометиленспиро-(4,5)-деканона-1 после двух перекристаллизаций из этилового спирта имел т. пл. 95—95,5°.

Найдено %: С 73,35; 73,47; Н 9,44; 9,45; N 8,06; 8,14  
 $C_{11}H_{17}ON$ . Вычислено %: С 73,70; Н 9,56; N 7,81

6,9-эндометиленспиро-(4,5)-декан. В круглодонную колбу емкостью 500 мл помещалось 82,1 г (0,5 моля) 6,9-эндометиленспиро-(4,5)-деканона-1, 55,6 г (1 моль) 90% гидразингидрата и 100 мл этилового спирта. Колба соединялась с обратным холодильником и нагревалась в течение 6 час. на глицериновой бане, температура которой поддерживалась при 115°. Затем спирт и не вошедший в реакцию гидразингидрат отгонялись от реакционной смеси. К остатку в реакционной колбе добавлялось твердое едкое кали. Гидразон, выделившийся на поверхности реакционной смеси в виде маслянистого слоя, отделялся и высушивался над плавленым едким кали. Было получено 93,6 г гидразона 6,9-эндометиленспиро-(4,5)-деканона-1 в виде густого светло-желтого масла. Гидразон был подвергнут каталитическому разложению без предварительной перегонки.

В колбу Вюрца емкостью 150 мл, снабженную термометром и соединенную с нисходящим холодильником, помещался гидразон 6,9-эндометиленспиро-(4,5)-деканона-1, 2 г свежесплавленного едкого кали и 0,1 г платины-



рованного угля. Смесь нагревалась на металлической бане, температура которой постепенно повышалась. При температуре  $170^{\circ}$  началось энергичное разложение гидразона. Угледород отогнался при температуре бани  $230-240^{\circ}$  и температуре отходящих паров  $210-220^{\circ}$ . Дистиллат высушивался над плавленым едким кали и перегонялся над новой порцией катализатора. Полученный углеводород промывался 50% уксусной кислотой, водой, 3% раствором едкого кали, еще раз водой, высушивался над плавленым поташом и перегонялся в вакууме над металлическим натрием. Было получено 52,5 г 6,9-эндометиленспиро-(4,5)-декана (выход 70% теории) с т. кип.  $78^{\circ}/10$  мм.

Полученный углеводород был перегнан в вакууме на ректификационной колонке с металлической насадкой эффективностью 40 т. т. Всего было получено 88 г 6,9-эндометиленспиро-(4,5)-декана со следующими константами: т. кип.  $76^{\circ}/8$  мм,  $83^{\circ}/12$  мм;  $n_D^{20}$  1,4899;  $d_4^{20}$  0,9340;  $MR_D$  найдено 46, 50, вычислено для  $C_{11}H_{18}$  46,40.

Найдено %:	C 87,78; 87,73;	H 12,24; 12,10
$C_{11}H_{18}$ . Вычислено %:	C 87,92;	H 12,08

Бесцветная довольно подвижная жидкость с характерным терпеным запахом.

Московский государственный  
университет им. М. В. Ломоносова

Поступило  
3 XII 1958

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> Н. В. Елагина, В. М. Брусникина, Б. А. Казанский, ДАН, 106, 1015 (1956). <sup>2</sup> C. Mannich, P. Schaller, Arch. Pharm., 276, 575 (1938).

П. Т. КОЛОМЫЦЕВ

## О ФАЗОВОМ СОСТАВЕ СПЛАВОВ СИСТЕМЫ КОБАЛЬТ—БОР

(Представлено академиком И. П. Бардиным 6 XI 1958)

Сплавы системы кобальт—бор изучались рядом исследователей, которые определили несколько соединений кобальта с бором.

В работе <sup>(1)</sup> Бине де Шассоне, кроме известного в то время соединения CoB, указал на наличие соединений  $\text{Co}_2\text{B}$  и  $\text{CoB}_2$ .

Рентгенографический анализ сплавов системы кобальт—бор произвел Бьерштром <sup>(2)</sup>. Он исследовал кристаллическую структуру соединений  $\text{Co}_2\text{B}$  и CoB, показав, что эти соединения изоморфны соответствующим боридам железа  $\text{Fe}_2\text{B}$  и FeB. Анализируя сплавы с большим содержанием бора, Бьерштром указывает на возможность существования еще одной фазы в системе Co—B. Костер и Мюльфингер <sup>(3)</sup> считали, что первой интерметаллидной фазой в системе Co—B со стороны кобальта является соединение  $\text{Co}_2\text{B}$  с температурой плавления  $1265^\circ$ . По данным термического и магнитного анализа авторы работы <sup>(3)</sup> построили диаграмму состояния системы Co—B до 8,41% B.

Подробное исследование сплавов системы кобальт—бор было выполнено акад. Н. П. Чижевским и Б. А. Шмелевым <sup>(4)</sup>. Авторы произвели термический анализ, металлографическое и рентгеновское исследования, определение твердости и удельного веса сплавов, содержащих от 0,76 до 9,20% бора и построили диаграмму состояния, сходную с диаграммой состояния системы Fe—B.

Для исследования сплавов кобальта с бором нами было приготовлено 20 образцов, которые содержали 4% и более бора.

Для приготовления шихты был применен порошкообразный кобальт, содержащий 99,43% кобальта, 0,21% никеля, 0,1% железа, 0,01% меди, 0,09% кислорода, 0,03% кремния и аморфный бор, полученный путем термической диссоциации доборана, прокаленный в вакууме, содержащий не менее 99,5% бора. Шихта тщательно перемешивалась и прессовалась.

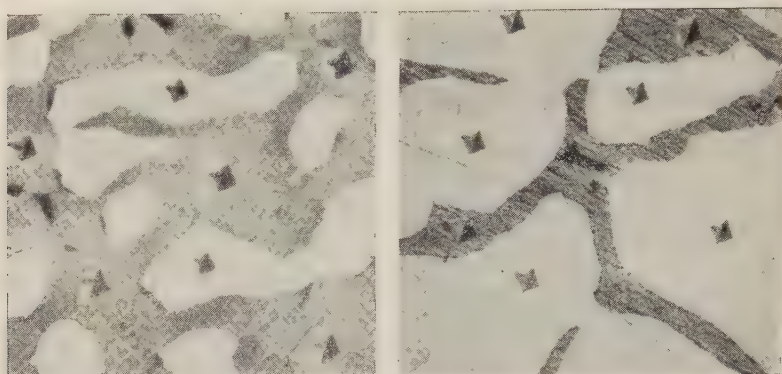
Образцы весом по 10 г, выплавленные в атмосфере чистого аргона, гомогенизировались при  $1000^\circ$  в течение 50 час.

Сплавы были подвергнуты рентгенографическому исследованию по методу порошков и микроскопическому анализу с измерением микротвердости на приборе ПМТ-3 при нагрузке 50 г. На приводимых далее микрофотографиях видны следы измерения микротвердости.

В результате исследования в системе кобальт — бор определено 4 соединения:  $\text{Co}_3\text{B}$ ;  $\text{Co}_2\text{B}$ ; CoB и  $\eta$ -фаза, являющаяся, по-видимому, диборидом  $\text{CoB}_2$ .

При содержании бора от 4 до 5,76% структура сплавов состоит из эвтектики  $\alpha + \text{Co}_3\text{B}$  и избыточных кристаллов соединения  $\text{Co}_3\text{B}$ . Увеличение содержания бора свыше 5,8% приводит к появлению в структуре сплавов соединения  $\text{Co}_2\text{B}$ , которое обнаруживается металлографическим и рентгеновским методами. На рис. 1 приведены микрофотографии сплавов, содержащих 7 и 8,2% бора, на которых кристаллиты  $\text{Co}_3\text{B}$  окрашены в темный цвет. Структура сплава с 7% бора состоит преимущественно из зерен  $\text{Co}_3\text{B}$  и светлых зерен  $\text{Co}_2\text{B}$ . В структуре сплава с 8,2% бора кристаллов  $\text{Co}_3\text{B}$  образуется мало.

Увеличение содержания бора от 8,4 до 15,5% приводит к уменьшению в структуре сплавов составляющей  $\text{Co}_2\text{B}$  и увеличению составляющей  $\text{CoB}$ . Стабильной промежуточной фазы между соединениями  $\text{Co}_2\text{B}$  и  $\text{CoB}$  не обнаружено.



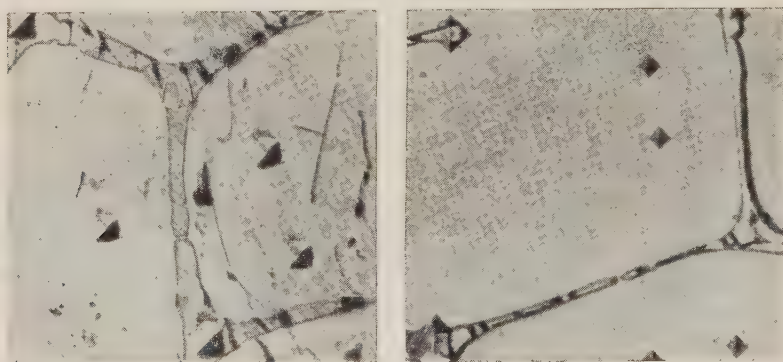
*a*

*б*

Рис. 1. Микроструктура сплавов системы кобальт — бор: *a* — 7% В, *б* — 8,2% В. 500×

При содержании бора в сплавах 15,6% и более в структуре появляется новая составляющая, которую мы назовем  $\eta$ -фазой.

На рис. 2 представлена микроструктура сплавов, содержащих 15,3 и 15,7% бора. Основной составляющей структуры этих сплавов является



*a*

*б*

Рис. 2. Микроструктура сплавов системы кобальт — бор: *a* — 15,3% В, *б* — 15,7 В. 500×

соединение  $\text{CoB}$ . В сплаве с 15,3% бора второй составляющей является борид  $\text{Co}_2\text{B}$ , а в сплаве с 15,7% бора — небольшие включения  $\eta$ -фазы, на которых видны отпечатки алмазной пирамидки. Микроструктура сплава с наибольшим количеством бора, которое нам удалось ввести (рис. 3), состоит преимущественно из  $\eta$ -фазы и небольшого количества борида  $\text{CoB}$ .

Сравнивая на приведенных микрофотографиях размеры отпечатков от алмазной пирамидки, можно заметить, что  $\eta$ -фаза отличается большой твердостью.

Измерения микротвердости показали, что бориды  $\text{Co}_3\text{B}$ ,  $\text{Co}_2\text{B}$  и  $\text{CoB}$  обладают одинаковой твердостью, равной 1145  $\text{кг/мм}^2$ , а микротвердость  $\eta$ -фазы составляет 2575  $\text{кг/мм}^2$ .



К статье П. Т. Коломыцева, стр. 1247

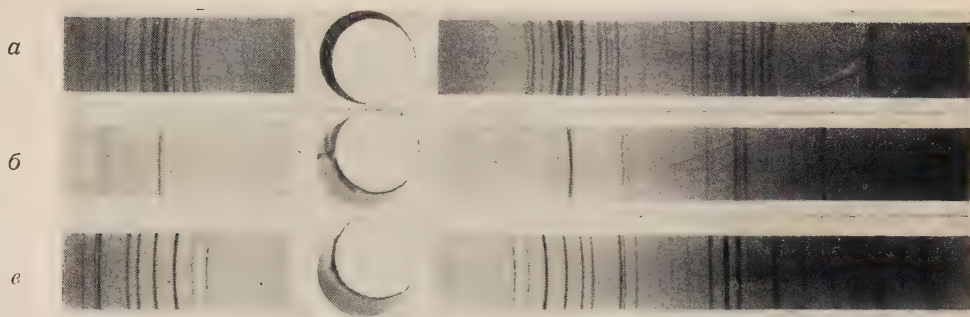


Рис. 4. Рентгенограммы боридов:  $a - \text{Co}_3\text{B}$ ,  $b - \text{Co}_2\text{B}$ ,  $c - \text{CoB}$

К статье А. В. Топчиева, Б. А. Кренцеля, Н. А. Полатило  
и Е. Л. Ерасовой, стр. 1255

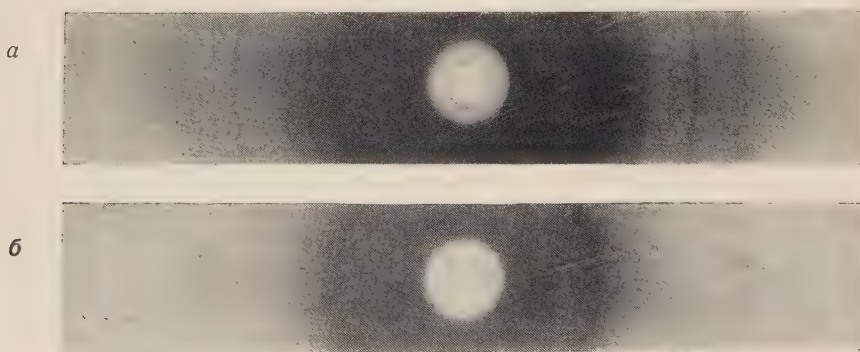


Рис. 2. Рентгенограммы кристаллического (а) и аморфного (б) полибутилена



Таблица 1

Рентгенометрические данные для  $\text{Co}_3\text{B}$  (излучение  $\text{CoK}_\alpha$ )

№ п. п.	I	$\sin^2 \theta$	$d, \text{к\AA}$	№ п. п.	I	$\sin^2 \theta$	$d, \text{к\AA}$
1	Сл.	0,1355	2,42	17	О. сл.	0,5268	1,23 <sub>0</sub>
2	С.	0,1432	2,36	18	Ср.	0,5644	1,18 <sub>8</sub>
3	Ср.	0,1581	2,24	19	Сл.	0,5730	1,17 <sub>9</sub>
4	С.	0,1766	2,12	20	С.	0,5928	1,15 <sub>9</sub>
5	С.	0,1915	2,04	21	Ср.	0,6142	1,13 <sub>9</sub>
6	С.	0,1942	2,02 <sub>6</sub>	22	С.	0,6336	1,12 <sub>2</sub>
7	С.	0,2052	1,97 <sub>0</sub>	23	Сл.	0,6492	1,108
8	С.	0,2123	1,93 <sub>8</sub>	24	Сл.	0,6578	1,100
9	С.	0,2328	1,85 <sub>0</sub>	25	О. сл.	0,6910	1,073
10	Ср.	0,2668	1,72 <sub>8</sub>	26	Сл.	0,7595	1,024
11	Сл.	0,2800	1,68 <sub>7</sub>	27	О. сл.	0,7981	0,999
12	Ср.	0,3056	1,61 <sub>5</sub>	28	С.	0,8469	0,970
13	О. сл.	0,3213	1,57 <sub>4</sub>	29	О. сл.	0,8843	0,949
14	Ср.	0,4741	1,29 <sub>7</sub>	30	Ср.	0,9033	0,934
15	О. сл.	0,5026	1,25 <sub>9</sub>	31	О. сл.	0,9343	0,919
16	Ср.	0,5049	1,25 <sub>0</sub>	32	Сл.	0,9596	0,911

Соединение  $\text{Co}_3\text{B}$  — серого цвета, с температурой плавления  $1180^\circ$ . Температура плавления была определена путем построения кривой охлаждения. Для этого образец весом 30 г плавился и охлаждался в вакууме  $10^{-2} - 10^{-3}$  мм.

Рентгенометрические данные для  $\text{Co}_3\text{B}$ , полученные при использовании излучения  $\text{CoK}_\alpha$  и фильтра из железной фольги, приведены в табл. 1, а рентгенограммы соединений  $\text{Co}_3\text{B}$ ,  $\text{Co}_2\text{B}$  и  $\text{CoB}$  — на рис. 4.

Из приведенных данных можно сделать заключение, что кристаллическая решетка  $\text{Co}_3\text{B}$  изоморфна решетке  $\text{Ni}_3\text{B}$ , рентгенометрические данные которого приведены нами в работе (6) и впоследствии Н. И. Блок, М. Н. Козловой и др. в работе (6).

Рентгенографические данные для  $\text{Co}_2\text{B}$ , полученные на наших образцах, подтверждают утверждение Бьерштрома (2) и др., что решетка  $\text{Co}_2\text{B}$  изоморфна решеткам  $\text{Fe}_2\text{B}$  и  $\text{Ni}_2\text{B}$ .

По характеру расположения линий рентгенограмма борида  $\text{CoB}$  (рис. 4) существенно отличается от приведенной Вефером и Мюллером (7) рентгено-

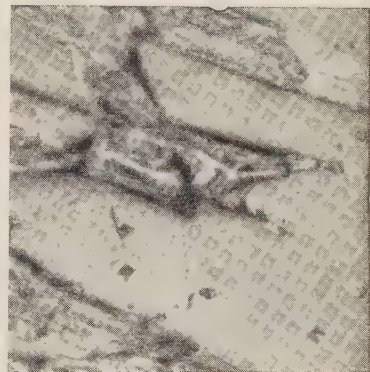
Рис. 3. Микрофотография сплава со структурой  $\eta$ -фаза +  $\text{CoB}$ . 500X

Таблица 2

Рентгенометрические данные для  $\text{CoB}$  (излучение  $\text{CoK}_\alpha$ )

№ п. п.	I	$\sin^2 \theta$	$d, \text{к\AA}$	№ п. п.	I	$\sin^2 \theta$	$d, \text{к\AA}$
1	О. сл.	0,0580	3,70	13	Сл.	0,5165	1,24 <sub>2</sub>
2	О. сл.	0,0789	3,17	14	С.	0,5531	1,20 <sub>0</sub>
3	Сл.	0,1153	2,63	15	С.	0,5809	1,17 <sub>1</sub>
4	Ср.	0,1371	2,41	16	Ср.	0,6595	1,099
5	О. с.	0,1691	2,17	17	Сл.	0,7239	1,049
6	С.	0,2031	1,98	18	О. сл.	0,7796	1,010
7	С.	0,2341	1,84 <sub>5</sub>	19	Сл.	0,8160	0,988
8	Ср.	0,2535	1,77 <sub>2</sub>	20	О. с.	0,8625	0,961
9	Ср.	0,3132	1,59 <sub>5</sub>	21	О. сл.	0,8791	0,952
10	Ср.	0,3208	1,57 <sub>6</sub>	22	Сл.	0,9251	0,928
11	Сл.	0,3469	1,51 <sub>6</sub>	23	Сл.	0,9455	0,918
12	О. сл.	0,4657	1,30 <sub>8</sub>				



граммы бориды FeB, а рентгенометрические данные соединения CoB, приведенные в табл. 2, отличаются от результатов, полученных в работе (2), и не дают оснований для утверждения об изоморфности решеток соединений CoB и FeB.

В результате проведенного исследования в системе кобальт — бор впервые обнаружено соединение Co<sub>3</sub>B, решетка которого изоморфна решетке соединения Ni<sub>3</sub>B, уточнены рентгенометрические данные для CoB. Установлено, что в системе кобальт — бор соединения Co<sub>3</sub>B, Co<sub>2</sub>B и CoB имеют почти одинаковую микротвердость, составляющую 1145 кг/мм<sup>2</sup>, и увеличение микротвердости более чем в два раза, до 2575 кг/мм<sup>2</sup>, происходит при образовании наиболее богатой бором  $\eta$ -фазы.

Автор выражает глубокую благодарность проф. И. И. Корнилову за интерес к работе и С. А. Стрекопытову за помощь в выполнении эксперимента.

Военно-воздушная инженерная академия  
им. Н. Е. Жуковского

Поступило  
28 X 1958

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> M. Binet du Jassonneix, C. R., **145**, 240 (1907). <sup>2</sup> T. Björström, Ark. f. Kemi, Min., Geol., **11**, A, 5, 1 (1933). <sup>3</sup> W. Köster, U. W. Mülfinger, Zs. Metallkunde, **30**, 348 (1938). <sup>4</sup> Н. П. Чижевский, Б. А. Шмелев, Тр. Моск. инст. стали им. И. В. Сталина, **17**, 3 (1940). <sup>5</sup> П. Т. Коломыцев, Н. В. Москалева, Тр. Научно-техн. конфер. по изучению металлических соединений и их использованию в авиационной технике, Изд. ВВИА им. Н. Е. Жуковского, 1956. <sup>6</sup> Н. И. Блок, М. Н. Козлова и др., ДАН, **113**, 4, 811 (1957). <sup>7</sup> F. Wever, A. Müller, Zs. f. anorg. u. allgem. Chem., **192**, 317 (1930).

Академик А. Н. НЕСМЕЯНОВ, И. Ф. ЛУЦЕНКО, З. С. КРАЙЦ и А. П. БОКОВОЙ

## ВИНИЛОВЫЕ ЭФИРЫ ФОСФОРИСТОЙ КИСЛОТЫ

В последние годы появилось значительное число работ по неопределенным эфирам кислот фосфора, что связано с наличием у них ряда характерных особенностей <sup>(1)</sup>.

Немногочисленные известные представители полных неопределенных эфиров фосфористой кислоты являются соединениями аллильного ряда и получены А. Е. Арбузовым и В. М. Зороастровой, а также Г. Камаем и Н. А. Чадаевой <sup>(2)</sup>. Неизвестно ни одного представителя виниловых эфиров фосфористой кислоты, поскольку общие методы синтеза эфиров фосфористой кислоты, в том числе и аллиловых, неприменимы для их получения.

Между тем, именно от виниловых эфиров фосфористой кислоты можно было ожидать ряда особенностей в химическом поведении, и прежде всего в арбузовской перегруппировке. Так, если аллиловый эфир фосфористой кислоты по скорости перегруппировки лишь немного уступает триметилфосфиту, то тривинилфосфит должен в этом отношении быть подобен фениловому эфиру фосфористой кислоты.

С целью изучения условий и направления изомеризации виниловых эфиров фосфористой кислоты нами были получены как соединения ряда  $(RO)_2POCH=CH_2$  и  $ROP(OCH=CH_2)_2$ , так и сам тривинилфосфит  $P(OCH=CH_2)_3$ .

Для синтеза виниловых эфиров фосфористой кислоты была использована найденная А. Н. Несмеяновым, И. Ф. Луценко и З. М. Тумановой <sup>(3)</sup> реакция ацилирования  $\alpha$ -мономеркурированных оксосоединений, идущая, как известно, с переносом реакционного центра.

Первоначально поставленные опыты по взаимодействию хлормеркур-ацетальдегида и диэтилхлорфосфита показали, что реакция легко проходит уже на холоду по уравнению:



однако выходы виниловых эфиров получаются очень низкие, и вещество трудно очистить. Это обстоятельство несомненно связано с тем известным фактом, что эфиры фосфористой кислоты реагируют с сулемой <sup>(4)</sup>. Для того чтобы обойти это затруднение, мы провели реакцию диэтилхлорфосфита с меркурбисацетальдегидом в изопентане, доводя ее не до образования сулемы, а только до получения хлормеркурацетальдегида



В этом случае диалкилвинилфосфиты были получены с выходом около 40%. При получении алкилдивинилфосфита из хлорангидрида Меншуткина и меркурбисацетальдегида уже в самом начале реакции наблюдалась сильная полимеризация. Добавлением эквивалентного количества основания удалось подавить полимеризацию и получить алкилдивиниловые эфиры с выходом 50—60%. Взаимодействие диалкилхлорфосфита с меркурбисацетальдегидом в присутствии основания дает более высокие выходы диалкилвинилфосфитов (60—70%). Во всех случаях в качестве основания приме-

## Виниловые эфиры кислот фосфора

	Выход, %	Т. кип.	$n_D^{20}$	$d_4^{20}$	$MR_D$		Найдено, %			Вычислено, %		
					найдено	вычислено	С	Н	Р	С	Н	Р
(CH <sub>3</sub> O) <sub>2</sub> POR *	46	55—56°/80 мм	1,4255	1,0406	33,46	33,27	35,63	6,60	22,37	35,30	6,66	22,76
(C <sub>2</sub> H <sub>5</sub> O) <sub>2</sub> POR	67	58—59°/28 мм	1,4258	0,9787	42,91	42,51	43,30	8,03	18,26	43,90	7,98	18,87
(C <sub>3</sub> H <sub>7</sub> O) <sub>2</sub> POR	62	53—54°/3 мм	1,4322	0,9518	52,39	51,74	49,67	8,87	16,37	49,99	8,91	16,12
(C <sub>4</sub> H <sub>9</sub> O) <sub>2</sub> POR	70	85—86°/4 мм	1,4380	0,9381	61,45	60,98	54,52	9,35	13,98	54,53	9,61	14,06
(C <sub>6</sub> H <sub>5</sub> O) <sub>2</sub> POR	56	143—144°/3 мм	1,5575	1,1567	72,25	72,26	64,62	5,11	12,19	64,60	5,03	11,90
CH <sub>3</sub> OP (OR) <sub>2</sub>	60	60—61°/60 мм	1,4390	1,0368	37,37	37,42	40,72	6,03	20,47	40,54	6,12	20,92
C <sub>2</sub> H <sub>5</sub> OP (OR) <sub>2</sub>	62	57—58°/30 мм	1,4380	1,0015	42,47	42,03	44,31	6,65	19,49	44,50	6,84	19,12
C <sub>3</sub> H <sub>7</sub> OP (OR) <sub>2</sub>	60	56—57°/11 мм	1,4392	0,9908	46,78	46,66	47,67	7,34	17,59	47,73	7,44	17,59
C <sub>4</sub> H <sub>9</sub> OP (OR) <sub>2</sub>	55	63°/7 мм	1,4412	0,9873	51,18	51,28	50,32	7,85	16,58	50,52	7,95	16,29
C <sub>6</sub> H <sub>5</sub> OP (OR) <sub>2</sub>	46	108—109°/10 мм	1,5151	1,1037	56,91	57,46	56,91	5,13	14,92	57,15	5,28	14,74
P (OR) <sub>3</sub>	79	51—52°/30 мм	1,4485	1,0262	41,57	41,81	45,05	5,61	19,28	45,01	5,67	19,35
(C <sub>2</sub> H <sub>5</sub> O) <sub>2</sub> P(S)OR	64	82°/7,5 мм	1,4562	1,0904	48,93	48,91	36,90	6,69	16,15	36,73	6,68	15,79
(C <sub>3</sub> H <sub>7</sub> O) <sub>2</sub> P(S)OR	50	97°/6 мм	1,4581	1,0505	58,21	58,15	43,02	7,52	13,90	42,84	7,64	13,82
(C <sub>4</sub> H <sub>9</sub> O) <sub>2</sub> P(S)OR	62	126—127°/8 мм	1,4575	1,0195	67,40	67,38	47,92	8,47	12,54	47,60	8,39	12,28
(C <sub>6</sub> H <sub>5</sub> O) <sub>2</sub> P(S)OR	65	163—164°/2 мм	1,5655	1,2164	78,64	78,33	57,55	4,50	10,43	57,52	4,48	10,60
C <sub>2</sub> H <sub>5</sub> OP (S) (OR) <sub>2</sub>	74	72—73°/7 мм	1,4634	1,1017	48,58	48,44	37,41	5,58	16,19	37,11	5,71	15,95
C <sub>4</sub> H <sub>9</sub> OP (S) (OR) <sub>2</sub>		96°/6 мм	1,4654	1,0617	57,91	57,68	43,42	6,57	14,08	43,23	6,80	13,94
C <sub>6</sub> H <sub>5</sub> OP (S) (OR) <sub>2</sub>		134—135°/10 мм	1,5268	1,1719	63,31	63,52	49,55	4,58	13,34	49,58	4,58	12,79

\* Здесь и далее R = CH = CH<sub>2</sub>.



нялся триэтиламин, за исключением метильных производных, при получении которых был использован диэтиланилин. Аналогично из треххлористого фосфора и меркурбисацетальдегида был получен тривинилфосфит.

Для получения указанных выходов виниловых эфиров фосфористой кислоты целесообразно вносить в реакционную колбу сразу не более 0,1 моля ртутноорганического соединения и амина. После добавления эквивалентного количества хлорфосфита вносится следующая порция меркурбисацетальдегида и амина.

Винилфосфиты легко гидролизуются водой с сильным разогреванием. При добавлении фуксинсернистой кислоты моментально появляется характерное окрашивание. Тривинилфосфит быстро гидролизуеться уже следами влаги, образуя первоначально белую студенистую массу, которая через 1—2 мин. сильно разогревается и темнеет за счет осмоления освобождающегося ацетальдегида. Константы, выход и аналитические данные полученных эфиров представлены в табл. 1. Виниловые эфиры фосфористой кислоты присоединяют серу при нагревании на кипящей бане в течение 6—8 час. Константы и выход тионфосфатов даны в табл. 1.

Окисление виниловых эфиров фосфористой кислоты в различных условиях с целью получения виниловых эфиров фосфорной кислоты вследствие легко идущей полимеризации к успеху не привело.

В настоящее время нами изучаются реакции изомеризации полученных виниловых эфиров фосфористой кислоты, которые проходят с большим трудом, чем у триалкилфосфитов.

### Экспериментальная часть

**Получение диэтилвинилфосфита.** В 250 мл изопентана внесли 0,1 моля меркурбисацетальдегида и 0,1 моля триэтиламина; затем добавили при сильном размешивании в течение часа 0,1 моля диэтилхлорфосфита в 50 мл изопентана. После этого внесли снова 0,1 моля меркурбисацетальдегида и 0,1 моля триэтиламина и добавили 0,1 моля диэтилхлорфосфита, после чего реакционную смесь перемешивали еще час. Изопентан сливали с осадка и осадок промывали (2×50 мл) изопентаном. Растворитель отогнали, и остаток перегнали в токе сухого азота. После двух перегонок получено 20,5 г (63% от теории) диэтилвинилфосфита.

**Получение этилдивинилфосфита.** В 250 мл изопентана внесли 0,1 моля меркурбисацетальдегида и 0,1 моля триэтиламина и добавили при сильном размешивании в течение часа раствор 0,05 моля этилди-хлорфосфита в 25 мл изопентана. Затем вновь внесли такое же количество ртутноорганического соединения и основания и добавили следующие 0,05 моля этилди-хлорфосфита. В течение 4 час. ввели в реакцию 120 г (0,42 моля) меркурбисацетальдегида, 40,4 г (0,4 моля) триэтиламина и 29,4 г (0,2 моля) этилди-хлорфосфита, после чего реакционную смесь перемешивали еще 1 час, сливали с осадка растворитель, и осадок промывали изопентаном (2 × 50 мл). Из соединенных растворов отогнали изопентан, а остаток перегнали в токе азота. После двух перегонок получено 19,8 г (60% теории) этилдивинилфосфита.

**Получение тривинилфосфита.** В 250 мл изопентана внесли в течение 3 час. 4 равными порциями 135 г (0,48 моля) меркурбисацетальдегида, 45,5 (0,45 моля) триэтиламина и 20,5 г (0,15 моля) треххлористого фосфора, после чего реакционную смесь перемешивали еще 1 час, растворитель слили с осадка, осадок промыли изопентаном (2 × 50 мл). Изопентан отогнали, и остаток перегнали в токе азота. После двух перегонок получено 11 г (46% теории) тривинилфосфита.

**Присоединение серы к диэтилвинилфосфиту.** 4,8 г (0,03 моля) диэтилвинилфосфита и 1 г серы нагревали с обратным холодильником на кипящей водяной бане 8 час.

Избыток серы отсосали, промыли 2 мл изопентана, и фильтрат разогнали в вакууме. Получено 4,5 г (79% теории) диэтилвинилтионфосфата. Фенилдивинилфосфит и дифенилвинилфосфит присоединяют серу при нагревании смеси в течение 8 час. при 130—150°.

Московский государственный университет  
им. М. В. Ломоносова

Поступило  
25 XI 1958

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> Е. Л. Гефтер, Усп. хим., **25**, 162 (1956). <sup>2</sup> А. Е. Арбузов, В. М. Зорова, Изв. АН СССР, ОХН, **1950**, 357; Н. А. Чадаева, Г. Камай, ЖОХ, **20**, 1487 (1950); Г. Камай, Н. А. Чадаева, Тр. Казанск. хим.-технол. инст. им. С. М. Кирова, № 15, 32 (1951). <sup>3</sup> А. Н. Несмеянов, И. Ф. Луценко, З. М. Туманова, Изв. АН СССР, ОХН, **1949**, 601. <sup>4</sup> А. Е. Арбузов, Избр. тр., М., 1952.

ХИМИЯ

Академик А. В. ТОПЧИЕВ, Б. А. КРЕНЦЕЛЬ, Н. А. ПОКАТИЛО и Е. Л. ЕРАСОВА

**О ПОЛИМЕРИЗАЦИИ  $\alpha$ -БУТЕНА С КОМПЛЕКСНЫМ  
МЕТАЛЛООРГАНИЧЕСКИМ КАТАЛИЗАТОРОМ  $Al(C_2H_5)_3 + TiCl_4$**

Вопросы стереоспецифической полимеризации  $\alpha$ -олефинов с комплексными металлоорганическими катализаторами в последнее время привлекают все возрастающее внимание многих исследователей. Это объясняется как теоретическим интересом к реакциям полимеризации с получением стереорегулярных полимеров, так и ценными техническими свойствами образующихся продуктов. После открытия Д. Натта синтеза стереорегулярного полипропилена в печати появилось много сообщений по исследованию механизма стереоспецифической полимеризации  $\alpha$ -олефинов и свойств получаемых полимеров. Эти работы обобщены в опубликованных обзорных статьях советских и иностранных авторов (1-4).

Наименее освещено в литературе получение высокомолекулярных полимеров на основе  $\alpha$ -бутена. По этому вопросу за исключением отдельных упоминаний в работах Натта с сотр. (5-8) о свойствах и строении полибутена сообщений не было. В связи с этим нам представлялось интересным исследовать некоторые закономерности полимеризации  $\alpha$ -бутена с катализатором  $Al(C_2H_5)_3 + TiCl_4$ .

**Экспериментальная часть**

Исходный бутен получался дегидратацией *n*-бутанола над активной окисью алюминия при температуре 380—400°. Получаемый газ по анализу методом газожидкостной хроматографии (носитель — шамот, реагент — изоамилфталат) содержал: бутена-1 67,88%, бутена-2-цис 14,54%, бутена-2-транс 17,58%. Триэтилалюминий синтезировался прямым методом из этилена, алюминия и водорода\*. Триэтилалюминий применялся в растворе очищенного бензина и содержал по анализу: активного  $Al(C_2H_5)_3$  54,38%, этоксисоединений 7,3%, диэтилалюминийгидрида 2,0%, растворителя 36,32%.  $TiCl_4$  использовался продажный, чистый для анализа.

Реакция проходила в среде сухого *n*-гептана (неоднократно перегнанного с металлическим натрием и хранящимся над металлическим натрием). Предварительно вся реакционная система тщательно продувалась сухим азотом, освобожденным от кислорода, и опыт велся с соблюдением всех правил, принятых при работе с металлоорганическими соединениями.

Во всех опытах суммарное количество применяемого катализатора в растворителе составляло 5% и время реакции 4 часа. Дальнейшее увеличение времени реакции, как видно из графика рис. 1, было нецелесообразным.

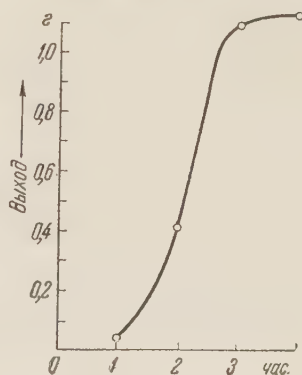


Рис. 1. Зависимость выхода полибутилена от времени реакции

\* Синтез триэтилалюминия осуществлялся А. Ф. Поповым, которому пользуемся случаем принести глубокую благодарность.



По окончании реакции остаток катализатора разлагался изопропиловым спиртом. Полученный твердый полимер промывался изопропиловым спиртом, содержащим некоторое количество соляной кислоты, и затем по

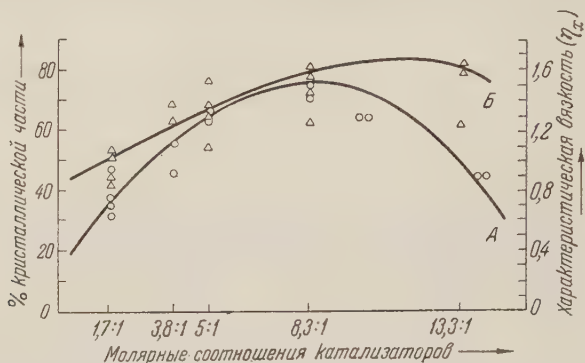


Рис. 3. Зависимость характеристической вязкости полибутилена (А) и содержания кристаллической части в полибутиленине (Б) от молярного соотношения катализаторов  $(C_2H_5)_3Al : TiCl_4$

следовательно обрабатывался чистым изопропиловым спиртом и горячей водой. После отмывки полимер сушился при температуре 60—70° до постоянного веса. Обработанный таким образом продукт содержал до 0,2% золь.

Готовый полимер характеризовался температурой плавления, характеристической вязкостью и горячим фракционированием с помощью эфира и *n*-гептана (9). Следует заметить, что по данным Натта с сотр. (6) некоторая часть слабо-кристаллического поли- $\alpha$ -бутена после экстракции эфиром может быть переведена в раствор кипящего пентана. Однако нашими предварительными опытами это не подтвердилось, и поэтому мы остановились на указанном выше порядке экстракции. Часть полимера, растворяющаяся в кипящем эфире, принималась за аморфную, а растворенная в гептане — за кристаллическую. Этот факт согласуется с приведенными ниже данными рентгеноструктурного анализа, выполненного В. В. Щекиным и С. А. Гольдиным, которым авторы приносят глубокую благодарность (рис. 2 см. вклейку к стр. 1247).

Характеристическая вязкость полибутена определялась обычным методом в растворе декалина при 120°. Как видно из графика, изображенного на рис. 3 А, существенное влияние на характеристическую вязкость полимера оказывает соотношение между компонентами катализатора (температура опытов 20°). При этом явно прослеживается максимум характеристической вязкости, отвечающий молярному соотношению  $Al(C_2H_5)_3 : TiCl_4 = 8,3 : 1$ . Однако, как следует из графика, показанного на рис. 4 А и относящегося к серии опытов, проведенных при оптимальном соотношении компонентов катализатора, при понижении температуры характеристическая вязкость полимера резко повышается и лишь при температурах выше

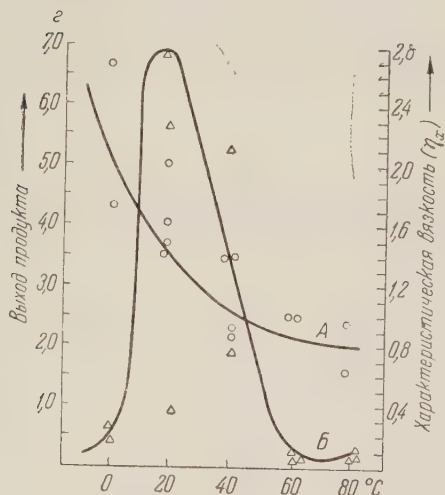


Рис. 4. Зависимость характеристической вязкости полибутилена (А) и выхода полибутилена (Б) от температуры реакции

50° характеристическая вязкость, а следовательно и длина цепи макромолекул полибутена практически не зависят от температуры.

Вместе с тем, содержание кристаллической части в полимере также зависит от молярного соотношения между компонентами катализатора. Это положение иллюстрируется графиком на рис. 3Б, из которого видно, что и в этом случае прослеживается максимум, близкий к максимуму для кривой зависимости между характеристической вязкостью и молярным составом катализатора. Таким образом, имеется явная зависимость между содержанием кристаллической части в полимере и его молекулярным весом, т. е. увеличение содержания кристаллической части сопровождается повышением молекулярного веса. На выход полимера влияет температура реакции, и, как показано на рис. 4Б, оптимальный выход в наших условиях опытов наблюдается при температуре реакции между 20 и 30°. Некоторое влияние на выход полимера, правда не отчетливо проявляющееся, оказывает также молярный состав катализатора.

Поступило  
13. XI 1958

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> А. В. Топчиев, Б. А. Кренцель, Усп. хим., **25**, в. 8, 921 (1956). <sup>2</sup> А. В. Топчиев, Б. А. Кренцель, А. И. Перельман, Усп. хим., **26**, в. 12, 1355 (1957).  
<sup>3</sup> J. Stiele, Chem. Rev., **58**, № 3, 541 (1958). <sup>4</sup> Е. С. Кронгауз, А. П. Супрун, Усп. хим., **27**, в. 9, 1056 (1958). <sup>5</sup> J. Natta, P. Pino et al., J. Am. Chem. Soc., **77**, 1708 (1955). <sup>6</sup> J. Natta, P. Corradini, I. W. Bassi, Makromol. Chem., **21**, 240 (1956). <sup>7</sup> J. Natta, P. Corradini, Makromol. Chem., **16**, 77 (1955). <sup>8</sup> J. Natta, P. Pino et al., Gaz. Chim. Ital., **87**, 528 (1957). <sup>9</sup> J. Natta, P. Pino et al., Chim. e Ind., **38**, № 2, 124 (1956).

Р. Ф. ВАСИЛЬЕВ, О. Н. КАРПУХИН, В. Я. ШЛЯПИНТОХ и  
член-корреспондент АН СССР Н. М. ЭМАНУЭЛЬ

## ГАЗОВОЕ ИНИЦИИРОВАНИЕ ОЗОНОМ В РЕАКЦИИ ОКИСЛЕНИЯ ИЗОДЕКАНА И СВЯЗАННАЯ С НИМ ХЕМИЛЮМИНЕСЦЕНЦИЯ

Окисление углеводов в жидкой фазе представляет собой цепной процесс с вырожденным разветвлением цепей <sup>(1)</sup>. Постепенное накопление разветвляющего агента (перекиси) в системе приводит к медленному нарастанию скорости реакции. Поэтому стадии быстрого протекания реакции предшествует, как правило, период индукции, достигающий в ряде случаев многих часов. Один из нас показал <sup>(2)</sup>, что кратковременные стимулирующие воздействия на реакцию в самом начале процесса окисления оказываются достаточными для эффективного сокращения периода индукции. В качестве иницирующих агентов можно использовать солевые катализаторы, химически-активные газы, проникающее излучение <sup>(3)</sup>.

Было замечено, что в ряде случаев <sup>(3)</sup> длительное воздействие инициатора приводит к отрицательным последствиям: снижению скорости реакции и глубины превращения, появлению в системе больших количеств побочных продуктов и т. д. По этим причинам оказалось удобным применение газовых инициаторов (двуокись азота, озон, хлор и т. д.), поскольку воздействие газового инициатора может быть в нужный момент остановлено простым прекращением подачи его в систему. Особенно перспективным является использование озона, так как в этом случае следует ожидать минимального количества побочных продуктов и сильного воздействия этого исключительно активного газа.

Газовое иницирование озоном окисления *n*-парафина было изучено в работе <sup>(4)</sup>.

В настоящей работе мы поставили целью изучить стадию иницирования озоном в изолированном виде, т. е. изучить те явления и процессы, которые имеют место в период кратковременного воздействия инициатора.

В качестве объекта исследования был выбран изодекан (2,7-диметил-октан). Предварительные опыты показали, что кратковременная продувка озона существенно ускоряет реакцию. Опыты проводились при пониженной температуре (от 26 до 90°) для того, чтобы вторичные процессы не осложняли кинетической картины явления \*.

При выборе метода исследования мы обратили внимание на то, что многие реакции с участием озона сопровождаются хемилюминесценцией <sup>(5)</sup>. Поскольку хемилюминесценция возникает как результат элементарных химических процессов, идущих в системе, изучение этого явления позволяет судить о механизме реакции. Нам удалось зарегистрировать слабое свечение, возникающее при барботировании кислорода, содержащего 2—3% озона, через изодекан, находящийся в стеклянной окислительной ячейке при температурах 20—90°. Индикатором свечения служил фотоумножитель ФЭУ-19. Фототок записывался на электронном потенциометре ЭППВ-51 с высокоомным входом.

\* Окисление изодекана идет с заметной скоростью при 110—120°.



На рис. 1 приведена запись изменения интенсивности свечения во времени при непрерывном продувании озона в изодекан при температуре 55°. Интенсивность постепенно растет, через 2,5 часа достигает максимума, затем постепенно падает.

Было установлено, что выключение подачи озона на любой стадии реакции приводит к мгновенному исчезновению свечения. При повторном включении подачи озона происходит быстрое восстановление прежней интенсивности. Эти результаты могут быть поняты, если допустить, что свечение возникает при взаимодействии озона с соединением, которое до этого, в свою очередь, образовалось при реакции озона с углеводородом.

Существование экстремума интенсивности во времени показывает, что концентрация гипотетического соединения проходит через максимум, т. е. кинетика накопления этого соединения совпадает с кинетикой накопления промежуточного продукта в последовательных химических реакциях. Конечный продукт реакции, содержащий активный кислород, образуется с ускорением в начале, что также характерно для последовательных реакций (рис. 2). Другое возможное предположение о причине автоускорения — раз-

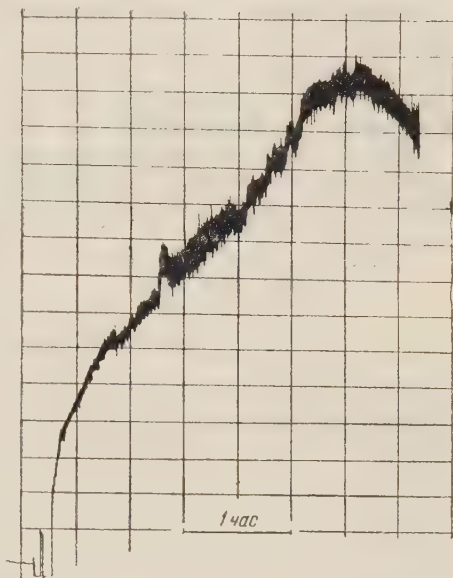


Рис. 1. Запись фототока фотоумножителя при непрерывном барботировании озонированного (2,5%) кислорода через изодекан при температуре 55°

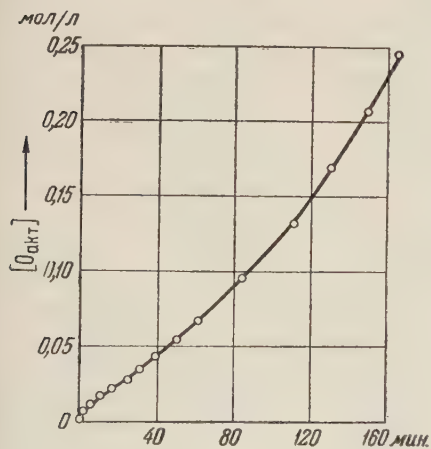


Рис. 2. Накопление активного кислорода при непрерывном озонировании изодекана при температуре 20°

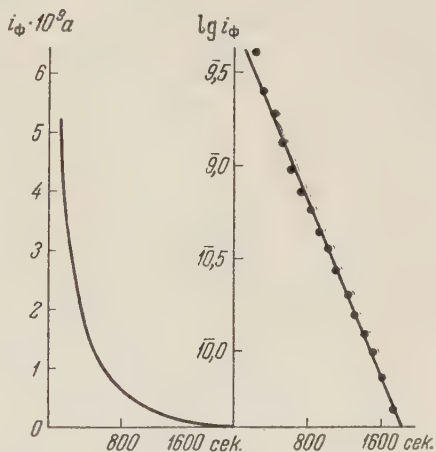


Рис. 3. Распад промежуточного продукта, сопровождающийся свечением, при температуре 80°. Слева — запись фототока; Справа — полулогарифмическая анаморфоза кривой

ветвляющее действие образовавшихся продуктов, приводящее к прогрессивному нарастанию цепной лавины, непригодно, так как в наших опытах температура слишком низка для того, чтобы цепи могли развиваться.

Дальнейшее доказательство промежуточного характера продукта первичного взаимодействия углеводорода с озоном было получено нами в опы-

тах при повышенной температуре. Изодекан, озонированный в течение 2—3 час. при комнатной температуре, быстро нагревался до 80—85° в отсутствие кислорода и озона. Фотоумножитель регистрировал быстрое возгорание свечения и затем постепенное его затухание по мономолекулярному закону (рис. 3) с константой  $k = 2,5 \cdot 10^{15} e^{-29000/RT}$  сек<sup>-1</sup>. Учитывая, что конечный продукт реакции — гидроперекись — при указанных температурах не разлагается, мы приписываем это явление реакции термического распада промежуточного продукта.

Таким образом, взаимодействие озона с нормальными углеводородами при умеренных температурах представляет собой сложный процесс, идущий через образование относительно устойчивого промежуточного соединения.

Институт физической химии  
Академии наук СССР

Поступило  
29 X 1958

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> Н. Н. Семенов, Цепные реакции, 1934, <sup>2</sup> Н. М. Эмануэль, ДАН, 102, № 3, 559 (1955). <sup>3</sup> Н. М. Эмануэль, Изв. АН СССР, ОХН, 1957, 1928. <sup>4</sup> Э. А. Блюмберг, В. Г. Воронков, Н. М. Эмануэль, Изв. АН СССР, ОХН, 1959, № 1, 24.

ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

В. И. ГОЛЬДАНСКИЙ

**РОЛЬ ТУННЕЛЬНОГО ЭФФЕКТА В КИНЕТИКЕ ХИМИЧЕСКИХ  
РЕАКЦИЙ ПРИ НИЗКИХ ТЕМПЕРАТУРАХ**

(Представлено академиком В. Н. Кондратьевым 6 XI 1958)

Еще в работах Д. Г. Бургена и С. З. Рогинского и Л. Розенкевича <sup>(1)</sup> и в ряде статей Р. Белла <sup>(2)</sup> был поставлен вопрос о возможной роли туннельного эффекта в химической кинетике. Однако попытки экспериментального обнаружения такой роли при температурах, относительно близких к комнатной, не дали однозначных результатов, область же весьма низких температур, где туннельный эффект должен проявиться более ярко, долгое время оставалась совершенно не изученной. Лишь в последнее время пробудился интерес к протеканию всевозможных химических реакций при низких температурах, причем появились и экспериментальные возможности наблюдения таких реакций даже при очень малой их скорости (например, метод меченых атомов, парамагнитный резонанс и т. д.). В связи с этим сейчас представляется целесообразным дать критерии, характеризующие разграничение области высоких температур, где туннельным эффектом можно пренебречь, и низкотемпературной области, где роль туннельного эффекта оказывается весьма существенной. Желательно также рассмотреть вопрос о том, насколько сильно влияют на температурную зависимость скорости реакций в низкотемпературной области форма и ширина активационного барьера и эффективная масса, переносимая путем туннельного перехода. Анализ этого вопроса поможет в будущем установлению основных характеристик активационных барьеров по экспериментальным данным о температурной зависимости и влиянии изотопического состава на скорость химических реакций в низкотемпературной области.

Роль туннельного эффекта в протекании химических реакций определяется соотношением трех величин энергии, а именно: энергии активации  $E_0$ , энергии теплового движения  $kT$  ( $T$  — абсолютная температура,  $k = 1,4 \cdot 10^{-16}$  эрг/град — константа Больцмана) и «характеристической» энергии системы  $\epsilon = \hbar^2 / \mu d^2 = 1,11 \cdot 10^{-54} / \mu d^2$  эрг ( $\mu$  — приведенная масса,  $d$  — эффективная полуширина активационного барьера). Введем два безразмерных параметра, характеризующих соотношения  $E_0$ ,  $kT$  и  $\epsilon$ :  $\kappa = E_0 / kT$  и  $a = \pi \sqrt{2} \sqrt{E_0 / \epsilon}$  (как правило,  $a \gg 1$ ). Будем считать далее, что распределение взаимодействующих частиц по скоростям их движения является максвелловским. Тогда константа скорости реакций с учетом роли туннельного эффекта должна записываться в виде

$$K = \frac{2\sqrt{2\pi}}{V \mu (kT)^{3/2}} (E_0)^2 \int_0^\infty y \omega(y) e^{-\kappa y} dy, \quad (1)$$

где  $y = E / E_0$ ;  $E$  — энергия относительного движения частиц;  $R = r_1 + r_2$  — сумма радиусов взаимодействующих частиц (для определенности мы рассматриваем бимолекулярную реакцию);  $\omega(y)$  — вероятность туннельного проникновения сквозь активационный барьер ( $y < 1$ ) или прохождения над этим барьером ( $y > 1$ ).



В качестве простого и в то же время достаточно общего двухпараметрического выражения для симметричного активационного барьера примем следующее:

$$U(x) = \frac{E_0}{\operatorname{ch}^2(x/d)}, \quad (2)$$

где  $x$  — координата, отсчитываемая по обе стороны от центра барьера (изображенного кривой 1 на рис. 1).

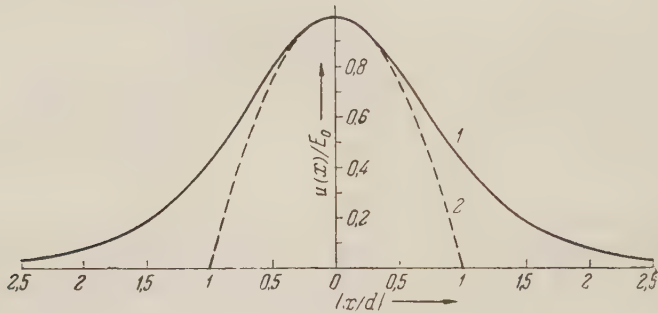


Рис. 1

При малых  $x/d$  формула (2) переходит в обязательную для формы любой симметричной седловины вблизи перевала параболическую зависимость

$$U(x) \approx E_0 \left(1 - \frac{x^2}{d^2}\right), \quad (3)$$

и в дальнейшем мы будем сравнивать результаты, следующие из формулы (2) и получающиеся в крайнем и явно нереальном случае целиком (вплоть до  $x/d = 1$ ) параболического барьера (кривая 2 на рис. 1). При обоих видах барьеров (согласно (2) и (3)) с точностью до множителя от 1 до 2 можно принимать  $\omega(y > 1) = 1$  и рассматривать константу скорости как сумму обычной аррениусовской константы

$$K_{\text{аррен}} = \frac{2V\sqrt{2\pi} R^2}{V_\mu (kT)^{3/2}} E_0^2 \int_1^\infty y e^{-xy} dy = \frac{2V\sqrt{2\pi} R^2 V_{kT}}{V_\mu} (1 + x) e^{-x} \quad (4)$$

и константы туннельного взаимодействия

$$K_{\text{туннельн}} = \frac{2V\sqrt{2\pi} R^2}{V_\mu (kT)^{3/2}} E_0^2 \int_0^1 y \omega(y) e^{-xy} dy. \quad (5)$$

Для барьера, описываемого (2), вероятность туннельного проникновения записывается <sup>(3)</sup> в виде

$$\omega(y) = \frac{\operatorname{sh}^2 a V \bar{y}}{\operatorname{sh}^2 a V \bar{y} + \operatorname{ch}^2 \left[ \frac{\pi}{2} \sqrt{4 \frac{a^2}{\pi^2} - 1} \right]} \approx \frac{e^{2a V \bar{y}}}{e^{2a V \bar{y}} + e^{2a}} \quad (6)$$

(последнее приближение применимо в области  $\sqrt{y} \gg 1/a$ ).

Таким образом, подынтегральная функция в выражении (5) для  $K_{\text{туннельн}}$  имеет вид

$$f(y) \approx \frac{y e^{2a V \bar{y}} e^{-xy}}{e^{2a V \bar{y}} + e^{2a}} \approx \operatorname{const} \cdot e^{2a V \bar{y} - xy} \quad (7)$$

и обращается в максимум при

$$y = y_m \approx \left(\frac{a}{x}\right)^2 = 2\pi^2 \frac{kT}{\epsilon} \frac{kT}{E_0}. \quad (8)$$

Заметный вклад туннельного эффекта в общую скорость реакции наблюдается тогда, когда максимум функции  $f(y)$  попадает в область подбарьерных энергий ( $y_m < 1$ ), т. е. в данном случае при условии  $\kappa > a$ .

В случае целиком параболического барьера <sup>(2)</sup> вероятность туннельного проникновения  $w_1(y) = e^{-a(1-y)}$ , а подынтегральная функция в (5) приобретает вид

$$f_1(y) = ye^{-a} e^{(a-\kappa)y}. \quad (9)$$

Очевидно, что наличию максимума подынтегральной функции в пределах активационного барьера отвечает теперь условие

$$y_m = \frac{1}{\kappa - a} < 1, \text{ т. е. } \kappa > a + 1.$$

Поскольку, однако,  $a \gg 1$ , то и в случае целиком параболического барьера условие заметного вклада туннельного эффекта можно записать в виде  $\kappa > a$ . Следовательно, характеристическая температура  $T_q$ , ниже которой туннельный эффект играет заметную роль, определяется, практически независимо от формы барьера, соотношением

$$T_q = \frac{E_0}{ak} = \frac{V\epsilon E_0}{k\pi V^2} = \frac{\hbar V E_0}{k\pi d V^2 \mu}. \quad (10)$$

Для величины константы туннельного взаимодействия в области  $T < T_q$  при барьере типа (2) методом перевала получаем

$$(K_{\text{туннель}})_{T < T_q} \approx \frac{2V\sqrt{2\pi} R^3 \sqrt{kT_q}}{V_\mu} 2 \left( \frac{T}{T_q} \right)^2 a^{1/2} e^{-a} e^{-a(1-T/T_q)} \quad (11)$$

т. е. вместо обычной линейной (с точностью до предэкспоненты) зависимости  $\ln K = A - E/kT$  здесь появляется другая зависимость:  $(\ln K_{\text{туннель}})_{T < T_q} = B + aT/T_q$ . При  $T = T_q$  в данном случае  $(K_{\text{туннель}})_{T_q} \approx 2\sqrt{a}(K_{\text{Арр}})_{T_q}$ , а при  $T \approx 3/2 T_q$  обе константы скорости сравниваются, и в области более высоких температур туннельный эффект можно вовсе не учитывать.

В случае параболического барьера <sup>(2)</sup> в области  $T < T_q$

$$(K_{\text{туннель}})_{T < T_q} \approx \frac{2V\sqrt{2\pi} R^3 \sqrt{kT_q}}{V_\mu} \frac{\sqrt{T/T_q}}{(1 - T/T_q)^2} e^{-a} \times \\ \times \left\{ 1 - e^{-a(T/T_q - 1)} \left[ 1 + a \left( \frac{T}{T_q} - 1 \right) \right] \right\}, \quad (12)$$

и при  $\kappa \gg a$ , т. е.  $T/T_q \ll 1$ , константа скорости с точностью до предэкспоненциального множителя перестает зависеть от температуры.

При  $T \gg T_q$  выражения для константы туннельного взаимодействия в двух рассматриваемых случаях формы барьеров практически совпадают.

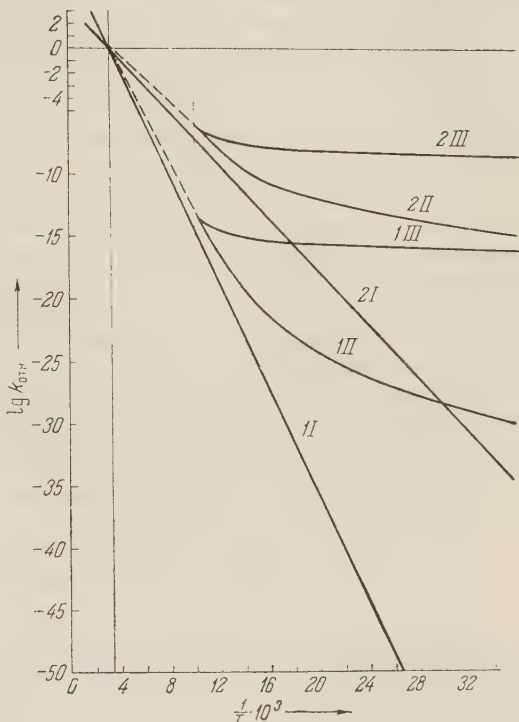


Рис. 2. 1 —  $a = 50$ ; 2 —  $a = 25$ ; I — закон Аррениуса; II и III — с учетом туннельного эффекта: II — барьер вида  $1/\text{ch}^2(x/d)$ , III — параболический барьер

Для количественной иллюстрации приведенных выше формул на рис. 2 даны зависимости  $\lg K = f(1/T)$  в области температур 28—500°K (причем при 300°K принято  $K = 1$ ) для  $a = 50$  и  $a = 25$ . Как видно из (12) и (13), задание параметра  $a$  полностью определяет вид зависимости  $K$  от  $T/T_q$ . Для определенности на рис. 2 принято, что  $T_q = 100^\circ K$ ; тогда значению  $a = 50$  отвечает  $E_0 = 10\,000$  кал/моль и  $\varepsilon = 5,6 \cdot 10^{-15}$  эрг, значению  $a = 25$  отвечает  $E_0 = 5000$  кал/моль и  $\varepsilon = 1,12 \cdot 10^{-4}$  эрг. При больших значениях  $E_0$  и  $\varepsilon$  вся изображенная на рис. 2 картина смещается в сторону более высоких температур.

В заключение следует подчеркнуть, что мы не рассматривали здесь возможных в случае сложных молекул довольно сильных температурных изменений предэкспоненты. Экспериментальную проверку и применение полученных формул для определения формы активационных барьеров и других их характеристик ( $n$ ,  $d$ ) наиболее удобно произвести именно для таких реакций, где предэкспонента аномально велика и которые потому протекают с измеримой скоростью даже при очень низких температурах. В дальнейшем следовало бы рассмотреть роль туннельного эффекта при низких температурах и для таких случаев, когда вместо максвелловского имеют место различные квантовые распределения исходной системы по энергиям.

Физический институт им. П. Н. Лебедева  
Академии наук СССР

Поступило  
15 X 1958

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> D. G. Bourgin, Proc. Nat. Acad. Sci., Washington, № 15, 357, (1929); С. З. Рогинский, Л. Розенкевич, Zs. phys. Chem., B, 10, 47 (1930).
- <sup>2</sup> R. P. Bell, Proc. Roy. Soc., A 139, 466 (1933); 148, 241 (1935); 158, 128 (1937).
- <sup>3</sup> Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Квантовая механика, М., 1948.



# ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

Член-корреспондент АН СССР А. Ф. КАПУСТИНСКИЙ

## ЭФФЕКТИВНЫЙ РАДИУС ЭЛЕКТРОНА В КРИСТАЛЛИЧЕСКИХ РЕШЕТКАХ

Размеры электрона были определены позже и с меньшей точностью, чем его заряд и масса, поскольку последние величины обладают большим постоянством и имеют большее значение для физики и химии. Хорошо известно <sup>(1)</sup>, что для изолированного электрона радиус равен  $2,8 \cdot 10^{-13}$  см. С изменением условий эта величина способна сильно варьировать. Она сильно возрастает при вхождении электрона в состав атома. Так, в отдельном атоме водорода <sup>(2)</sup> расстояние протон — электрон равно  $5,3 \cdot 10^{-9}$  см, а так как радиус протона с точностью до 0,01 Å можно принять равным нулю, то эффективный радиус электрона в нормальном атоме H составляет

$$\bar{r}_0 = 0,93 \text{ Å.}$$

Эти размеры еще возрастают при переходе к кристаллическим решеткам. В настоящее время значения ионных радиусов <sup>(3)</sup> и атомных радиусов <sup>(4)</sup> известны достаточно надежно, а именно с точностью до 0,02 Å. Эти данные позволяют оценить размеры электрона с помощью трех различных методов, приводящих к одинаковым результатам.

1-й метод. Поскольку отрицательный ион водорода отличается от нейтрального водорода наличием двух электронов вместо одного, постольку можно принять, что разность размеров этих частиц дает размер одного электрона:

$$r_0 = \underset{\text{(2 электрона)}}{r_{\text{H}^-}} - \underset{\text{(1 электрон)}}{r_{\text{H}^0}} = 1,54 \text{ Å} - 0,78 \text{ Å} = 0,76 \text{ Å.}$$

2-й метод. Так как простейший положительный ион металла, а именно катион лития, содержит два электрона, то, вычитая его радиус из радиуса нейтрального атома лития, содержащего три электрона, мы так же получим оценку размеров одного электрона:

$$r_0 = \underset{\text{(3 электрона)}}{r_{\text{Li}^0}} - \underset{\text{(2 электрона)}}{r_{\text{Li}^+}} = 1,57 \text{ Å} - 0,78 \text{ Å} = 0,79 \text{ Å.}$$

3-й метод. Так как в нейтральном водороде (разумеется, также в кристаллической решетке) радиус протона, по крайней мере с точностью до 0,01 Å, можно принять равным нулю <sup>(5)</sup>, то радиус электрона будет равен радиусу нейтрального H:

$$r_0 = \underset{\text{(1 электрон)}}{r_{\text{H}^0}} = 0,78 \text{ Å.}$$

Все три метода дают в пределах общепринятой оценки точности эффективных радиусов частиц в решетках твердого тела одинаковый результат (0,76; 0,79; 0,78 Å), т. е.

$$r_0 = 0,78 \pm 0,02 \text{ Å.}$$

В более грубых расчетах можно принять эффективный радиус электрона равным 0,8 Å.

Эта новая константа может быть использована при решении разнообразных задач по физике и физической химии. Так, она находит применение при детальном рассмотрении модели металлического состояния. Можно допустить, что в металлическом состоянии, по крайней мере для типичных металлических решеток и для элементов, образующих благородногазовые катионы, решетка образуется из свободных (внешних) электронов и жесткого скелета катионов. В таком случае электрон можно считать самостоятельным партнером и говорить о его размерах. Радиусы электронов при этом очевидно, должны равняться разности радиусов нейтральной частицы катиона для каждого данного металла. В том, что это действительно так, можно убедиться из данных табл. 1.

Таблица 1

Разности радиусов металла и катиона, принимаемые равными радиусу электрона в решетке металла (в Å)

						Средн. по группе				
Li	0,7	Na	0,9	K	1,0	Rb	1,0	Cs	0,8	0,9
Be	0,8	Mg	0,8	Ca	0,8	Sr	0,8	Ba	0,8	0,8
B	0,8	Al	0,8	Sc	0,8	Y	0,8	La	0,6	0,8
C	0,6	Si	0,8	Ti	0,8	Zr	0,7	Ce	0,8	0,7
<hr/>										
Средн. по периодам	0,7	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	

В табл. 1 для всех элементов, образующих благородногазового типа катионы, для которых известны значения ионных радиусов по систем В. М. Гольдшмидта <sup>(3)</sup> (не известное для В значение вычислено Г. Б. Бокеем <sup>(5)</sup>), даны разности радиусов ионов и металлов. Последние приведены по сводке Б. Ф. Ормонта <sup>(4)</sup>. Так как ионные радиусы Гольдшмидта относятся к шестерной координации, для металлов, за исключением Sc, Y и La (для которых известны радиусы только для координационного числа 12), приведены данные для к. ч. 8, так как поправка для перехода к к.ч. 6 в этом случае мала. Для полноты сюда включен и углерод (алмаз), хотя по своим свойствам он не близок к металлам; естественно, что именно для углерода обнаруживается наибольшее отклонение от той закономерной последовательности, которая видна в таблице. Учитывая сделанные оговорки, мы проводим все сопоставления с точностью не до 0,02 Å, а лишь до 0,1 Å.

Мы приходим к выводу, что размеры такого электронного «сгустка» в решетке металлов действительно постоянны и притом равны радиусу электрона в пределах допустимых ошибок. Приведенные данные можно рассматривать и как подтверждение модели металлического состояния со свободными электронами, и как дополнительный аргумент в пользу правильности полученной нами оценки размеров электрона.

Все сказанное выше можно резюмировать в следующих двух положениях: а) эффективный радиус электрона равен  $0,78 \pm 0,02$  Å; б) в металлах представляющих собою систему из катионов благородногазового типа и электронов, сохраняется постоянно радиуса электрона с точностью до  $0,1-0,2$  Å.

Московский химико-технологический институт  
им. Д. И. Менделеева

Поступило  
4 XI 1958

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> H. Taylor, S. Glasstone, A Treatise on Physical Chemistry, 1, London 1942. <sup>2</sup> N. Lange, Handb. of Chemistry, USA, 1957. <sup>3</sup> В. М. Гольдшмидт Кристаллохимия, М., 1937. <sup>4</sup> Б. Ф. Ормонт, Структура неорганических веществ М.—Л., 1950. <sup>5</sup> Г. Б. Бокеев, Кристаллохимия, 1956.

ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

А. И. КИТАЙГОРОДСКИЙ

К ТЕОРИИ НАПРЯЖЕНИЯ ОРГАНИЧЕСКИХ МОЛЕКУЛ

(Представлено академиком М. И. Кабачником 10 XI 1958)

§ 1. В настоящей работе мы остановимся на вопросе о возможности трактовки и предсказания напряжений и конформаций (т. е. валентных углов) циклических органических молекул. Возможность использования электрической модели молекулы для этих целей весьма проблематична. Напротив, имеются основания полагать, что подход к молекуле как к механической системе может быть в этом отношении весьма продуктивным.

Идея использования механической модели для нахождения осуществляющейся конформации молекулы, если известен порядок соединения атомов в молекулу, заключается в определении минимума потенциальной энергии системы атомов. Поскольку исторически в органической химии сложилось представление о некоторых «наилучших» лишенных напряжений структурах, то для суждения о формах молекулы старались оценить, а затем минимализовать энергию, избыточную по отношению к ненапряженной молекуле.

Ссылки на единичные работы, проведенные до настоящего времени и лежащие в рассматриваемом круге идей, можно найти у Вестгеймера (<sup>1</sup>). Использование механической модели в этих работах носит весьма ограниченный характер, так как взаимодействие между валентно не связанными атомами учитывается лишь для тех явлений, которые получили в органической химии название орто-эффекта. Общую постановку вопроса о применимости механической модели, а также качественное рассмотрение строения органических молекул с точки зрения этой модели можно найти также у автора настоящей статьи (<sup>2</sup>).

В настоящей работе анализируются возможности механической модели и рассматриваются некоторые ее применения.

§ 2. В основе рассмотрения лежит утверждение о том, что химическая связь определяет расстояния между валентно связанными атомами и «естественные» углы между направлениями связей, а конформация молекулы устанавливается взаимодействием упругости валентных углов и отталкиванием валентно не связанных атомов, находящихся на расстоянии, меньшем суммы межмолекулярных (вандерваальсовых) радиусов. Притяжение атомов, находящихся на расстояниях, больших суммы межмолекулярных радиусов, мало и не сказывается на конформации. Так как упругости углов и отталкивание существенно слабее валентных сил, то они не могут изменить расстояния между валентно связанными атомами.

Таким образом, полагается, что энергия молекулы является суммой трех слагаемых:

$$U = U_{\text{вал. св}} + U_{\text{угл}} + U_{\text{отталкив.}}$$

Мы назовем энергией напряжения молекулы сумму двух последних членов

$$U_{\text{напр}} = U_{\text{угл}} + U_{\text{отталкив.}}$$



Заметим, что при таком определении все нелинейные молекулы напряжены, так как и в бензоле или циклогексане, в воде или сероводороде валентно не связанные атомы отталкиваются, ибо находятся на расстояниях меньше равновесных.

Конформация реальной молекулы отвечает условию минимума напряжений

$$\frac{\partial U_{\text{напр}}}{\partial \varepsilon_i} = 0,$$

где  $\varepsilon_i$  — параметры конформации молекулы.

Так как при поисках минимума энергии параметры конформации варьируют в незначительных пределах, то всегда возможно представить не только энергию упругости, но и энергии отталкивания в виде квадратичных функций. Тогда энергию напряжения можно записать в виде:

$$U_{\text{напр}} = \frac{1}{2} \sum k_i (\gamma_i - \gamma_{i0})^2 + \frac{1}{2} \sum K_i (d_{0i} - d_i)^2,$$

где  $\gamma_{i0}$  — «естественный» угол;  $d_{i0}$  — равновесное расстояние между валентно не связанными атомами;  $\gamma_i$  и  $d_i$  — углы и расстояния в реальной молекуле (в ароматических системах к углам  $\gamma_i$  относятся и углы вывода связей из плоскости);  $k$  и  $K$  — коэффициенты жесткости.

Если  $n$  — число атомов молекулы, а  $m$  — число связей, то число независимых параметров, определяющих конформацию, равно  $3n - 6 - m$  (для плос-

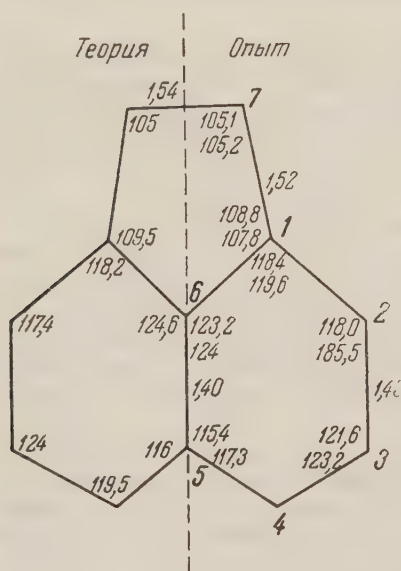


Рис. 1

кой молекулы  $2n - 3 - m$ ). Выражая  $d_i$  и  $\gamma_i$  через независимые параметры  $\varepsilon_i$ , всегда возможно представить энергию напряжения в виде  $U_{\text{напр}} = U(\varepsilon_i, \gamma_{i0}, d_{i0}, k, K)$ .

Раскладывая  $U_{\text{напр}}$  в ряд по степеням  $\varepsilon_i$ , мы получим в качестве условия минимума энергии напряжения систему  $3n - 6 - m$  уравнений вида  $\sum a_i \varepsilon_i = c$ , где  $a_i$  и  $c$  могут быть представлены в функции значений естественных углов, равновесных межмолекулярных расстояний и коэффициентов жесткостей (точнее, отношений коэффициентов жесткостей к одному из них).

Таким образом возникает возможность решения двух задач: прямой — нахождения конформации по известным значениям жесткостей и обратной — изучения коэффициентов жесткости (а также, если в этом есть сомнение, «нормальных» углов) по точным структурным данным.

§ 3. Возможности решения прямой задачи в настоящее время невелики из-за отсутствия сведений о потенциальном взаимодействии валентно не связанных атомов и о потенциале упругости угла. Тем более существенным является изучение коэффициентов жесткости анализом структуры молекул, геометрия которых определена достаточно точно.

Некоторые суждения о величинах энергии напряжения получают из термодинамики. Однако из этих данных нельзя, естественно, получить сведения о слагаемых энергии молекулы — об энергии упругости или стерического отталкивания.

Энергию деформации угла принято оценивать как величину  $\frac{1}{2}k\delta^2$ , где  $k$  — коэффициент, взятый из данных по колебательным спектрам, а  $\delta$  — деформация угла по отношению к его «нормальному» значению. Подобная оценка не оправдана. Действительно, в теории колебаний молекулы раскладывают энергию в ряд вблизи равновесного состояния. В равновесном состоянии энергия равна нулю, а  $\delta$  есть угол отклонения от равновесного значения (а не от «нормального»). Нас же, напротив, интересует значение энергии напряжения равновесной молекулы. Далее, энергия  $\frac{1}{2}k\delta^2$  молекулы вблизи равновесия является суммой соответствующих изменений энергий упругости угла и стерического взаимодействия, нас же интересуют раздельно жесткости обоих взаимодействий.

Таким образом, сведения о потенциалах взаимодействия могут быть получены единственным способом — анализом конформаций молекул с достаточно точно известной геометрией.

Однако некоторые упрощения могут быть приняты, во всяком случае в первых исследованиях. Рассмотрение структуры простейших гидридов, а также производных метана показывает, что коэффициент упругости угла мало меняется при переходе от атома к атому. Если предполагать, что в пределах до деформаций в  $20^\circ$  квадратичное представление энергии сохраняется, то это значит, что  $k$  есть постоянная величина.

Одинаковая сжимаемость органических веществ и малый разброс равновесных межмолекулярных расстояний в кристалле говорят об однотипности кривых взаимодействий валентно не связанных атомов. Поскольку в молекулах не осуществляются сокращения расстояний существенно большие, чем  $\frac{1}{3}d_0$ , кривые взаимодействия должны быть более или менее параллельными.

На начальной стадии исследования представляется возможным говорить об одной кривой взаимодействия валентно не связанных атомов, отличающихся лишь абсциссой минимума. Возрастание энергии стерического отталкивания происходит быстрее, чем по квадратичному закону. Однако при варьировании энергии напряжения расстояния меняются незначительно и квадратичное приближение вполне оправдано. Поэтому мы будем пользоваться для энергии стерического отталкивания выражением  $\frac{1}{2} K (d_{oi} - d_i)^2$ , где  $K$  в свою очередь является функцией  $d$ . Примерные расчеты показывают, что отношение  $K/k$  колеблется в пределах  $0,05 - 0,5 \text{ \AA}^{-2}$ .

§ 4. Для многих циклических молекул варьирование конформации не приводит к изменениям энергии стерического отталкивания. Тогда энергия напряжения сводится к энергии упругости углов. Коэффициент жесткости  $k$  сокращается в условии минимума, и расчет приводит непосредственно к значениям углов, минимализующих энергию.

Для проверки теории был произведен расчет аценафтена (рис. 1). Эта молекула существенно напряжена. Увеличение внешних углов при атомах  $C_5$  и  $C_1$  под действием отталкивания углеродных атомов обеспечивает лишь незначительную долю деформации этих углов. Поэтому с достаточной для наших целей точностью можно положить для аценафтена  $U_{\text{напр}} = U_{\text{угл}}$ . Три независимых параметра, за которые были взяты отклонения от  $120^\circ$  углов при  $C_6$ ,  $C_1$  и  $C_2$ , определяют форму молекулы, обладающей двумя плоскостями симметрии. Деформацию  $\text{CH}_2$ -группы можно не учитывать (см. ниже), так как отклонение угла при  $C_7$  всего лишь  $4^\circ$ . Энергия напряжения оказывается равной  $U = 6(2\epsilon_6 + 2\epsilon_1 + \epsilon_2 + 0,017)^2 + 6\epsilon_6^2 + 2\epsilon_1^2 + 2\epsilon_2^2 + 2(\epsilon_6 + 2\epsilon_1 + 2\epsilon_2 + 0,004)^2 + 2(2\epsilon_6 + 3\epsilon_1 + 2\epsilon_2 + 0,012)^2 + 2(0,5\epsilon_6 + 0,038)^2 + 2(1,5\epsilon_6 - 0,30)^2 + 2(\epsilon_1 + 1,5\epsilon_6 - 0,30)^2$ . Условие минимума дает  $\epsilon_6 = 4,6^\circ$ ,  $\epsilon_1 = -1,8^\circ$ ,  $\epsilon_2 = -2,6^\circ$ . Превосходное совпадение расчета и опыта <sup>(3)</sup> иллюстрирует рис. 1, на котором опытные значения приведены для двух независимых молекул.

§ 5. Существенный интерес представляют углы при алифатическом атоме углерода, соединенном с двумя атомами Н и двумя атомами С.

Между углами  $\alpha = \angle \text{CCC}$ ,  $\beta = \angle \text{HCH}$  и  $\gamma = \angle \text{HCC}$  имеется простая связь  $-\cos \gamma = \cos \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2}$ . Выразив потенциальную энергию через независимые параметры, за которые можно взять отклонения углов  $\alpha$  и  $\beta$  от тетраэдрического значения, и анализируя условия минимума, мы приходим к условию  $\Delta\beta = -\frac{3}{4}\Delta\alpha$  и  $\Delta\gamma = -\frac{1}{16}\Delta\alpha$  вне зависимости от значения отношения жесткостей  $K/k$ . Так же находим, что для любых значений  $K/k$   $\Delta\alpha > 0$ . Таким образом, какова бы ни была форма потенциалов взаимодействия углов,  $\angle \text{CCC}$  имеет значение, большее тетраэдрического, угол  $\angle \text{HCH}$  меньше тетраэдрического, а углы  $\angle \text{HCC}$  почти сохраняют значение  $109,5^\circ$ . При  $K/k = 0,15$  мы получим  $\Delta\alpha = 2,5^\circ$ .

В алифатических соединениях углы  $\angle \text{CCC}$  увеличены до  $112^\circ$ . С нашей точки зрения, такое увеличение должно иметь место всегда — вне зависимости от того, в какое соединение входит группа. В частности,

в циклогексане и более высоких циклоалканах углы при атомах углерода должны иметь те же значения.

Представляет интерес произвести анализ условий минимума энергии всех точно определенных структур, а также поставить ряд точных структурных исследований специально для определения коэффициентов жесткости. Целесообразно проверить простые следствия теории, такие, например, как сокращение угла  $\text{C}_1$  бензольного ядра в бифениле.

Институт элементоорганических соединений  
Академии наук СССР

Поступило  
4 XI 1958

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> F. H. Westheimer, в сборн. *Steric Effects in Organic Chemistry*, 1956  
<sup>2</sup> А. И. Китайгородский, Изв. АН СССР, сер. физ., **15**, 157 (1951); *Органическая кристаллохимия*, Изд. АН СССР, 1955. <sup>3</sup> H. W. W. Ehrlich, *Acta Cryst.*, **10**, 699 (1957).



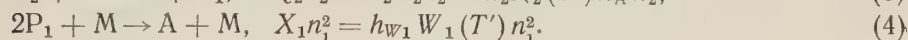
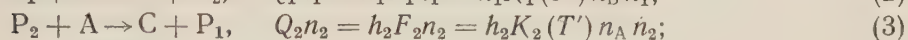
ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

Л. А. ЛОВАЧЕВ

**ТЕОРИЯ ЦЕПОЧЕЧНО-ТЕПЛОВОГО РАСПРОСТРАНЕНИЯ ПЛАМЕНИ  
С ДВУМЯ АКТИВНЫМИ ЦЕНТРАМИ**

(Представлено академиком В. Н. Кондратьевым 5 XI 1958)

Схема реакции, в которой А и Б представляют исходные вещества, С — продукт реакции и  $P_1$  и  $P_2$  — активные центры, принята в виде:



Справа записаны выражения для скоростей выделения тепла, где  $h_i$  — тепловой эффект реакции (кал/моль);  $n_1$  и  $n_2$  — концентрации активных центров  $P_1$  и  $P_2$  (мол/г смеси);  $n_A, n_B$  и  $n_C$  — концентрации веществ А, Б и С (мол/г смеси);  $K_i$  и  $W_1$  — константы скоростей реакций (г<sup>2</sup>/см<sup>3</sup>·моль·сек);  $R_1$  — скорость зарождения цепей (мол/см<sup>3</sup>·сек);  $T'$  — температура (°К). Принято, что коэффициенты диффузии исходных веществ  $D_A$  и  $D_B$  и продукта  $D_C$  равны коэффициенту температуропроводности ( $\lambda = c_p D_A = c_p D_B = c_p D_C$ ), и поэтому  $R = R(T')$  и  $F_i = F_i(T')$ .

Система уравнений для ламинарного плоского пламени при принятых условиях и схеме реакции сводится к трем уравнениям:

$$\lambda p p' - B c p + Q_1 n_1 + Q_2 n_2 + X_1 n_1^2 + \Phi_1 = 0, \quad (5)$$

$$\underline{D p^2 n_1''} - p n_1' (B - D p') + F_2 n_2 - F_1 n_1 + R_1 - W_1 n_1^2 = 0, \quad (6)$$

$$D p^2 n_2'' - p n_2' (B - D p') + F_1 n_1 - F_2 n_2 = 0. \quad (7)$$

Принимаем следующие обозначения:  $x$  — координата (см);  $u$  — скорость потока (см/сек);  $\rho$  — плотность (г/см<sup>3</sup>);  $\lambda$  — теплопроводность смеси (кал/см·сек·°С);  $c$  — теплоемкость (кал/г·°С);  $D_{P_1}$  и  $D_{P_2}$  — коэффициенты диффузии активных центров (см<sup>2</sup>/сек);  $B = u\rho$ ;  $D = \rho D_{P_1} = \rho D_{P_2}$ ;  $T = T' - T'_0$ ;  $p = dT/dx$ ;  $p' = dp/dT$ ;  $n_1' = dn_1/dT$ ;  $n_1'' = d^2 n_1/dT^2$ ;  $n_2' = dn_2/dT$  и  $n_2'' = d^2 n_2/dT^2$ . Индекс 0 относится к начальному состоянию свежей смеси ( $T' = T'_0$ ), индекс г — к состоянию при температуре горения ( $T' = T'_g$ ), а индекс  $m$  — к состоянию, отвечающему максимальному значению градиента температуры ( $T' = T'_m$ ). Крайние значения функций скоростей химических реакций равны нулю <sup>(1)</sup>, а граничные условия к (5), (6) и (7) сходны с приведенными в <sup>(1)</sup>.

Полагая сначала  $R_1 = 0$  и  $W_1 = 0$ , концентрации активных центров при  $T = T_m$  запишем согласно <sup>(1)</sup> на основании (6) и (7) в виде:

$$n_{1m} = t_1 + (F_{2m} n_{2m} - F_{1m} n_{1m} - B l_1 p_m) N, \quad (8)$$

$$n_{2m} = t_2 + (F_{1m} n_{1m} - F_{2m} n_{2m} - B l_2 p_m) N, \quad (9)$$

$$n_m = n_{1m} + n_{2m} = t - B l p_m N, \quad (10)$$

где  $l_1 = \frac{n_{1r} - n_{10}}{T_r}$ ,  $l_2 = \frac{n_{2r} - n_{20}}{T_r}$ ,  $N = \frac{r}{2D_m p_m^2}$ ,  $t_1 = n_{10} + l_1 T_m$ ,  $t_2 = n_{20} + l_2 T_m$ ,  $r = T_m (T_r - T_m)$ ,  $l = l_1 + l_2$ ,  $t = t_1 + t_2$  и  $T_m = 0,5 T_r$ .

Соотношение (10) получено сложением (8) и (9). По (8) и (9) найдем

$$n_{1m} = \frac{t_1 + F_{2m} N n_m - B l_1 p_m N}{1 + (F_{1m} + F_{2m}) N}, \quad (11)$$

$$n_{2m} = \frac{t_2 + F_{1m} N n_m - B l_2 p_m N}{1 + (F_{1m} + F_{2m}) N}. \quad (12)$$

Теперь по суммарной скорости тепловыделения  $Q_m n_m = Q_{1m} n_{1m} + Q_{2m} n_{2m}$ , входящей в (5), подставляя (11), (12) и (10), получим

$$Q_m = \frac{(l_1 Q_{1m} + l_2 Q_{2m}) + (Q_{1m} F_{2m} + Q_{2m} F_{1m}) N l}{l(1 + F_{1m} N + F_{2m} N)}. \quad (13)$$

Нахождением  $n_m$  (10) и  $Q_m$  (13) задача о распространении пламени с двумя активными центрами сводится к тому решению, которое было получено (1,2) для упрощенной схемы цепной реакции с активным центром одного вида. Этим подтверждается реальность упрощенной схемы. Для максимального градиента температуры  $p_m = p_*$  по (2) получим

$$2D_m p_m^2 = Q_m r L, \quad (14)$$

где  $L = \frac{l}{c} \frac{(x - 2q)}{2q}$ ;  $q = \frac{\mu_0}{\mu_m} \left( \frac{T'_0}{T'_m} \right)^{a-1}$  при  $D_p \sim (T')^a$  и  $x = \frac{c D_0}{\lambda_0}$ .

Подставляя (14) в (13), найдем из квадратного уравнения

$$Q_m = \frac{(L Q_l - F_m) \pm \sqrt{(L Q_l - F_m)^2 + 4 L Q_F}}{2L}, \quad (15)$$

где  $Q_l = \frac{l_1 Q_{1m} + l_2 Q_{2m}}{l}$ ,  $Q_F = Q_{1m} F_{2m} + Q_{2m} F_{1m}$  и  $F_m = F_{1m} + F_{2m}$ .

Полагая, что  $L Q_l \ll F_m$  (можно показать, что это всегда имеет место) и разлагая радикал в (15) в ряд, найдем

$$Q_m \cong \frac{Q_F}{F_m} = (h_1 + h_2) \frac{F_{1m} F_{2m}}{F_{1m} + F_{2m}}. \quad (16)$$

Наконец, согласно (2) для скорости распространения пламени  $u_0$  получим соотношение с учетом скоростей зарождения ( $R_1 \neq 0$ ) и квадратичного обрыва цепей ( $W_1 \neq 0$ ):

$$u_0 = \varphi \xi \phi \frac{1}{\rho_0} \sqrt{\frac{n_r Q_m \rho_m D_{pm}}{2 c T_r}}, \quad (17)$$

где  $\varphi = 2 \sqrt{\frac{2q}{x} \left( 1 - \frac{2q}{x} \right)}$ ,  $n_{1r} = n_{1r} + n_{2r}$ ,  $D_p = D_{p_1} = D_{p_2}$ , а  $Q_m$  определяется по (15) или по приближенному соотношению (16). Коэффициенты  $\xi$  и  $\phi$  по (1,2) определяются соотношениями

$$\xi = \left\{ \frac{1}{2} \left[ 1 + \left( 1 + \frac{16q x c T_r R_{1m}}{(x - 2q)^2 n_1^2 Q_m} \right)^{1/2} \right] \right\}^{1/2}, \quad (18)$$

$$\phi = \left( 1 + \frac{q c T_r}{x Q_m} W_{1m} \right)^{-1/2}. \quad (19)$$

Полагая, как в (1), что распределение концентраций  $P_1$  и  $P_2$  определяется значениями величин при  $T = T_m$ , получим в соответствии с (11) и (12) зависимости концентраций  $P_1$  и  $P_2$  от температуры:

$$n_1(T) = \frac{(2D_m p_m^2 l_1) T + (F_{2m} n_m - \eta l_1 p_m^2) T (T_r - T)}{2D_m p_m^2 + (F_{1m} + F_{2m}) T (T_r - T)}, \quad (20)$$

$$n_2(T) = \frac{(2D_m p_m^2 l_2) T + (F_{1m} n_m - \eta l_2 p_m^2) T (T_r - T)}{2D_m p_m^2 + (F_{1m} + F_{2m}) T (T_r - T)}, \quad (21)$$

где  $n_m = \frac{n_r}{2} \left(1 - \frac{2q}{\kappa}\right)$ ;  $\eta = 4D_m q \frac{1}{\kappa T_m}$ ;  $p_m$  находится по (14).

Соотношения (15) или (16) и (10) дают возможность определить для упрощенной схемы цепной реакции (1,3) эффективную константу скорости продолжения цепи и величину эффективной концентрации активного центра одного вида по данным для реакционной схемы с двумя активными центрами.

Из (16) вытекает, что величина  $Q_m$ , от которой зависит скорость выделения тепла в (17), а следовательно, и скорость распространения пламени, определяется в основном наименьшей из величин  $F_{1m}$  или  $F_{2m}$ , не зависит от  $n_{1r}$  и  $n_{2r}$  и от отдельных тепловых эффектов, а определяется суммой  $(h_1 + h_2)$ . Скорость выделения тепла зависит еще от  $n_r = n_{1r} + n_{2r}$ , которая будет в основном определяться наибольшей из концентраций двух активных центров при температуре горения. Активный центр с наибольшей концентрацией (мол/г) или пропорциональным ей наибольшим парциальным давлением при температуре горения будет определяющим (ведущим) активным центром.

Соотношение (17) дает возможность находить константы и энергии активации процессов (2) и (3) по опытным зависимостям  $u_0$  от  $T'_r$  в том случае, если, например, в смесях с избытком вещества Б  $F_{1m} > F_{2m}$  (в этом случае из (16) следует, что  $Q_m \cong (h_1 + h_2) F_{2m}$ , и определяются константа  $K_2$  и энергия активации  $E_2$ ) или в смесях с избытком А  $F_{1m} < F_{2m}$  (при этом находятся  $K_1$  и  $E_1$ ). Определив, например,  $K_2$  и  $E_2$ , можно найти  $K_1$  и  $E_1$  по зависимости  $u_0$  от  $T'_r$  в смесях с избытком А. Когда известны константа и энергия активации какого-либо одного из процессов (2) или (3), то константа и энергия активации второго процесса могут быть определены по опытной зависимости  $u_0$  от  $T'_r$  с помощью соотношения (17) при любых  $F_{1m}$  и  $F_{2m}$ .

Для двух случаев хлоро-водородного пламени по (17) были рассчитаны теоретические значения скоростей распространения пламени, которые

Т а б л и ц а 1

Опытные и теоретические значения скоростей распространения (см/сек)  
для хлоро-водородных смесей

Состав горючей смеси	$0,6H_2 + 0,4Cl_2$	$0,5H_2 + 0,5Cl_2$
Опытные данные Бартоломе (4)	405	350
По соотношению (17)	350	485

приводятся в табл. 1 вместе с соответствующими опытными величинами по (4). Константы скоростей были приняты по (5):  $K_1 = 10^{13,9} \rho^2 \times \exp(-5500/RT')$ ,  $K_2 = 10^{13,4} \rho^2 \exp(-2500/RT')$ . Коэффициенты переноса взяты по (6):  $(D_{P_1})_0 = 0,19$  (атом Cl),  $(D_{P_2})_0 = 1,04$  (атом H) и  $\lambda_0 = 8,6 \cdot 10^{-5}$ . Скорость распространения пламени определяется диффузионным потоком активных центров, поэтому значение  $D_{Pm}$ , входящее в (17), было вычислено по соотношению  $D_{Pm} = (D_{P_1m} n_{1r} + D_{P_2m} n_{2r}) / (n_{1r} + n_{2r})$ .



Более точное соотношение для  $D_{pm}$  будет приведено в следующей статье в которой будет опубликовано решение при  $D_{p_1} \neq D_{p_2}$ .

Принимая во внимание сопоставление теоретических значений  $u_0$ , вычисленных по (17), с результатами численного интегрирования исходной системы уравнений, приведенными в (1), а также соответствие между опытными и теоретическими значениями по табл. 1, следует сделать вывод, что теоретическое рассмотрение распространения пламени в системах со схемой реакции, подобной приведенной в начале настоящей статьи, правильно описывает процесс реального распространения такого пламени.

Зависимости  $u_0$  от давления и температуры горения  $T'_r$  существенным образом определяются изменением концентраций активных центров с давлением и температурой (2). Соотношение (17) дает возможность количественно оценивать ведущую роль одного из двух активных центров при одинаковых коэффициентах их диффузии. Концентрации различных активных центров могут по-разному зависеть от давления для смеси данного состава. При изменении исходного состава смеси быстрота изменения концентрации данного активного центра меняется. Поэтому с уменьшением давления определяющая (ведущая) роль может переходить от одного активного центра к другому, концентрация которого при снижении давления возрастает быстрее. Угол наклона на графике опытной зависимости в координатах  $\lg u_0$  — обратная температура зависит главным образом от теплоты образования ведущего активного центра. Поэтому при анализе опытных данных с помощью формул, полученных без учета диффузии активных центров, вместо энергии активации  $E$  будет находиться некоторое эффективное значение  $E_{\text{ф}} = E + H_i$ , где  $H_i$  — эффективная теплота, которая зависит от состава смеси и определяется соотношением пропорциональности  $\sqrt{n_{ir}} \sim \exp(H_i / RT'_r)$ .

Распределение концентраций активных центров в зависимости от температуры дается соотношениями (20) и (21). Если, например,  $n_{1r} > n_{2r}$ , то суммарная концентрация активных центров будет в основном определяться диффузией  $P_1$ , а зависимость  $n(T) = n_1(T) + n_2(T)$  будет иметь вид кривой, непрерывно возрастающей от начальной концентрации  $n = n_{1r}$  до конечной  $n = n_r$ , наибольшей по величине от начальной температуры до температуры горения. Зависимость  $n_1(T)$  будет представлена кривой такого же характера, а кривая зависимости  $n_2(T)$  будет иметь максимум между начальной температурой и температурой горения, так как при относительно малом  $l_2$  величина числителя в соотношении (21) будет определяться в основном зависимостью  $F_{1m} n_m T(T_r - T)$ . При схеме реакции, принятой в настоящей статье, и реальных величинах скоростей зарождения цепей обе кривые  $n_1(T)$  и  $n_2(T)$  не могут одновременно иметь максимумы в зоне реакции.

На основании изложенного выше соотношение для определения скорости распространения пламени может быть получено с учетом процессов, обратных и параллельных процессам (2) и (3), а также с учетом скорости зарождения и скорости квадратичного обрыва для второго активного центра.

Институт химической физики  
Академии наук СССР

Поступило  
1 XI 1958

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> Л. А. Ловачев, ДАН, 120, № 6, 1287 (1958). <sup>2</sup> Л. А. Ловачев, ДАН, 123, № 3, 501 (1958). <sup>3</sup> D. B. Spalding, Phil. Trans. Roy. Soc. London, A249, № 957, (1956). <sup>4</sup> E. Bartolomé, Zs. f. Elektrochem., 54, № 3, 169 (1950). <sup>5</sup> A. F. Trotman-Dickenson, Gas Kinetics, London, 1955, p. 182—186. <sup>6</sup> K. Hellwig, R. C. Anderson, J. Am. Chem. Soc., 77, 232 (1955).

ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

В. И. ПОПОВ и член-корреспондент АН СССР С. З. РОГИНСКИЙ

**КИНЕТИЧЕСКИЙ ИЗОТОПНЫЙ ЭФФЕКТ ОКИСЛЕНИЯ ВОДОРОДА  
НА ПЛАТИНЕ**

В гомогенной кинетике для изучения механизма химических реакций широко используется исследование кинетических изотопных эффектов (<sup>1,2</sup>). В гетерогенном катализе таких исследований было довольно много в тридцатых годах, но их результаты не оказали сколько-нибудь заметного влияния на развитие теории катализа из-за противоречивости и недостаточной ясности постановки задачи. В последние годы появились отдельные работы с применением современных методов изотопных исследований (<sup>1,3</sup>). Они содержат интересные частные наблюдения, но не открывают путей для широкого применения величин кинетических изотопных эффектов в теории катализа. Между тем, легко показать, что такие измерения, тесно увязанные с измерением других характеристик, в принципе могут дать существенные сведения. В частности, таким путем можно надеяться определять режимы каталитических реакций, их стадии, природу связей, рвущихся или образующихся на контролирующем этапе, и структуру переходного комплекса, а также адсорбционную и кинетическую неоднородность поверхности и т. д. (<sup>4</sup>). Для этого раньше всего нужны надежные измерения величин изотопных эффектов.

В настоящей работе изложены результаты измерения кинетического изотопного эффекта окисления водорода на платине при большом избытке водорода. Выбор этой реакции определился отсутствием побочных процессов, возможностью проведения реакции в широком интервале температур, начиная с температур, лежащих ниже 0°, наличием ряда более ранних работ нашей лаборатории, приведших к формулировке вероятной стадийной схемы реакции (<sup>4</sup>), а также описанием любопытных температурных аномалий в старых работах, посвященных этой реакции на платине и палладии (<sup>5,6</sup>).

**Экспериментальная часть**

**Принцип метода и описание установки.** Реакция проводилась в динамических условиях с использованием в качестве катализатора гладкой платины, что исключало осложнения, связанные с пористостью. К потоку водорода с повышенным содержанием дейтерия, поступающему на катализатор, непрерывно добавлялось количество кислорода, составляющее несколько процентов от стехиометрического. При его полном израсходовании реагирует лишь некоторая доля от общего количества водорода. После выделения образовавшейся воды непрореагировавший водород количественно сжигается в атмосфере кислорода. По изотопному составу рекуперата и воды, полученной при каталитическом окислении, вычисляется изотопный состав исходного водорода. Величина кинетического изотопного эффекта  $\alpha$  определяется по соотношению концентраций против и дейтерия в воде, образовавшейся в результате каталитической реакции, и в исходном водороде. Исследование проводилось в стеклянной цельнопаянной установке, схема которой приведена на рис. 1.

Газы водород и кислород получались разложением воды, обогащенной по дейтерию в электролизере с одним катодом и двумя анодами, параллельно подключаемыми к источнику тока. Объем электролита (20% раствор едкого натра) составлял 650—700 мл. В цепь малого анода вводился реостат, позволяющий регулировать соотношения величины анодных токов, а следовательно и соотношение количеств кислорода, выделяющихся на обоих анодах. Кислород с малого анода поступает для частичного окисления водорода на платине, а с большого для сжигания непрореагировавшей части в кварцевой горелке. Величины газовых потоков определялись по силе тока.

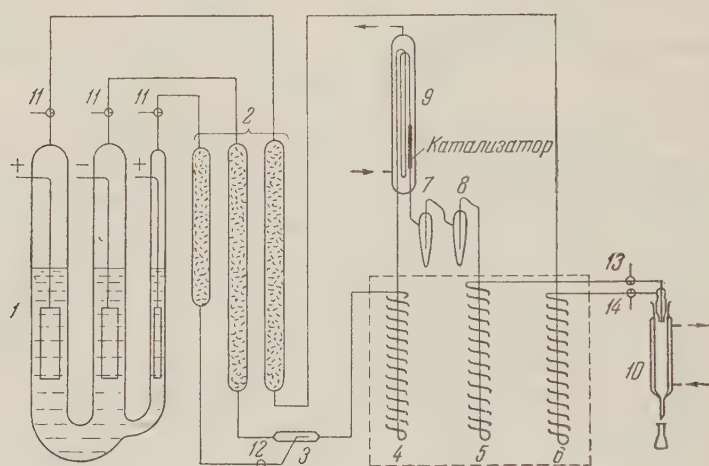


Рис. 1. Схема установки для исследования кинетического изотопного эффекта контактного окисления водорода на платине. 1 — электролизер; 2 — колонки с силикагелем для осушки газов; 3 — смеситель; 4, 5, 6, 7, 8 — ловушки, охлаждаемые твердой углекислотой; 9 — реактор; 10 — рекуператор; 11, 12, 13, 14 — краны

Реактор представляет собой коленчатую трубку длиной в 120 см с внутренним диаметром 6,5 мм, заключенную в рубашку, по которой пропускается вода из термостата типа Гепплера. В выходном участке трубки реактора помещался моток платиновой проволоки длиной 800 см и сечением 0,2 мм (геометрическая поверхность 50 см<sup>2</sup>). В предварительных опытах непосредственно в зону реакции вводилась нихром-константановая термopapa, но, как оказалось, температура не изменяется ни с началом реакции, ни в ее ходе, поэтому в последующих опытах термopapa в реактор не вводилась.

Для вымораживания воды, образующейся в результате каталитического окисления водорода, с реактором соединены последовательно две ловушки, которые дают возможность проводить опыты как с отбором одной порции воды, так и с отбором двух последовательных порций. В одинарных опытах вода вымораживается в ловушке 7, в двойных — сначала в ловушке 8 при ловушке 7, нагретой до 160°, а затем в ловушке 7. Непрореагировавший водород поступает в рекуператор — кварцевую горелку, соединенную шлифом с водяным холодильником. Рекуператор в одинарном опыте из холодильника стекает в одну пробирку, а в двойном — последовательно в две.

**Проведение опытов.** Перед началом опыта электролизер соединяется кранами 11 с атмосферой, затем подключается к источнику тока, и электродные пространства продуваются трехкратным объемом газов. Одновременно система через трехходовые краны 13 и 14 (при открытом кране 12) откачивается до давления порядка  $10^{-2}$  мм, а через рубашку реактора начинают пропускать из термостата воду, нагретую до температуры

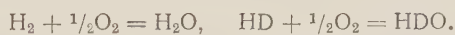


опыта. Далее водородная линия, «большая» и «малая» кислородные (до крана 12) заполняются, соответственно, водородом и кислородом из электролизера. Опыт начинается с подачи кислорода «малой» линии через кран 12 и смеситель 3 в реактор, а непрореагировавшего водорода и кислорода «большой» линии — в рекуператор 10.

Кинетический изотопный эффект водорода в этой работе измерялся при 95°. Объемные скорости водорода и кислорода, поступающих в реактор, были равны, соответственно, 1,7 и 0,085 л/час. Полному расходованию кислорода отвечает окисление 0,1 вводимого водорода. Таким образом, в одинарном опыте при 4-часовой работе накапливалось 0,54 мл воды, полученной в результате каталитического окисления водорода, и 5,4 мл рекуперата. Обе порции воды очищались с помощью однократной «экспресс-перегонки» (?), а затем анализировались капельным методом, относительная точность которого для наших концентраций дейтерия (1,5—2,5 мол. %) составляет  $\pm 1\%$  (?). По их изотопному составу рассчитывался изотопный состав исходного водорода, а затем коэффициент разделения.

Результаты опытов и их обсуждение. В табл. 1 приведены результаты наших опытов по кинетическому изотопному эффекту окисления водорода на платине при 95°. Как видно из таблицы, в ходе каталитического окисления водорода происходит обогащение образующейся воды протием. Значения коэффициента разделения  $\alpha$ , рассчитанные по приведенному ниже уравнению, в четырех опытах, из которых два дублировались, колеблются в сравнительно узких пределах  $\pm 0,04$  от среднего арифметического  $\alpha = 1,31$ , т. е.  $\Delta\alpha = \pm 3\%$ .

При необратимости реакции вещества, состоящего из двух изотопных форм, и при отсутствии искажающего влияния изотопного обмена реакцию можно рассматривать как два независимых процесса. В нашем случае (при небольшом содержании дейтерия в водороде) это практически только



Каждый из этих процессов включает диффузию водорода к поверхности и последующие стадии, которые могут начинаться с адсорбции  $\text{H}_2$  или с его реакции при ударе об адсорбированный кислород и заканчиваться десорбцией воды и ее диффузией из приповерхностного слоя в газовый поток.

При контроле процесса внешней диффузией водорода обе реакции протекали бы по первому порядку:

$$\frac{d[\text{H}_2\text{O}]}{dt} = k_1 ([\text{H}_2] - [\text{H}_2\text{O}]), \quad \frac{d[\text{HDO}]}{dt} = k_2 ([\text{HD}] - [\text{HDO}]).$$

Разделив почленно первое кинетическое уравнение на второе и проинтегрировав результат, получаем

$$\frac{k_1}{k_2} = \frac{\ln(1 - f_1)}{\ln(1 - f_2)},$$

где  $f_1 = [\text{H}_2\text{O}]/[\text{H}_2]$ ,  $f_2 = [\text{HDO}]/[\text{HD}]$  — доли превращения  $\text{H}_2$  и HD.

Отношение констант  $k_1/k_2 = D_1/D_2$  представляет искомый кинетический эффект или коэффициент разделения  $\alpha$  при контроле процесса диф-

фузией водорода\*. Аналогичные рассуждения имеют силу и при контроле процесса диффузией воды, образовавшейся в результате окисления, из приповерхностного слоя катализатора в газовый поток.

В силу известной обратной пропорциональности коэффициента диффузии корню квадратному из массы диффундирующей молекулы, отношение констант  $k_1/k_2$  в случае диффузии водорода к поверхности катализатора равнялось бы  $D_1/D_2 = \sqrt{m_{HD}/m_{H_2}}$ , т. е. 1,22, и при диффузии молекул образовавшейся воды из приповерхностного слоя в газовый поток  $D_1/D_2 = \sqrt{m_{HDO}/m_{H_2O}}$ , т. е.  $\approx 1,03$ . Сравнивая эти величины с полученным нами значением  $\alpha = 1,31$ , которое, возможно, несколько занижено вследствие каталитического изотопного обмена  $HD - H_2O$  (влияющего на изотопный состав в направлении, противоположном кинетическому изотопному эффекту), внешнюю диффузию водорода или воды на контролирующем этапе следует исключить.

Значительно сложнее обстоит дело в случае контроля процесса каталитического окисления водорода химическими или адсорбционными стадиями, так как при этом в переходных комплексах участвуют атомы поверхности катализатора, в скрытом виде входят термодинамические эффекты адсорбционных равновесий и т. п.

При низких давлениях скорость окисления  $H_2$  на Pt и Pd описывается уравнением  $\omega = k \frac{[O_2]}{[H_2]^{1/2}}$ , явно включающим концентрацию водорода<sup>(4)</sup>. При давлениях, близких к атмосферному, скорость реакции пропорциональна давлению кислорода и почти не зависит от давления водорода<sup>(8,9)</sup>. По-видимому в наших опытах скорость контактного окисления водорода контролируется стадией, не включающей непосредственно водород (например хемосорбцией  $O_2$ ) или включающей водород в форме, не зависящей от его концентрации в газовой фазе, например водород насыщенного адсорбционного слоя на активной поверхности катализатора. Это, однако, не исключает появления водородного кинетического эффекта, так как доля  $O_2$ ,  $O_2^-$  или  $O^-$ , реагирующих с молекулами  $H_2$  и HD, на заполненных участках зависит от их удельного содержания на поверхности, т. е. от отношения концентрации в газовой фазе с поправкой на изотопный эффект адсорбции. Кроме того, следует учитывать истинный кинетический изотопный эффект реакций  $O_2$  ( $O_2^-$  или  $O^-$ ) с H и D или с  $H_2$  и HD.

До прямых измерений изотопного эффекта адсорбции в условиях катализатора преждевременно говорить более определенно о характере химического этапа контактного окисления водорода, приводящего к появлению наблюдаемого разделения изотопов водорода. Необходимо также выяснить влияние на величину  $\alpha$  изменения активности катализатора. Опыты с  $O^{16}$  и  $O^{18}$  и с водородом, содержащим большой процент дейтерия, вместе с определением температурной зависимости  $\alpha$  могли бы помочь уточнению природы химической стадии контактного окисления водорода и ее переходного комплекса.

Институт физической химии  
Академии наук СССР

Поступило  
2 XII 1958

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> С. З. Рогинский, Теоретические основы изотопных методов изучения химических реакций, Изд. АН СССР, 1956. <sup>2</sup> Lars C. S. Melander, The Use of Nuclides in the Determination of Organic Reaction Mechanisms, 1955. <sup>3</sup> K. Wiberg, Chem. Rev., 55, 713 (1955). <sup>4</sup> О. В. Крылов, С. З. Рогинский, ДАН, 88, 293 (1953); Изв. АН СССР, ОХН, 1956, № 2. <sup>5</sup> H. W. Melville, J. Chem. Soc., 1934, 1243. <sup>6</sup> Т. Тучольский, Zs. phys. Chem., 40, 333 (1938). <sup>7</sup> А. И. Шатенштейн, Е. А. Яковлева и др., Изотопный анализ воды, Изд. АН СССР, 1957. <sup>8</sup> Г. К. Боресков, М. Г. Слинько, А. Г. Филиппова, ДАН, 92, № 2, 353 (1953). <sup>9</sup> C. N. Hinshelwood, J. Chem. Soc., 1929, 1779.

\*  $D_1$  и  $D_2$  — коэффициенты диффузии молекул  $H_2$  и HD.

ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

В. А. ШАРПАТЫЙ, В. Д. ОРЕХОВ и М. А. ПРОСКУРНИН

**О ХАРАКТЕРЕ И РОЛИ ПРОМЕЖУТОЧНЫХ ПРОДУКТОВ  
ПРИ РАДИОЛИТИЧЕСКОМ ВОССТАНОВЛЕНИИ НИТРАТА**

(Представлено академиком С. С. Медведевым 11 XI 1958)

В работах <sup>(1,2)</sup> отмечалось, что на радиолитическое восстановление нитрата оказывает заметное влияние молекулярный кислород, присутствующий в растворе. Было высказано предположение, что ингибирующее действие молекулярного кислорода связано с взаимодействием его с промежуточными продуктами восстановления нитрата типа  $\text{HNO}_3^-$  и должно было бы проявляться уже при чрезвычайно малых концентрациях  $\text{O}_2$ . Кроме того, на реакцию диспропорционирования ионов  $\text{HNO}_3^-$  (вторую основную стадию восстановления нитрата) должны были бы оказывать влияние мощность дозы  $\gamma$ -лучей и температура раствора.

Мы исследовали зависимость выхода нитрита от мощности дозы в 1 М растворе нитрата и 1 М NaOH в интервале мощностей доз от 0,04 до 1000 г/сек. Выход нитрита в растворах, насыщенных воздухом, остается постоянным во всем интервале изменения мощности доз и равняется  $\sim 3$  экв/100 эв (рис. 1,1). В отсутствие кислорода (раствор насыщался азотом) в области мощностей доз 0,5—1000 г/сек выход нитрита значительно выше ( $\sim 8$  экв/100 эв) (рис. 1,2). При содержании кислорода 2,5% в газовой смеси кислорода и азота над раствором  $G_{\text{NO}_2^-}$  прямо пропорционален логарифму мощности дозы (рис. 1, 3).

Эти результаты могут служить косвенным подтверждением предположения о конкуренции процессов диспропорционирования иона гидроазотной кислоты и окисления его кислородом до нитрат-иона. При малых мощностях доз (0,04—0,5 г/сек) средняя концентрация  $\text{HNO}_3^-$  в объеме раствора настолько мала, что  $0,5 \cdot 10^{-5}$  М концентрации кислорода достаточно, чтобы кислород мог конкурировать с процессом диспропорционирования ионов  $\text{HNO}_3^-$ . При больших мощностях доз (60—100 г/сек) необходима более высокая концентрация  $\text{O}_2$  в растворе для прохождения обратной реакции  $\text{HNO}_3^- + \text{O}_2 \rightarrow \text{NO}_3^- + \text{HO}_2$ . В интервале изменения мощности доз от 0,04 до 0,1 г/сек в 1 М растворе нитрата, насыщенном азотом, выход нитрита возрастает до 10,5 — 11 экв/100 эв (рис. 1,1), т. е. достигает значений, которые могут соответствовать полному использованию продуктов радиолитизированных молекул воды (так же как и в случае применения сопряженных акцепторов <sup>(1,3)</sup> \*).

Для выяснения роли промежуточных продуктов в процессе восстановления нитрата был поставлен ряд опытов по облучению растворов при различных температурах. Как уже отмечалось ранее, в области температур 20—90° выход нитрита не меняется в растворах, насыщенных азотом <sup>(2,3)</sup>. По-видимому, такое изменение температуры мало влияет на образование конечных продуктов  $\text{NO}_3^-$  и  $\text{NO}_2^-$  по реакции диспропорционирования

\* Введение сопряженного акцептора OH-радикалов—глицерина при этих условиях облучения не изменяет  $G_{\text{NO}_2^-}$ , который остается равным 10,5—11 экв/100 эв.



( $G_{\text{NO}_2^-} = 8 - 8,5$  экв/100 эв). Облучение растворов при более низких температурах (до  $-25^\circ$ ) приводит к уменьшению  $G_{\text{NO}_2^-}$  до значений  $\sim 2,5$  экв/100 эв\*. При дальнейшем понижении температуры раствора вплоть до температуры жидкого азота  $G_{\text{NO}_2^-}$  остается практически постоянным (рис. 2, 1). В растворах, содержащих кислород (насыщались воздухом),

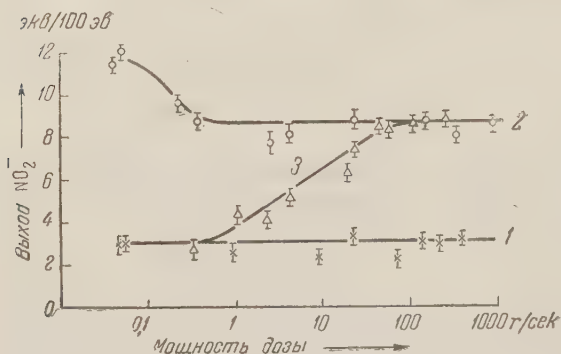


Рис. 1. Зависимость  $G_{\text{NO}_2^-}$  от мощности дозы  $\gamma$ -лучей (логарифмический масштаб). 1 — раствор насыщен воздухом, 2 — раствор насыщен азотом, 3 — раствор насыщен смесью газов  $\text{N}_2$  и  $\text{O}_2$  с 2,5% кислорода в смеси над раствором

ставляет собой смесь кристаллов  $\text{NaNO}_3$  и льда (<sup>4</sup>).

Применение метода электронного парамагнитного резонанса к системе нитрат — вода во время облучения ускоренными электронами позволил обнаружить при температурах от  $-196$  до  $-70^\circ$  ряд промежуточных радикальных продуктов восстановления нитрата и атомарный водород\*\*. Отмечено, что промежуточные радикальные продукты быстро исчезают после прекращения облучения, и тем быстрее, чем выше температура замороженного раствора. Кроме того, было обнаружено, что в замороженных растворах нитрата, очевидно, в меньшей степени присутствуют радикалы, образующиеся в замороженной воде, которые, по-видимому, вступают в реакцию с ионами нитрата. Отсюда в первом приближении можно считать, что в данном случае мы имеем дело с однородной смесью кристаллов, где происходят обычные радикальные реакции.

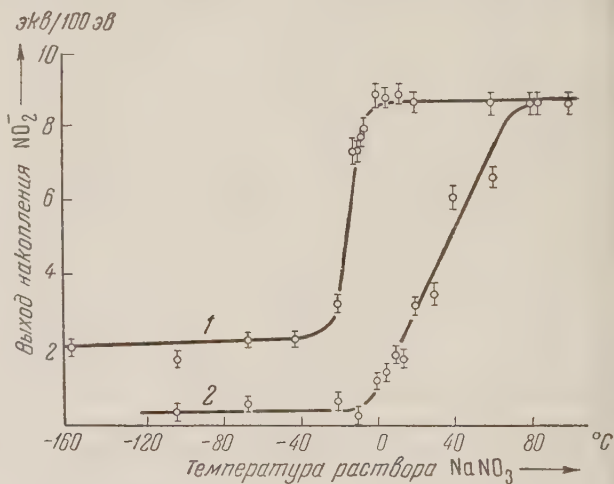


Рис. 2. Зависимость  $G_{\text{NO}_2^-}$  от температуры раствора. 1 — раствор насыщен азотом, 2 — воздухом

\* Выход нитрита был рассчитан в предположении, что замороженный раствор представляет собой однородную смесь кристаллов льда и  $\text{NaNO}_3$ .

\*\* Концентрация Н-атомов в тысячи раз меньше, чем концентрация промежуточных радикальных продуктов восстановления нитрата.

Из сказанного можно заключить, во-первых, что основные процессы восстановления нитрата в замороженных растворах происходят до размораживания их для анализа на продукты превращения нитрат-иона, что не согласуется с выводами некоторых авторов (<sup>5</sup>); во вторых, наряду с прямым действием  $\gamma$ -излучения на  $\text{NO}_3^-$ , в замороженных растворах, как уже отмечалось (<sup>1, 6</sup>), имеет место радикальное восстановление нитрата. В дальнейшем с помощью метода ЭПР предполагается более детально изучить свойства промежуточных продуктов системы.

Авторы считают своим долгом выразить благодарность сотрудникам Института химической физики АН СССР Н. Я. Бубену, А. Т. Корицкому, Ю. Н. Молину и В. Н. Шамшеву за проведение ряда опытов по исследованию радикалов с помощью метода ЭПР во время облучения.

Научно-исследовательский  
физико-химический институт  
им. Л. Я. Карпова

Поступило  
11 XI 1958

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> В. А. Шарпатый, В. Д. Орехов, М. А. Проскурнин, Сборн. Действие ионизирующих излучений на неорганические и органические системы. Изд. АН СССР, 1958, стр. 43. <sup>2</sup> М. А. Проскурнин, В. Д. Орехов, Е. В. Барелко, А. И. Чернова, Сборн. Изотопы и излучения в химии, Изд. АН СССР, 1958, стр. 119. <sup>3</sup> В. А. Шарпатый, В. Д. Орехов, М. А. Проскурнин, Сборн. Действие ионизирующих излучений на неорганические и органические системы, Изд. АН СССР, 1958, стр. 37. <sup>4</sup> В. Альтгаммер, Расчеты и графика соляных растворов, 1932, стр. 10. <sup>5</sup> Z. M. Wasq, P. Alexander, Fundamentals of Radicbiology, London, 1955, p. 49. <sup>6</sup> В. А. Шарпатый, Тр. Первого всесоюз. совещ. по радиационной химии, Изд. АН СССР, 1958, стр. 112.

ХИМИЧЕСКАЯ ТЕХНОЛОГИЯ

А. И. ОКУНЕВ, А. К. КИРЬЯНОВ и Б. И. СЕРГИН

РАВНОВЕСНЫЕ УСЛОВИЯ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ОКИСИ ЦИНКА  
МЕТАЛЛИЧЕСКИМ ЖЕЛЕЗОМ

(Представлено академиком С. И. Вольфовичем 6 X 1958)

Одним из взаимодействий, определяющих отгонку цинка при фьюминговании цинковистых шлаков, является восстановление окиси цинка металлическим железом. Однако условия равновесия этой реакции экспериментально не изучены. Имеются лишь кинетические исследования <sup>(1)</sup> и заводские испытания <sup>(2)</sup>, на основании которых установлена значительная скорость и полнота ее протекания.

Таблица 1

Исходные термодинамические данные

Соединение	$\Delta H_{298^\circ}$	$S_{298^\circ}$	$C_p = a + bT + cT^2$			Температурн. интервал, °K	Лит. источник
			$a$	$b \cdot 10^8$	$c \cdot 10^{-5}$		
Zn <sub>(г)</sub>	31200	38,36	4,97	—	—	—	—
ZnO	— 83360	10,40	11,71	1,28	—2,180	298—1000	(5)
Fe (γ)	510	6,60	4,85	3,00	—	298—1357	(5)
FeO	— 64500	14,20	11,66	2,00	—0,670	298—1650	(6)
Fe <sub>3</sub> O <sub>4</sub>	—266800	35,00	41,17	18,82	—9,795	273—1065	(6)
ZnO · Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	—285600	31,50	41,17	18,82	—9,795	—	По аналогии Fe <sub>3</sub> O <sub>4</sub>

В настоящем сообщении кратко излагаются результаты экспериментального исследования условий равновесия реакции:



которые сравниваются с расчетными данными.

Термодинамический анализ реакции (a) и побочных процессов выполнен методом Темкина—Шварцмана <sup>(3)</sup> с использованием данных, приведенных в табл. 1. Результаты анализа сведены в табл. 2.

Таблица 2

Изменение термодинамических параметров реакции (a) по расчетным данным

Т-ра, °C	$\Delta Z_T^\circ$	$\lg K_p$	$K_p$
900	8358	—1,56	$2,78 \cdot 10^{-2}$
1000	4897	—0,84	$1,44 \cdot 10^{-1}$
1100	1453	—0,23	$5,86 \cdot 10^{-1}$
1200	—1960	+0,29	1,95

Экспериментальное изучение условий равновесия реакции (a) осуществлялось по методике, использованной ранее <sup>(4)</sup>.

Навески химически чистых препаратов, взятых в стехиометрическом отношении, помещались в фарфоровые лодочки и прокаливались в токе очищенного азота в течение 15—45 мин. в интервале температур 800—1000° C.

Размер реакционной трубки и скорость газа подбирались такими, чтобы обеспечивались условия, отвечающие равновесным. Количество выделившегося цинка определялось после опыта путем взвешивания реакционной смеси на аналитических весах.



Результаты экспериментов приведены в табл. 3 и на рис. 1.

При изучении реакции (а) необходимо было учесть возможность протекания побочных реакций, например:

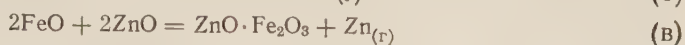
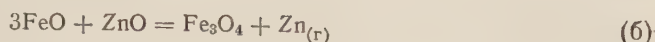


Таблица 3

Экспериментальные данные и рассчитанные по ним величины  $K_p$ ,  $\Delta Z_T^\circ$  реакции (а)

Т-ра, °С	Убыль веса навески *, мг	Степень протекания реакции, %	$K_p$	$\lg K_p$	$\Delta Z_T^\circ$
800	0,6	0,036	$4,07 \cdot 10^{-3}$	-2,39	2560
900	9,2	0,394	$4,57 \cdot 10^{-2}$	-1,34	1570
900	6,0	0,256	$3,02 \cdot 10^{-2}$	-1,52	1780
900	4,8	0,195	$2,33 \cdot 10^{-2}$	-1,63	1910
950	14,2	0,577	$6,86 \cdot 10^{-2}$	-1,16	1420
950	9,8	0,400	$4,84 \cdot 10^{-2}$	-1,31	1600
1000	23,2	0,815	$9,78 \cdot 10^{-2}$	-1,01	1278
1000	19,8	0,910	$1,07 \cdot 10^{-1}$	-0,97	1238

\* Исходный вес 2,57 мг.

Таблица 4

Расчетные значения  $\Delta Z_T^\circ$  и  $P_{\text{Zn}}$  для реакций (б) и (в)

t °С	Реакция (б)			Реакция (в)		
	$\Delta Z_T^\circ$	$\lg K_p$	$P_{\text{Zn}}$	$\Delta Z_T^\circ$	$\lg K_p$	$P_{\text{Zn}}$
900	15266	-2,845	$1,43 \cdot 10^{-3}$	15437	-2,821	$1,55 \cdot 10^{-3}$
1000	12740	-2,192	$6,92 \cdot 10^{-3}$	12692	-2,179	$6,62 \cdot 10^{-3}$
1100	10232	-1,629	$2,89 \cdot 10^{-2}$	10229	-1,628	$2,35 \cdot 10^{-2}$
1200	2740	-1,000	0,10	7743	-1,149	$7,09 \cdot 10^{-2}$

Термодинамический анализ реакций (б) и (в), результаты которого приведены в табл. 4, показал, что давление цинка, развиваемое по этим реакциям, значительно меньше упругости паров основного процесса. Поэтому влиянием побочных реакций на изучаемую можно пренебречь.

Следует, однако, отметить, что равновесное давление паров цинка по реакциям (б) и (в) в несколько раз превосходит упругость паров этого металла при фьюминговании шлаков. При известных условиях эти взаимодействия могут быть, по-видимому, использованы для практических целей.

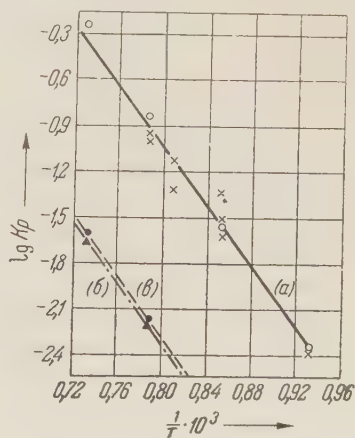


Рис. 1. Зависимость констант равновесия реакций (а), (б) и (в) от температуры

Как видно из рис. 1 и сравнения данных табл. 2 и 3, экспериментальные значения константы равновесия реакции (а) удовлетворительно совпали с расчетными величинами. То же относится и к значению  $\Delta H_0$ , найденному методом  $\sigma$ -функции: опытное значение составило величину

50000 кал/моль, против 50644 кал/моль согласно калориметрическим измерениям. Сказанное служит косвенным доказательством отсутствия влияния побочных процессов

Температурная зависимость изменения изобарного потенциала и константы равновесия может быть выражена следующими уравнениями:

$$\Delta Z_T^0 = 48697 - 34,39 T;$$

$$\lg K_p = -\frac{10645}{T} + 7,517.$$

Уральский научно-исследовательский  
и проектный институт медной промышленности

Поступило  
4 X 1958

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> М. М. Лакерник, Сборн. научн. тр. Научно-иссл. инст. цветн. мет., № 10, 218 (1955). <sup>2</sup> А. И. Окунев, В. М. Вильмов, И. Г. Саркисов, Бюлл. Центр. инст. информ. Мин. цветн. мет. СССР, № 4 (81), 19 (1957). <sup>3</sup> М. Х. Карапетьянц, Химическая термодинамика, 1953. <sup>4</sup> А. И. Окунев, Л. А. Поповкина, ДАН, 107, № 1, 97 (1956). <sup>5</sup> Э. В. Брицке, А. Ф. Капустинский, Термические константы неорганических веществ, Изд. АН СССР, 1951. <sup>6</sup> О. Кубашевский, Э. Эванс, Термохимия в металлургии, ИЛ, 1954.

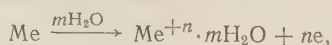
ХИМИЧЕСКАЯ ТЕХНОЛОГИЯ

Н. Д. ТОМАШОВ и Ю. Н. МИХАЙЛОВСКИЙ

МЕХАНИЗМ АНОДНОГО РАСТВОРЕНИЯ МЕТАЛЛОВ В ПОЧВАХ

(Представлено академиком В. И. Спицыным 6 XI 1958)

Процесс анодного растворения металлов во влажных почвах, так же как и для электролитов, может быть представлен общим уравнением:



где первичной стадией является переход в почвенный электролит иона металла. Поскольку анодный процесс сопровождается гидратацией образующихся ионов металла, необходимым условием является присутствие в почве определенного количества влаги<sup>(1)</sup>. Значительное изменение влажности естественных грунтов может в сильной степени влиять на скорость анодного растворения металлов. Ниже приводятся результаты экспериментального исследования процесса анодного растворения железа «Армко» в ряде влажных почв.

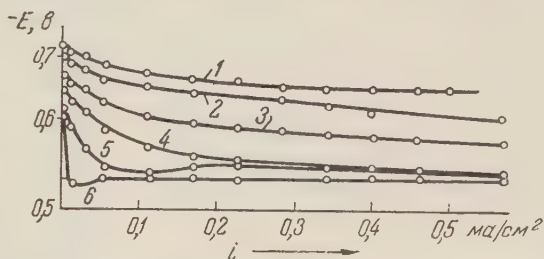


Рис. 1. Анодная поляризация железа в песке разной влажности: 1 — 20%, 2 — 15%, 3 — 10%, 4 — 5%, 5 — 2,5%, 6 — 1%

На рис. 1 приведены анодные поляризационные кривые, полученные на железных электродах в песке влажностью от 1 до 20%\*. Увлажнение производилось 10% раствором NaCl. Из приведенных данных видно, что при уменьшении влажности почвы происходит сдвиг стационарного потенциала железа в положительную область и увеличение торможений анодной реакции. Аналогичная зависимость наблюдается и в глинистых почвах. Следует заметить, что при уменьшении влажности почвы от 20% (полностью насыщенная влагой почва) до 5% характер зависимости анодных потенциалов железа от плотности тока существенно не меняется. В полулогарифмических координатах —  $E$ ,  $\lg i$  графически эта зависимость представляется прямыми параллельными линиями, которые смещаются в положительную область по мере уменьшения влажности почвы. Сохранение логарифмической зависимости потенциала от плотности тока на железном электроде в указанном интервале влажности дает основание полагать, что рост торможения анодной реакции при уменьшении влажности почвы связан в основном с уменьшением электрохимически активной поверхности электрода, т. е. поверхности, смоченной почвенным электролитом. Участки же металла, непосредственно не смоченные электролитом, но несущие адсорбционные пленки влаги, являются в электрохимическом отношении менее

\* Потенциалы даны по отношению к насыщенному медно-сульфатному электроду, потенциал которого по отношению к стандартному водородному равен 0,306 в.



активными и существенного влияния на анодную поляризацию железа при относительно высокой влажности почвы не оказывают.

В менее влажных почвах (2,5 и 1% влажности) уже при небольших плотностях анодного тока наблюдается значительная поляризуемость железного электрода (кривые 5 и 6 на рис. 1). В этом случае торможение анодной реакции необходимо связывать с возникновением анодной пассивности, так как хорошая аэрация поверхности металла в маловлажных почвах будет облегчать анодное пассивирование железного электрода. По этой причине в легких почвах, и особенно при низкой влажности, т. е. в условиях

значительной проницаемости для кислорода воздуха<sup>(2)</sup>, анодный процесс может в заметной степени тормозиться.

Наконец, в почвах воздушно-сухих, содержащих лишь незначительное количество влаги за счет адсорбции водяных паров из воздуха, торможение анодного процесса может еще более увеличиваться в результате замедления процесса гидратации ионов металла. На рис. 2 приведены анодные поляризационные кривые, полученные на железных электродах под адсорбционными пленками влаги в атмосфере 100% влажности в отсутствие слоя почвы над анодом (кривая 1) и под слоем песка (2) и глины (3) в этой же атмосфере\*. Из рис. 2 видно, что анодная поляризуемость железа в атмосфере 100% относительной влажности в отсутствие почвы меньше, чем анодная поляризуемость в той же атмосфере, но под слоем песка или, тем более, под слоем глины. Увеличение анодной поляризуемости под слоем

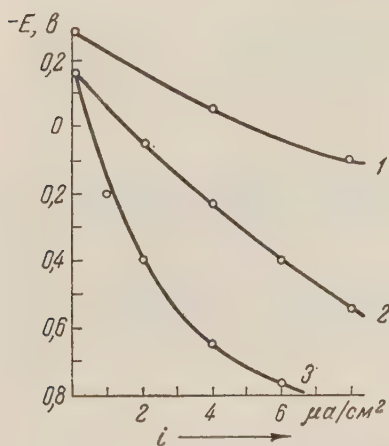


Рис. 2. Анодная поляризация железа в атмосфере 100% относительной влажности в отсутствие почвы (1) и под слоем песка (2) и глины (3) толщиной 1 см

почвы, по сравнению с открытым электродом, во влажной атмосфере не может быть связано с экранированием твердыми частицами поверхности металла от раствора. Напротив, наличие твердых частиц могло бы способствовать капиллярной конденсации влаги<sup>(4)</sup> и тем самым облегчать анодную реакцию. По-видимому, увеличение анодной поляризуемости под почвой связано с тем, что наличие слоя песка (или глины) на металле замедляет процесс диффузии водяных паров к реакционной поверхности. Поскольку сопротивление внутренней диффузии водяных паров в песчаной и глинистой почвах имеет большую величину<sup>(2)</sup>, скорость анодной реакции в этом случае может уже тормозиться скоростью транспорта молекул воды. Это предположение подтверждается также полученным нами ранее аналогичным увеличением анодной поляризуемости железного электрода на воздухе под адсорбционной пленкой влаги с уменьшением влажности атмосферы<sup>(3)</sup>.

Увеличение анодной поляризуемости с уменьшением влажности почвы, как уже указывалось, связано не только с ростом торможения анодной реакции в силу пассивации электрода, но и в значительной степени с сокращением увлажненной электрохимически активной площади металла. Поэтому вполне очевидно, что с уменьшением количества влаги в почве площадь металла, смоченного электролитом, также уменьшается. Действительно, если не учитывать сокращение активной площади металла, становится несомненным облагораживание стационарного потенциала железа и сдвиг анодных поляризационных кривых в положительную область (см. рис. 1). Если

\* В этом случае почва намеренно не увлажнялась, и ее влажность определялась установлением адсорбционного равновесия между почвой и влажным воздухом.

бы это явление было связано в основном с пассивацией металла, то наблюдаемая полулогарифмическая зависимость анодного потенциала железа от плотности тока также менялась бы с влажностью почвы. Однако для всех почв, вплоть до 5% влажности, угол наклона анодных поляризационных кривых в полулогарифмических координатах остается постоянным. По-видимому, облагораживание потенциала железа необходимо связывать с увеличением плотности коррозионного тока на электрохимически активных участках металла.

Для исследования зависимости электрохимически активной площади металла от влажности почвы был применен электрохимический метод расчета, посредством измерения дифференциальной емкости железных электродов, находящихся во влажной почве. Так как емкость электрода прямо пропорциональна электрохимически активной площади металла (6), то, измеряя емкость в насыщенном влагой почве, а затем в почве с меньшей влажностью, можно проследить сокращение активной площади электрода. В табл. 1 приведены величины дифференциальной емкости железного электрода в песке различной влажности.

Таблица 1

№№ п.п.	Влажность почвы, %	Дифференциальная емкость электрода, $\mu\text{ф/см}^2$	Электрохимически активная площадь
1	20	310	1,00
2	10	100	0,32
3	5	50	0,16
4	2,5%	15	0,04

Из приведенных в табл. 1 данных видно, что емкость железного электрода убывает с уменьшением влажности почвы. Если считать, что в почве 20% влажности вся поверхность металла является электрохимически активной, то отношение емкости электрода в любой почве к емкости электрода

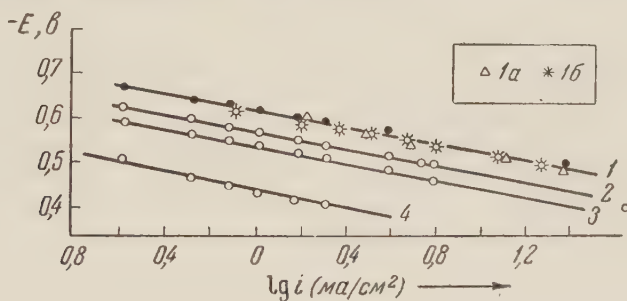


Рис. 3. Анодная поляризация железа в песке разной влажности: 1 — 20%, 2 — 10%, 3 — 5%, 4 — 2,5%; 1a и 16 пересчитаны из 2 и 3 с учетом электрохимически активной площади

в почве 20% влажности определяет долю электрохимически активной площади на единице видимой поверхности электрода.

На рис. 3 приведены анодные поляризационные кривые в полулогарифмических координатах, полученные в исследованных почвах на этих же электродах. По мере уменьшения влажности анодные кривые (1—4), при расчете на видимую поверхность, смещаются в положительную область. Однако, если произвести пересчет на электрохимически активную площадь металла, используя данные табл. 1, то анодные поляризационные кривые для песка 5 и 10% влажности точно укладываются на анодную кривую для песка 20% влажности. Это значит, что при уменьшении влажности почвы механизм анодного процесса не изменяется, а сдвиг потенциала в положительную область связан с ростом плотности поляризующего тока за счет уменьшения электрохимически активной площади металла. В менее влажных почвах (например 2,5%, кривая 4) анодная поляризационная кривая, при пересчете на активную поверхность, не укладывается на общую кри-

вую (1), а лежит ниже ее. Это свидетельствует о том, что не вся активная поверхность металла может функционировать анодно. Емкость запассивированных участков металла включается в измеренную емкость электрода, однако протекание анодных процессов на них затрудняется. Следовательно, в маловлажных почвах доля анодных участков еще более сокращается.

Из приведенного материала видно, что с уменьшением влажности почвы плотность токов саморастворения увеличивается в связи с облегчением катодного процесса <sup>(1)</sup>, а стационарный потенциал железа сдвигается в положительную область по общей кривой 1 (см. рис. 3). Таким образом, при расчете на активную (непосредственно увлажненную) анодную поверхность железа скорость коррозии с уменьшением влажности почвы увеличивается. При расчете на видимую поверхность скорость коррозии будет увеличиваться только дотех пор, пока облегчение катодного процесса будет протекать быстрее сокращения активной площади. При дальнейшем же уменьшении влажности в силу пассивации основной поверхности металла общая скорость коррозии металла будет уменьшаться.

Институт физической химии  
Академии наук СССР

Поступило  
3 XI 1958

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> Н. Д. Томашов, Усп. хим., 26, в. 2, 139 (1957). <sup>2</sup> Н. Д. Томашов, Ю. Н. Михайловский, ДАН, 107, № 6, 853 (1956). <sup>3</sup> Н. Д. Томашов, Ю. Н. Михайловский, ДАН, 110, № 6, 1026 (1956). <sup>4</sup> Г. В. Акимов, Теория и методы исследования коррозии металлов, Изд. АН СССР, 1945. <sup>5</sup> А. В. Лыков, Явления переноса в капиллярно-пористых телах, М., 1954. <sup>6</sup> А. Н. Фрумкин, В. С. Багоцкий, З. А. Иофа, Б. Н. Кабанов, Кинетика электродных процессов, М., 1952.



Л. А. РУСИНОВ

## СТРУКТУРНО-ТЕКТОНИЧЕСКАЯ КЛАССИФИКАЦИЯ ФОСФОРИТОВЫХ МЕСТОРОЖДЕНИЙ

(Представлено академиком Н. С. Шатским 16 X 1958)

Изучение распределения фосфоритовых залежей в зависимости от тектонических структур показывает, что каждой крупной тектонической структуре соответствуют особые условия образования фосфоритов и своеобразный характер фосфоритовых залежей. Эта связь, которая находит прямое отражение в основных промышленных показателях месторождений, позволила положить в основу предлагаемой далее группировки фосфоритовых месторождений именно структурные признаки.

В настоящее время общепринято деление фосфоритовых месторождений морского происхождения на геосинклинальные и платформенные. Однако каждая из этих групп охватывает иногда месторождения, различные по своим показателям.

Так, среди месторождений геосинклинальных областей резко выделяются месторождения собственно области геосинклинального прогиба, с их крупными залежами высокосортных фосфоритов (месторождения районов Малого Каратау и Скалистых гор) и месторождения области краевого прогиба, несоизмеримо меньших размеров и худшего качества (месторождения Каратага, Стерлитамака, Селеука). Столь же резко различны по характеру фосфоритоносности месторождения молодых и древних платформ. Более того, в пределах только молодых платформ выделяются области, различные по структурной обстановке. Одни из них — с унаследованной структурой основания (Тунис-Алжирские месторождения) отличаются наупушенным залеганием пластов и высоким качеством фосфоритов, другие без такого унаследования (фосфоритоносная формация Хауторн, полуостров Флорида) при спокойном залегании характеризуются тем, что фосфоритовая свита их разубожена кластическим и карбонатным материалом. Однако и те, и другие характеризуются очень крупными масштабами фосфатонакопления.

К типичным месторождениям древних платформ, которые располагаются в окраинных частях синеклиз, относятся Егорьевское и Вятско-Камское месторождения (Московская синеклиза), обширная полоса распространения еомиоценовских фосфоритов на северной окраине Днепровско-Донецкой впадины (Украинская синеклиза) и др.

Структурно-тектоническая обстановка обуславливает развитие тех или иных литологических формаций. По Н. С. Шатскому, для геосинклинальных фосфоритоносных бассейнов характерна вулканогенно-кремнистая формация, для залежей на молодых платформах — терригенно-карбонатная, а для древних платформ — глауконитовая. Определенным формациям, в свою очередь, свойственна определенная текстура фосфоритовых пластов. Так, в геосинклинальных, кремнистых формациях преобладающее значение имеют фосфоритовые пласты со сплошной, массивной текстурой (месторождения Малого Каратау); в терригенно-карбонатных формациях молодых платформ — зернистые фосфориты месторождений Туниса—Алжира;

глауконитовой (песчано- или глинисто-глауконитовой) формации древних платформ — конкреционные фосфориты, типичные для большинства месторождений Русской платформы.

Уже приведенные здесь примеры типичных месторождений указывают на то, что масштабы фосфатонакопления и качество фосфоритов различны для основных типов месторождений. К молодым платформам приурочены огромные скопления высокосортных фосфоритов с содержанием 27—31%  $P_2O_5$  (Алжир, Тунис, Марокко). Таким же высоким качеством и крупными запасами порядка миллиардов тонн характеризуются геосинклинальные месторождения. В синеклизах на древних платформах отлагались маломощные фосфоритовые пласты, которые распределяются на огромных площадях. Запасы их ограничиваются сотнями миллионов тонн, а содержание  $P_2O_5$  в промышленных фосфоритовых пластах колеблется от 7—8 до 15%. Наконец, для месторождений краевых прогибов характерно невысокое и очень изменчивое качество фосфоритов, малая и невыдержанная мощность свиты. Несмотря на то, что месторождения последней категории наименее изучены и трудно судить о запасах, которые в них сосредоточены, представ

Таблица 1

Классификация фосфоритовых месторождений по тектоническим признакам

	Характер тектонических нарушений фосфоритовой залежи	Фосфоритоносные формации (по Н. С. Шатскому)	Текстура фосфоритов	Проявления метаморфизма фосфоритов	Примеры фосфоритовых залежей
Геосинклинали	Сильная складчатость. Падение фосфоритового пласта под углом более 40°. Многочисленные разрывные нарушения	Вулканогенно-кремнистая	Массивная	На некоторых участках фосфориты метаморфизованы (местами до апатита)	Кок-су, Джаны-Тас, Кок-Джон, Аксай, Чулактау и др. Малом Каратау. Скалистые горы
Краевые прогибы	Слабая складчатость. Углы падения менее 40°	Кремнисто-известняковая	Тонкослоистая	—	Стерлитамак
	Сильная складчатость. Углы падения более 40°. Редкие разрывные нарушения	Терригенно-известняковая	Зернистая	—	Каратаг (Гиссарский хребет)
Молодые платформы	Сильная складчатость фосфоритовой залежи	Терригенно-известняковая	Зернистая	—	Тунис—Алжир
	Почти горизонтальная фосфоритовая залежь	Терригенно-известняковая	Зернистая	—	Флорида
Древние платформы	Горизонтальное залегание фосфоритового пласта	Глауконитовая	Конкреционная	—	Месторождения Русской и Сибирской платформ и др.

ляется, тем не менее, целесообразным выделить их в самостоятельную группу наименее выдержанных, маломощных месторождений с фосфоритами низкого качества.

Предлагаемая группировка\* фосфоритовых месторождений (табл. 1), в основу которой положен структурно-тектонический признак, может иметь практическое значение для дальнейшего направления поисков и разработки методов разведочных работ на фосфориты морского происхождения.

Поступило  
15 X 1958

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> Л. А. Русинов, Изв. Высш. учебных заведений, Геология и разведка, № 2 (1958).  
<sup>2</sup> Н. С. Шатский, Докл. совещ. по осадочным породам, в. 2, Отд. геол.-географич. наук АН СССР, 1955

---

\* Доложена автором на научной конференции Московского геолого-разведочного института в 1956 г.



Г. П. ТАМРАЗЯН

**ОБ ОДНОЙ ОСОБЕННОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ  
НЕФТЕГАЗОВЫХ МЕСТОРОЖДЕНИЙ АзербССР  
И ГАЗОВЫХ МЕСТОРОЖДЕНИЙ РСФСР**

*(Представлено академиком Д. В. Наливкиным 28 VI 1958)*

Рассмотрение распределения нефтяных и газовых месторождений Азербайджана выявляет интересную и важную особенность, связанную, по-видимому, с геотектоническим развитием данной области и, возможно, имеющую значение и для других нефтегазоносных областей.

Важнейшие выявленные нефтяные и газовые месторождения Азербайджана приурочиваются к Аджикабул-Мардакянскому глубинному разрыву, проходящему с юго-запада на северо-восток через Нижне-Куринскую низменность, Кобыстан, Апшеронский полуостров и Апшеронский архипелаг (рис. 1). К Аджикабул-Мардакянскому глубинному разрыву, являющемуся ископаемым (неогеновое и антропогеновое осадконакопление закрыло и завуалировало этот разрыв), приурочена также наиболее мощная грязевулканическая зона<sup>(3)</sup>.

Вдоль Аджикабул-Мардакянского глубинного разрыва, протяженностью в пределах рассматриваемой территории Восточного Азербайджана в 150 км, намечается узкая полоса шириной всего в 20 км (5—8 км к северо-западу и 12—15 км к юго-востоку от разрыва), к которой приурочено абсолютное большинство известных нефтяных и газовых месторождений всего Азербайджана. По данным на 1957 г., нефтяные месторождения, расположенные в этой полосе, дали 96,7% всей добытой в течение столетия нефти Азербайджана. В этом, Аджикабул-Мардакянском, поясе нефтегазонакопления расположены не только наиболее богатые нефтяные и газовые месторождения, из которых уже получена почти вся добыча нефти в Азербайджане (96,7%), но в нем сконцентрировано 79% ныне известных запасов нефти республики (подготовленный, разведанный и видимый запасы). Более того, открытые в последние годы крупные нефтяные месторождения (Кюрювдаг, Мишовдаг, Калмас) и крупнейшее газовое месторождение страны — Карадагское расположены как раз в Аджикабул-Мардакянском поясе нефтегазонакопления\*.

Остальные нефтегазовые месторождения Азербайджана, из которых добыто остальное количество нефти (3,3%), приурочены к структурам, осложненным обычно крупными тектоническими разломами\*\*.

Зоны разломов пересекают Аджикабул-Мардакянский глубинный разрыв (и соответствующий пояс нефтегазонакопления), с которым они,

\* Рассматриваемые общетеоретические представления, связанные с расположением нефтяных и газовых месторождений и формированием в них залежей нефти и газа, позволяют уверенно считать, что в пределах Аджикабул-Мардакянского пояса нефтегазонакопления располагаются и другие пока не выявленные нефтяные и в особенности газовые месторождения.

\*\* Нефтяные Камни и соседние площади находятся одновременно на северо-восточном продолжении выявленного автором Бакинского глубинного вала, проходящего в 40—50 км юго-восточнее Аджикабул-Мардакянского глубинного разрыва и простирающегося примерно в том же северо-восточном направлении.

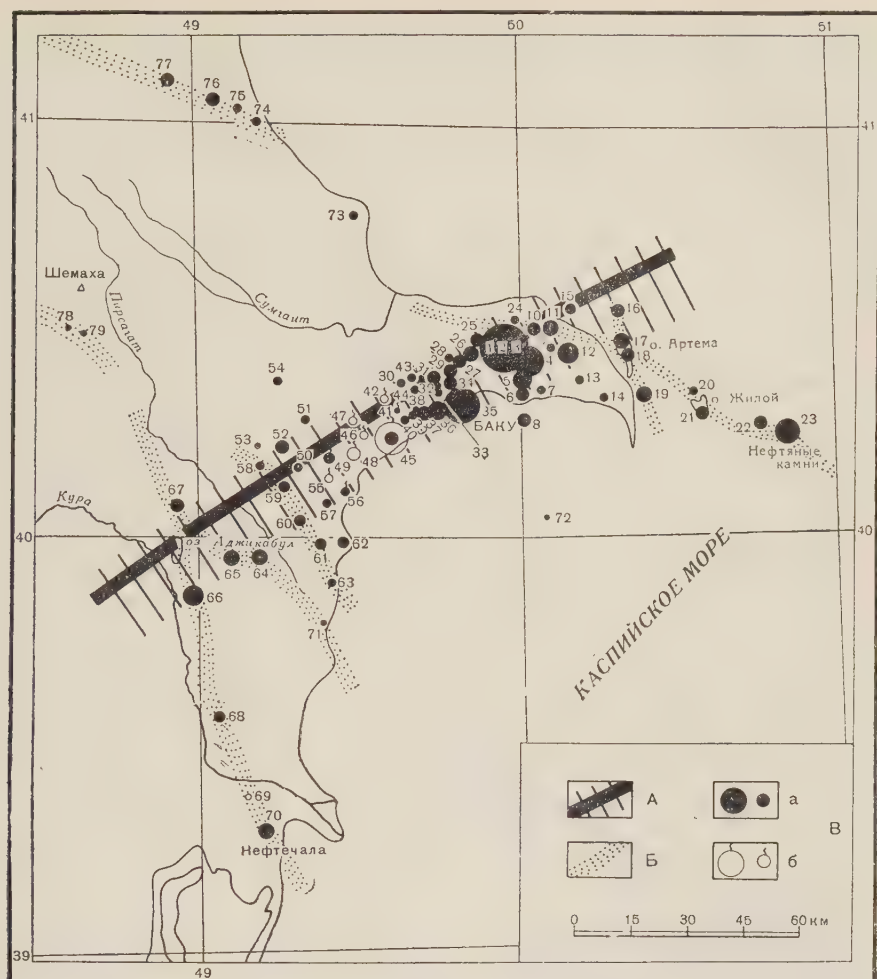


Рис. 1. Карта распределения нефтегазовых месторождений Восточного Азербайджана и тектонические разрывы (разломы). А — Аджикабул-Мардакянский глубинный разрыв и прилегающий к нему пояс нефтегазоаккумуляции; Б — важнейшие зоны крупных тектонических разломов; В — крупнейшие, средние и незначительные нефтяные (а) и газовые (б) месторождения. Месторождения (площади): 1 — Балаханское, 2 — Сабунчинское, 3 — Раманинское, 4 — Сураханское, 5 — Карачухурское, 6 — Зыхское, 7 — Гоусанское, 8 — Песчаный, 9 — Бининское, 10 — Маштагинское, 11 — Бузовнинское, 12 — Калинское, 13 — Тюркянское, 14 — Зыринское, 15 — Мардакянское, 16 — Банка Дарвина, 17 — Северо-Артемовское, 18 — Южно-Артемовское, 19 — Гюргяно-море, 20 — Камни Григоренко, 21 — о. Жилой, 22 — Грязевая сопка, 23 — Нефтяные Камни, 24 — Кюрдаханское, 25 — Кирмакинское, 26 — Бинагадинское, 27 — Чахнагларское, 28 — Хурдаланское, 29 — Сулутепинское, 30 — Боздагское, 31 — Шабандагское, 32 — Аташкинское, 33 — Шубанинское, 34 — Ясамальская долина, 35 — Бибиэбатское, 36 — Локбатанское, 37 — Путинское, 38 — Кушханское, 39 — Кергезское, 40 — Кызылтепинское, 41 — Шонгарское, 42 — Сарынча-Гюльбахтское, 43 — Каразыбатское, 44 — Гездекское, 45 — Карадагское, 46 — Апарское, 47 — Шихикаинское, 48 — Миаджик-Миагчинское, 49 — Утальгинское, 50 — Рагимское, 51 — Чеилдагское, 52 — Умбакинское, 53 — Восточно-Адживелинское, 54 — Донгуздыкское, 55 — Турогайское, 56 — Кянизадагское, 57 — Малокаянизадагское, 58 — Барыдашское, 59 — Солохайское, 60 — Айрантеянское, 61 — Котурдагское, 62 — Дашгильское, 63 — Пирсагатское, 64 — Калмаское, 65 — Мишовдагское, 66 — Кюровдагское, 67 — Хараминское, 68 — Бабазанан-Дуровдагское, 69 — Хиллинское, 70 — Нефтечалинское, 71 — Бяндованское, 72 — Банка Макарова, 73 — Севотабадское, 74 — Чондагар-Зоратское, 75 — Сиазань-Нардаранское, 76 — Сааданское, 77 — Амирханлинское, 78 — Матрасы, 79 — Чараган

оказываются связанными на глубине возможными путями миграции газа и нефти по ним.

Таким образом, почти все нефтяные и газовые месторождения Азербайджана связаны с зонами крупных разрывов, среди которых особенно выделяется Аджикабул-Мардакянский глубинный разрыв, к которому приурочивается в совокупности свыше 90% всей добытой и ныне известной остав-

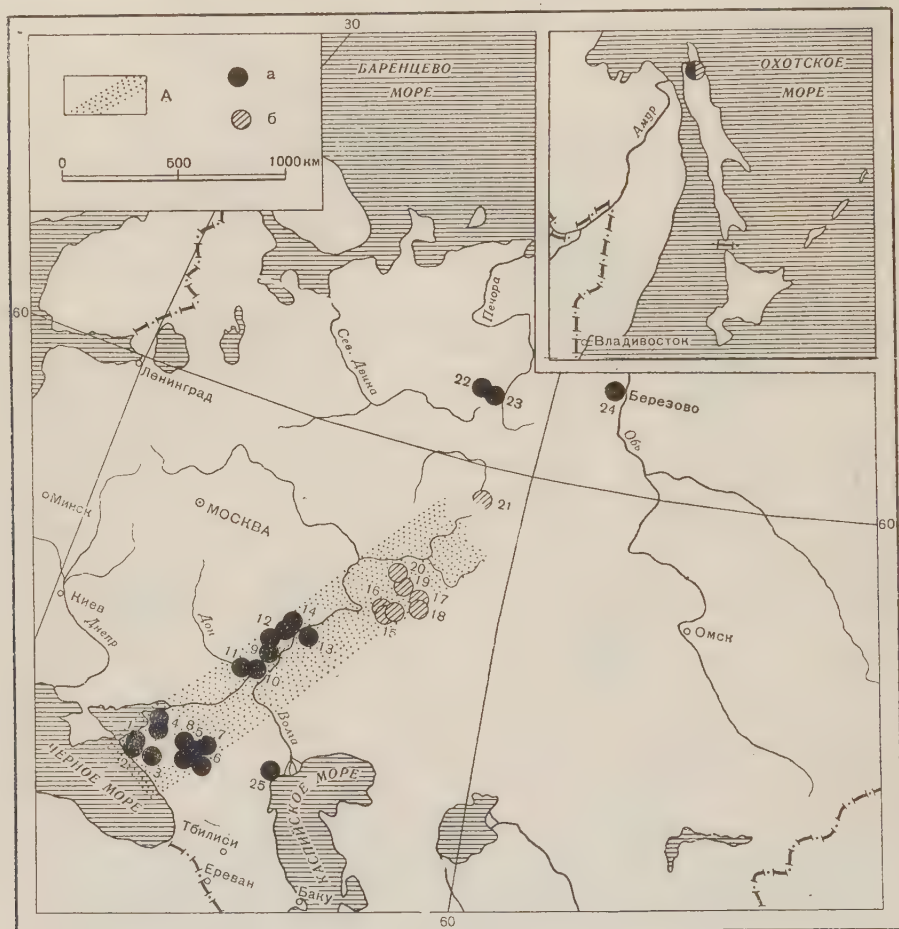


Рис. 2. Обзорная карта распределения важнейших газовых месторождений РСФСР. А — Краснодар-Ромашкинская газоносная зона. а — свободный газ, б — растворенный в нефти газ. Важнейшие месторождения: 1 — Анастасиевское, 2 — Троицкое, 3 — Александровское, 4 — Каневское, 5 — Северо-Ставропольское, 6 — Пелагиадинское, 7 — Кугультинское, 8 — Расшеватское, 9 — Коробковское, 10 — Саушинское, 11 — Верховское, 12 — Линево, 13 — Степановское, 14 — Елшано-Курдюмское, 15 — Дмитриевское, 16 — Мухановское, 17 — Туймазинское, 18 — Шкаповское, 19 — Ромашкинское, 20 — Акташское, 21 — Яринское, 22 — Нибельское, 23 — Омринское, 24 — Березовское, 25 — Промысловское

шейся в недрах нефти. Такова важнейшая особенность размещения нефтяных и газовых месторождений Азербайджана, выявляемая фактическими данными вековой разработки недр республики.

Приуроченность основных нефтяных и газовых месторождений к зоне глубинного разрыва, возможно, указывает на определенную роль последних в формировании этих месторождений. Если глубинные разломы Азербайджана достигают подошвы земной коры, как это допускает В. А. Горин (1), то Аджикабул-Мардакянский глубинный разрыв мог послужить мощным транзитным путем, по которому углеводородные газы могли подняться



в выше расположенные участки земной коры и образовать здесь скопления газа и отчасти преобразоваться при соответствующих условиях в нефть (например, согласно развитой И. И. Потаповым<sup>(2)</sup> схеме или по другой схеме). Углеводородные газы при движении по глубинному разрыву к поверхности земли вблизи последней могут подвергнуться боковой миграции в толщу проходимых здесь отложений (образовывая в них громадные нефтегазовые залежи), если, конечно, последние будут представлены хорошо проницаемыми породами (прибрежно-континентальные и прибрежно-морские отложения, трещиноватые карбонатные породы и т. д.).

Поднимающиеся по глубинным разломам\* мощные газовые струи совместно с образующимися в самих осадочных толщах газовыми и нефтяными скоплениями образуют в конечном счете современные залежи газа и нефти.

По данным на 1957 г., выявленные газовые ресурсы РСФСР, составляющие около  $\frac{2}{3}$  газовых ресурсов всего Советского Союза, также имеют тенденцию приурочиваться к сравнительно узкой (около 300 км и менее) и длинной полосе (свыше 1600 км), начинающейся у Краснодарского края и идущей в северо-восточном направлении через крупнейшие газовые месторождения Сталинградской, Саратовской, Куйбышевской и Оренбургской областей, Татарской и Башкирской АССР (рис. 2). Такие крупные месторождения, как Анастасиевское, Троицкое и Каневское (в Краснодарском крае), Коробковское (в Сталинградской обл.), Степновское (в Саратовской обл.), Мухановское (в Куйбышевской обл.), Ромашкинское (в Татарской АССР) и Туймазинское и Шкаповское (в Башкирской АССР), располагаются почти на одной линии\*\*. Между этими крупными месторождениями и вблизи них располагается целая серия более мелких газовых месторождений. Вышеотмеченная сравнительно узкая зона, начинающаяся в Краснодарском крае (совместно с прилегающими месторождениями западной части Ставропольского края) и протягивающаяся до Ромашкинского месторождения в Татарской АССР, сосредоточивает свыше 90% всех ныне известных газовых ресурсов РСФСР, тогда как по площади эта зона составляет всего около 3% последней. Эта Краснодар-Ромашкинская газоносная зона\*\*\*, так отчетливо выдерживающая свое направление на большом расстоянии (где она пересекает районы и области с резко различающимся геологическим строением и историей геологического развития поверхностной части земной коры), возможно, связана с глубинными разломами подложья земной коры и тем самым косвенно указывает на региональное глубинное строение земной коры огромной территории\*\*\*\*.

Поступило  
26 VI 1958

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> В. А. Горин, Докл. АН АзербССР, № 12, 713 (1953). <sup>2</sup> И. И. Потапов, Изв. АН АзербССР, № 6 (1951). <sup>3</sup> Г. П. Тамразян, ДАН, 118, № 4, 809 (1958).

\* Глубинные разрывы, поднимающиеся от подножья земной коры к ее поверхности постепенно вверх разветвляются, размельчаются, охватывая вблизи последней зону сравнительно большой ширины. Разрывы являются проводниками углеводородных газов снизу не только для нашей Земли, но, вероятно, и у ее спутницы — Луны, зоны вулканической деятельности которой несомненно связаны с разрывами.

\*\* Простираение как Аджикабул-Мардакянское глубинного разрыва и нефтегазоносного пояса в Азербайджане, так и Краснодар-Ромашкинской газоносной зоны в РСФСР примерно одинаково.

\*\*\* Северо-восточное продолжение Краснодар-Ромашкинской газоносной зоны, возможно, достигает Березовской группы газовых месторождений в низовьях р. Оби. Вся Краснодар-Ромашкино-Березовская зона, таким образом, приобретает выдающийся интерес; в этой зоне, несомненно, располагаются пока еще не выявленные мощные залежи газа.

\*\*\*\* Структурный план осадочных образований платформенных, и в определенной мере (хотя и в сильно завуалированном виде) геосинклинальных, областей в конечном счете обуславливается особенностями глубинной тектоники, и в частности разломами кристаллического фундамента. С этой точки зрения выявление региональных глубинных разломов (возможно, главным образом диагональных) нижних структурных этажей земной коры, косвенным указанием на наличие которых может служить и расположение цепочек структур, приобретает не только теоретический, но и выдающийся практический интерес.

А. М. ЛУРЬЕ

## К ВОПРОСУ О ГЕНЕЗИСЕ БАРИТОВ СУМСАРСКОГО ЦИНКОВО-СВИНЦОВОГО МЕСТОРОЖДЕНИЯ

(Представлено академиком Н. М. Страховым 15 X 1958)

Сумсарское месторождение расположено на южном склоне Чаткальского хребта. Оно относится к типу низкотемпературных цинково-свинцовых месторождений, залегающих в карбонатных породах. Сходным у нас в СССР является месторождение Миргалымсай в горах Каратау (Южный Казахстан).

Месторождение приурочено к горизонту доломитов живетского яруса девона, отличающемуся от остальных карбонатных пород района повышенными кларками концентрации свинца на всей площади его развития (50 × 50 км). В одной из статей автора<sup>(3)</sup> указывалось, что свинец в отмеченном горизонте концентрируется в связи с процессами осадконакопления. Кажется бы, позиция месторождения дает возможность однозначно решить вопрос об условиях его образования. Данные изотопического состава свинцов месторождения, которые идентичны свинцам из других участков упомянутого горизонта, подтверждают высказанное предположение<sup>(10)</sup>.

Однако в составе руд Сумсарского месторождения присутствуют значительные количества бария, который не устанавливается в повышенных концентрациях в карбонатных породах района, что в значительной степени осложняет вопрос о генезисе месторождения.

По данным А. Б. Натальина и И. В. Прасоловой (1954 г.), количество ВаО в рудах колеблется от 0,0 до 7,4%. Барий является основной составной частью стронцийсодержащего барита, образующего неправильные гнездовые образные выделения или небольшие прожилки. Взаимоотношение его с сульфидами указывает на принадлежность последних к более поздним генерациям, так как барит замещается галенитом и сфалеритом, проникающим по плоскостям спайности или границе зерен.

Для выяснения вопроса об условиях образования барита необходимо вкратце остановиться на геохимии бария и стронция.

По данным В. Энгельгардта<sup>(14)</sup>, В. Нолля<sup>(16)</sup> и др., в изверженных породах барий и стронций присутствуют преимущественно в калийсодержащих минералах, главным образом в полевых шпатах. Причина этого связывается с улавливанием бария и стронция калием при процессах магматической кристаллизации, что подтверждается экспериментально. При кристаллизации магматического расплава основная масса бария и стронция сразу же улавливается полевыми шпатами, поэтому в более поздних его дифференциатах — таких, как граниты или пегматиты, — количество этих элементов резко уменьшается, хотя содержание калия продолжает увеличиваться. Это дает основание Ф. В. Чухрову<sup>(13)</sup> считать, что барий, а следовательно, и стронций не доходят до остаточной кристаллизации в существующих количествах, и поэтому появление их в гидротермальных растворах следует объяснить выщелачиванием этих элементов из полевых шпатов изверженных пород.

При образовании осадочных пород пути миграции описываемых элементов расходятся. Наиболее высокие концентрации бария обычно устанавли-



ваются в глинистых осадках, что объясняется способностью глинистых коллоидов, частицы которых заряжены отрицательно, адсорбировать катионы, особенно с большим ионным радиусом (<sup>13</sup>). Меньшее количество бария встречается в алевролитах и песчаниках, и совсем низким содержанием бария характеризуются карбонатные породы.

При процессах химического выветривания полевых шпатов в благоприятных условиях барий переходит в раствор в виде бикарбоната или хлорида. При этом он уносится в водоемы или же откладывается среди боковых пород в зависимости от наличия в растворе аниона  $(\text{SO}_4)^{2-}$ , с которым барий немедленно взаимодействует, образуя труднорастворимый сульфат бария. Ясно, что в морской среде эта реакция осуществляется наиболее легко.

Среди осадочных отложений барий сравнительно быстро перекристаллизовывается, образуя конкреции, реже латераль-секреционные жилки. Подобного рода образования распространены широко. Они встречаются в осадочных породах из разных частей Союза и описаны многими исследователями. Желваки барита найдены и в современных морях среди илов.

Соединения стронция, в отличие от бария, легко растворимы и могут удерживаться в растворе длительное время. Осаждение его из морской воды происходит лишь в сильно осолоненных бассейнах и поэтому повышенные концентрации стронция встречаются среди более поздних продуктов химической дифференциации — гипсов, ангидритов и ассоциирующих с ними доломитов.

Общеизвестна также способность стронция накапливаться биогенным путем в арагонитовом скелете морских организмов (<sup>15, 16</sup>).

Различная миграционная способность бария и стронция при гипергенных процессах приводит к «постепенной очистке от стронция» вторичных баритов (<sup>12</sup>). Так, например, в керченских баритах, по данным Ф. В. Чухрова (<sup>13</sup>), стронций улавливается лишь спектроскопически. Аналогичная картина отмечается Я. В. Самойловым (<sup>4</sup>) для баритовых конкреций в верхнеюрских отложениях б. Костромской губ. В чиатурских баритах стронций вовсе не обнаружен (<sup>9</sup>).

Однако тенденция бария к освобождению от стронция в поверхностных условиях еще не дает права считать все бариты с высоким содержанием стронция гипогенными. При стечении некоторых благоприятных обстоятельств барий может попадать в среду, насыщенную солями стронция, и в этом случае неизбежна их совместная кристаллизация. Так, например, В. И. Драгунов и С. М. Катченков (<sup>2</sup>) описали стронцийсодержащий барит и баритцелестин, образовавшиеся в лагунах конкско-сарматского бассейна Южного Мангышлака. Нередко также нахождение стронцийсодержащих баритов и среди континентальных красноцветных отложений разного возраста, что находится в полном соответствии с условиями формирования их в жарком пустынном климате, обуславливающем засоленность и загипсованность пород и, следовательно, высокую концентрацию солей стронция в растворах.

В связи с вышеизложенным представляет интерес поведение бария и стронция на фациальном профиле района месторождения (рис. 1), построенном по данным большого числа спектральных анализов (более 500)\*. В по-

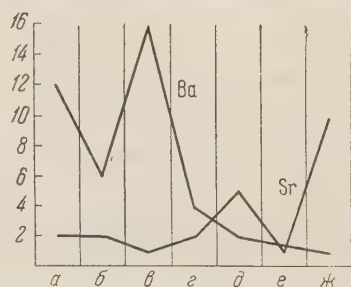


Рис. 1. Распределение бария и стронция (в условных единицах) на фациальном профиле пород Сумсарского района. а — полимиктовые песчаники, б — алевролиты, в — аргиллиты, г — мергели, д — известняки, е — доломиты, ж — ангидриты и ассоциирующие с ними доломиты

\* Анализы выполнялись в спектральной лаборатории под руководством Л. Н. Индиченко.



лимитовых песчаниках (а) соотношение между интересующими нас элементами такое же, как и в нижележащих эффузивах нижнего — среднего девона, за счет разрушения и размыва которых они возникли. Это дает основание полагать, что в полимитовых песчаниках барий и стронций присутствуют преимущественно в решетке обломочных зерен полевых шпатов.

При движении к алевролитам (б) количество бария резко снижается, что обусловлено, во-первых, разбавляющим действием карбоната, который составляет часто до 50% породы (в песчаниках карбоната мало), во-вторых — уменьшением количества полевых шпатов в составе алевролитов. Содержа-

Т а б л и ц а 1

№ образца	BaO	SrO	BaO/SrO
	в вес. процентах		

Образцы из разных участков месторождения Сумсар

1-52	58,91	6,03	10
2-52	57,35	6,07	10
3-52	58,42	5,50	11
5-52	58,09	5,12	12
6-52	61,83	2,70	21
4050	60,50	3,25	19

Образцы из эффузивов района месторождения Сумсар

2197	61,42	2,81	22
2190	59,41	2,28	26
3337	60,25	2,79	21

Примечание. Анализы для образцов № 1—6-52 заимствованы из отчета Сумсарской ГРП, остальные анализы выполнены аналитиком О. Я. Николаевой.

При движении к алевролитам (б) количество бария резко снижается, что обусловлено, во-первых, разбавляющим действием карбоната, который составляет часто до 50% породы (в песчаниках карбоната мало), во-вторых — уменьшением количества полевых шпатов в составе алевролитов. Содержание стронция на отмеченном интервале остается неизменным. По-видимому, убыль стронция, генетически связанного с барием в составе полевых шпатов, компенсируется стронцием биогенного происхождения, находящимся в известковом цементе алевролитов.

В аргиллитах (в), как и следовало ожидать в соответствии со свойствами этих элементов, содержание бария резко возрастает, а стронция — падает. При движении от аргиллитов (в) к известнякам (д) наблюдается обратная картина: содержание бария быстро падает, стронция — возрастает. Очевидно, повышение концентрации стронция в известняках связано с биогенными процессами, так как пробы с наиболее высокими содержаниями этого элемента приурочиваются к детритусовым и шламовым разностям известняков.

В доломитах (е) содержание стронция вновь резко снижается, так как в отличие от известняков условия образования их исключают возможность накопления стронция биогенным путем. Причина этого кроется в повышенной солености морской воды, в которой не могли развиваться организмы, накапливающие в своем скелете стронций. В то же время концентрация солей при образовании описываемых доломитов была еще недостаточной для химического осаждения соединений стронция. По данным А. П. Виноградова и Т. Ф. Боровик-Романовой (1), для насыщения морской воды  $\text{SrSO}_4$  требуется концентрация солей, в пять раз превышающая нормальную, — следовательно, выпадение его из растворов должно приурочиваться к началу садки гипсов. Такие высокие стадии осолонения могли реализоваться в Сумсарском районе лишь в отдельных, относительно небольших лагунах, где и возникали доломиты и ассоциирующие с ними ангидриты с высоким содержанием стронция (см. рис. 1, ж).

На интервале д — ж содержание бария меняется незначительно, несколько уменьшаясь, что, по-видимому, обусловлено удалением от источников питания.

Образование доломитов, вмещающих рудные тела Сумсара, происходило из морской воды, насыщенной солями стронция (е). В подобных условиях барий должен осаждаться, а стронций удерживаться в растворе, и, следовательно, в данном случае исключается возможность образования баритов с высоким содержанием стронция. Таким образом, бариты Сумсарского месторождения, содержащие до 10,8%  $\text{SrSO}_4$ , не могут быть осадочного происхождения.

Кроме месторождения барит также встречается среди толщи нижележащих эффузивов (нижнего — среднего девона), где он образует небольшие линзы и жилки, лишенные сульфидов свинца. В барите, залегающем среди эффузивов, отношение бария к стронцию близко к отношению этих элементов вмещающих породах. Это и целый ряд других особенностей (пространственная приуроченность баритовых выделений к породам определенного состава, развитие их на большой площади, залегание в виде линз и быстро наклоняющихся прожилков в трещинах разрыва) дает основание относить их к образованиям типа альпийских жил.

По составу бариты из эффузивов сходны с баритами Сумсарского месторождения (табл. 1). Можно предположить, что как в первом, так и во втором случае барий и стронций заимствовались из эффузивов близкими по составу растворами. Проникновение последних в пределы месторождения было обусловлено благоприятной структурной обстановкой.

Экспериментальными исследованиями Н. И. Хитарова и А. А. Москалюк было показано, что растворимость галенита резко снижается при введении в состав хлоридных вод аниона  $(\text{SO}_4)^{2-}$ . Это дает основание предположить, что уменьшение концентрации анионов  $(\text{SO}_4)^{2-}$ , связанное с выпадением из растворов барита, должно было приводить к интенсивному растворению и переотложению галенита.

Институт геологии рудных месторождений,  
петрографии, минералогии и геохимии  
Академии наук СССР

Поступило  
9 X 1958

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> А. П. Виноградов, Т. Ф. Боровик-Романова, ДАН, **46**, № 5 (1945).  
<sup>2</sup> В. И. Драгунов, С. М. Катченков, ДАН, **93**, № 2 (1953). <sup>3</sup> А. М. Лурье, ДАН, **123**, № 1 (1958). <sup>4</sup> Я. В. Самойлов, Изв. Акад. наук, 1910. <sup>5</sup> Я. В. Самойлов, Сборн. в честь 25-летия научн. деятел. В. И. Вернадского, М., 1914.  
<sup>6</sup> Н. М. Страхов, И. Д. Борнеман-Старынкевич, в кн. Вопросы минералогии, геохимии и петрографии, М.—Л., 1946, стр. 262. <sup>7</sup> Н. М. Страхов, К. Ф. Родионова, Э. С. Залманзон, Тр. Геол. инст. АН СССР, в. 155, геол. сер. (1955). <sup>8</sup> Н. М. Страхов, Зап. Всесоюзн. минерал. общ., в. 2 (1957). <sup>9</sup> Н. И. Сургунов, Bull. Natur. de Moscou, p. s., **20** (1906). <sup>10</sup> А. И. Тугаринов, С. И. Рыжиков, Бюлл. Комисс. по определ. абс. возр. геол. формаций, в. 2 (1957). <sup>11</sup> Н. И. Хитаров, А. А. Москалюк, Сов. геол., сборн. 43 (1955). <sup>12</sup> А. Е. Ферсман, Геохимия, ч. 2, 1934. <sup>13</sup> Ф. В. Чухров, Изв. АН СССР, сер. геол., № 3 (1937).  
<sup>14</sup> W. Engelhardt, Chemie der Erde, **10**, 1936, S. 187. <sup>15</sup> V. M. Goldschmidt, Geochemistry, Oxford, 1954. <sup>16</sup> W. Noll, Chemie der Erde, **8**, H. 4, 1934, S. 507.





А. П. ЖУЗЕ, В. П. ПЕТЕЛИН и Г. Б. УДИНЦЕВ

К ВОПРОСУ О ПРОИСХОЖДЕНИИ ДИАТОМОВЫХ ИЛОВ  
С *ETHMODISCUS REX* (WALL.) HENDEY

(Представлено академиком Н. М. Страховым 6 X 1958)

В тропической зоне океанов распространены донные отложения, образованные почти исключительно створками диатомовой водоросли *Ethmodiscus rex* (Wallich) Hendey. В некоторых местах, как правило в пониженных ложа океана, мощность этмодискусовых отложений достигает 5—7 м. В составе этмодискусовых илов других органических остатков, например других видов диатомовых, радиолярий и т. д., крайне незначительно.

Роль диатомовой водоросли *Ethmodiscus rex* в осадкообразовании известна уже давно. Вместе с тем известно, что в тропическом планктоне *ethmodiscus rex* встречается редко. Так возникла проблема происхождения этмодискусовых илов, интересующая широкий круг специалистов океанологов.

*Ethmodiscus rex* (Wallich) Hendey — это современный океанический вид тропической зоны океанов. По данным Макхью (10), он встречается круглогодично у берегов Калифорнии, в районах, где проходит холодное Калифорнийское течение. По данным Г. И. Семиной (2), этмодискус встречается в планктоне западной части Тихого океана до 42° с. ш. в планктоне центральной части этого океана до 30° с. ш.

Специальные поиски этмодискуса в планктоне Тихого океана в сборах английской экспедиции на «Челленджера» (1951—1952 гг.) производили в районе Марианского глубоководного желоба Уайзман и Хенди (12); в сборах шведской экспедиции на «Альбатросе» (1947—1948 гг.) такие поиски, по указаниям Кольбе (8), производил Аррениус.

Как предполагает Хенди (4), первое упоминание о массовых скоплениях этмодискуса в планктоне Бенгальского залива принадлежит Валлиху. Карстен (5) неоднократно указывал на присутствие этмодискуса в планктоне Индийского океана, основываясь на сборах «Вальдивии» (1898—1899 гг.). Карстен предполагал, что этмодискус населяет глубокие слои воды, лежащие ниже эвфотической зоны. При обычных сборах планктона эти слои не блавливаются, в чем Карстен видел причину редких находок этмодискуса в сборах планктона. Этмодискус не был обнаружен Кольбе в 9-месячных сборах планктона в районе Кокосовых островов (8). Карстену принадлежит также указание на распространение этмодискуса в планктоне Атлантического океана.

Приведенными данными, по существу, ограничиваются все сведения о распространении этмодискуса в планктоне Мирового океана. Более многочисленны сведения о распространении этмодискусовых илов (рис. 1).

Впервые донные отложения, образованные почти исключительно обломками створок этмодискуса, были обнаружены Манном во время плавания на «Альбатросе» в 1888—1904 гг. (9). Он писал, что указанный тип донных осадков широко распространен в Тихом океане между Марианскими и Филиппинскими островами. Позднее в этом же районе Тихого океана этмодискусовые илы изучались Ханзава (3). Ридель (11) описал этмодискусовый ил по сборам «Челленджера» (1872—1876 гг.) для района Марианского же-

лоба. Донные отложения этого желоба по сборам экспедиции на «Челленджер» (1951—1952 гг.) изучались Уайзманом и Хенди<sup>(12)</sup>, обнаружившие чистые этмодискусовые илы в пробе с глубины 10 505 м. Этим исследованиям принадлежит первая попытка собрать все данные по распространению этмодискуса в планктоне и в донных отложениях Тихого океана.

Экспедицией Института океанологии АН СССР на «Витязе» в 25-м рейсе (1957 г.) и в 27-м рейсе (1958 г.) были взяты в западной части Тихого океана 9 проб этмодискусовых илов. Эти илы в некоторых случаях (станция № 3728) целиком слагают колонку, в других случаях составляют толщу

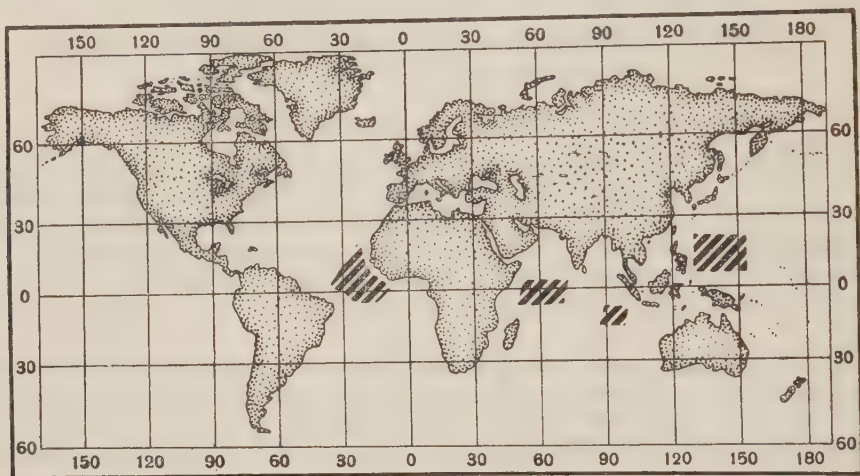


Рис. 1. Распределение диатомовых илов, образованных *Ethmodiscus rex* (Wall.) Hendeу, по данным Манн (1907 г.), Ханзава (1933 г.), Уайзман и Хенди (1953 г.), Ридель (1954 г.) и сборов экспедиционного судна «Витязь» (1957 г.)

ее верхнюю часть или же образуют прослой различной мощности в толще красной глины или известковых осадков. В колонках, взятых на станциях №№ 3727, 3728 (Филиппинская котловина), № 4000 (желоб Яп) и № 4001 (Марианский желоб), мощность этмодискусовых илов достигает 1,3—4,9 м.

По данным Кольбе<sup>(6-8)</sup>, участие этмодискуса в образовании донных отложений типично для тропической зоны всех океанов. По его сведениям мощность этмодискусовых илов в некоторых районах Атлантического и Индийского океанов достигает 6—7 м.

Данные о сравнительной малочисленности этмодискуса в составе планктона, не соответствующей важной роли этого вида в образовании осадков, послужили основанием для предположений о причинах такого расхождения. Ридель склонен считать<sup>(11)</sup>, что этмодискусовые илы являются переотложенными, а их образование происходило в третичное время. Он основывает свое предположение на том, что в осадках Марианского желоба (станция № 225 экспедиции на «Челленджере» 1872—1876 гг., 11° 24' с. ш., 143° 16' в. д.) одновременно с обломками этмодискуса встречены радиолярии среднего возраста. Свой вывод Ридель формулирует следующим образом: «Скопления этмодискуса в осадках не являются результатом современной жизни данного вида в Тихом океане».

Уайзман и Хенди<sup>(12)</sup> не приходят к какому-либо определенному выводу о происхождении этого типа осадков, однако не высказываются и в пользу переотложения этмодискуса. По Хенди, частое отсутствие этмодискуса в сборах планктона может быть объяснено тем, что развитие данного вида в планктоне совершается, вероятно, весьма стремительно, на чрезвычайно коротком отрезке времени. Вууд<sup>(13)</sup>, в связи с его новыми взглядами на возможность жизни диатомовых на больших глубинах при давлении 1000 атм. и гетеротрофном питании, склонен считать этмодискусовые илы имеющими автохтонное происхождение.



По Кольбе (<sup>8</sup>), исключительная роль этмодискус в образовании осадков объясняется хорошей сохранностью панциря этого вида. Существенную роль в накоплении этмодискусковых илов играет удельный вес обломков панциря этмодискус и рельеф дна океана. Кольбе формулирует свои взгляды следующим образом: «Сложные связи между течением, рельефом дна океана, размерами и формой откладывающихся частиц приводят к тому, что накопление частиц, обладающих определенными свойствами, происходит на ограниченной площади» (<sup>8</sup>).

По мнению авторов настоящей статьи, вопрос о происхождении этмодискусковых илов следует разделять на два. Это, во-первых, вопрос о причине того большого значения, которое панцири этмодискус имеют в образовании донных осадков по сравнению с другими диатомовыми. Во-вторых, это вопрос о причине неравномерности распределения этмодискусковых илов на дне океана.

Решая вопрос о причине столь значительного преобладания этмодискус в составе донных отложений над другими компонентами, мы, прежде всего, должны отметить значение исключительных размеров панциря этого вида. Измерения, произведенные нами, показывают, что диаметр створок этмодискус колеблется от 300 до 1800  $\mu$ . Высота панциря примерно равна диаметру створки, но чаще несколько превышает его. Объем панциря этмодискус, имеющего примерно цилиндрическую форму, составляет 0,02—3,8 мм<sup>3</sup>. Размеры панциря обычных тропических видов диатомовых — таких, как *Coscinodiscus nodulifer* или *Planktoniella sol*, — равны в среднем 50  $\mu$ , а их объем — 0,0001 мм<sup>3</sup>. Понятно, что благодаря своему значительному объему панцири этмодискус должны играть большую роль в накоплении массы донных отложений, нежели другие виды диатомовых.

Следующим важным обстоятельством является хорошая сохранность панциря этмодискус. Сопоставление панцирей из проб планктона с панцирями из пробы ила с глубин порядка 5500 м и более свидетельствует о том, что эти панцири за время падения в толще воды почти не растворяются.

Наконец, этмодискус как океанический вид развивается круглогодично и поэтому постоянно поставляет свои панцири в качестве исходного материала для образования осадка. Известно, что хорошая сохранность океанических диатомовых способствует накоплению диатомовых илов даже в окраинных водоемах с интенсивным поступлением терригенного материала (Охотское и Берингово моря) (<sup>1</sup>). Принимая во внимание, что этмодискус развивается в планктоне круглогодично, следует допустить, что его суммарная роль в накоплении осадка должна быть не ниже, а выше, чем у других диатомовых. Тот факт, что в планктоне этмодискус встречается в малом числе экземпляров, а в осадках накапливается в большом объеме, сам по себе еще не может служить основанием для предположения о переотложении и третичном возрасте этмодискусковых илов. Несовпадение роли некоторых диатомовых в планктоне и в осадках — явление весьма распространенное; оно скорее правило, а не исключение, касающееся только этмодискус. Например, абсолютная численность *Coscinodiscus marginatus* в планктоне Охотского и Берингова морей или численность *Actinocyclus valdiviae* в приантарктических районах Индийского океана явно кажется меньшей, по сравнению с массовым накоплением остатков этих видов в осадках.

Обращаясь к вопросу о причинах неравномерности распределения этмодискусковых илов на дне океана, мы вновь должны обратить внимание на исключительные размеры панциря этого вида диатомовых. Частицы таких размеров обладают высокой способностью к парению в толще воды, опускаются крайне медленно и поэтому особенно легко реагируют даже на малейшие движения воды в придонных слоях океанической толщи. Это должно вызывать преимущественный снос панцирей этмодискус с вершин подводных поднятий в понижения. Как уже отмечалось, мысль об этом высказывалась ранее Кольбе (<sup>8</sup>) в связи с локальным распространением этмодискусковых илов в Атлантическом и Индийском океанах.



Материалы, полученные в 25-м рейсе «Витязя» (1957 г.) в Филиппинской котловине Тихого океана, позволяют расширить представления о связях, существующих между локальным распространением этмодискусовых илов и рельефом дна океана. Рельеф дна Филиппинской котловины обладает сложным глыбовым расчленением. Относительно невысокие глыбовые поднятия с их плоскими, полого наклоненными вершинными поверхностями и крутыми, местами почти отвесными, склонами чередуются с участками ровного дна в понижениях, в которых залегают диатомовые илы. На поднятиях развиты типичные океанические красные глины, почти лишенные обломков диатомовых. Такая четкая картина смены типа осадков наблюдается даже при очень малых различиях в глубине — порядка 200—300 м.

Поверхность этмодискусовых илов в понижениях рельефа была почти жидкой. По своему внешнему виду эти илы напоминают жидкое аморфное стекло. На станциях № 3727 ( $12^{\circ}48'$  с. ш.,  $134^{\circ}29,9'$  в. д.) и № 3728 ( $12^{\circ}19,1'$  с. ш.,  $134^{\circ}46,0'$  в. д.) с помощью прибора ПТР-57 были получены пробы придонной воды нижнего слоя водной толщи мощностью 5,5 м. На станции № 3728 вся проба придонной воды представляла собой густую суспензию из створок этмодискус, способную течь, но вместе с тем достаточно концентрированную и постепенно переходящую в толщу этмодискусового ила. На станции № 3727 мощность слоя суспензии была около 0,5 м. Очевидно, створки этмодискус в силу своих больших размеров способны образовывать в придонном слое густые киселеобразные суспензии. Эти суспензии не только смываются даже слабыми придонными движениями воды, но и сами способны стекать с возвышений дна под действием силы тяжести и накапливаться у подножий этих возвышений, а также в понижениях их склонов. В качестве примера накопления этмодискусового ила в понижениях склонов можно привести пробу, взятую на станции № 3727 на склоне большого поднятия к северу от островов Палау.

Накопление в понижениях дна стекающей туда суспензии створок этмодискус является постоянным и общим процессом. Этот процесс, по-видимому, осложняется эпизодическим перемещением ранее осажденного материала суспензионными потоками. Возникающие на склонах подводных возвышенностей суспензионные потоки, проходя над понижениями склонов, взмучивают и вовлекают в движение уже отложенные там ранее рыхлые диатомовые осадки. Более легкий материал этих осадков может переноситься потоком на большие расстояния и откладываться в виде слоев значительной мощности, которые впоследствии перекрываются осадками другого типа (красная глина, известковые осадки). Признаки такого переотложения диатомовых илов, выраженные в виде вертикальной сортировки зерен материала по механическому составу, были обнаружены в некоторых колонках (например, на станции № 3678, к югу от Каролинских островов,  $3^{\circ}53,9'$  с. ш.,  $148^{\circ}06,4'$  в. д.). Постепенное накопление стекающих в понижения дна суспензий из створок диатомовых, а местами также переотложение диатомовых илов суспензионными потоками — оба эти процесса хорошо объясняют локальное распространение этмодискусовых илов.

Таким образом, есть все основания считать, что наблюдавшиеся в Тихом океане мощные накопления чистого этмодискусового ила образуются в современных условиях.

Институт океанологии  
Академии наук СССР

Поступило  
2 X 1958

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> А. П. Жузе, Тр. Инст. океанол., 22 (1957). <sup>2</sup> Г. И. Семина, ДАН, 124, № 6 (1959). <sup>3</sup> S. Hanzawa, Rec. Oceanogr. Work in Japan, 7 (1933). <sup>4</sup> N. J. Hendey, Nature, 181, № 4614 (1958). <sup>5</sup> G. Karsten, Wiss. Erg. Deutsch. Tiefsee-Exped. «Valdivia» 1898—1899, 2, 1907. <sup>6</sup> R. W. Kolbe, Rep. Swed. Deep-Sea Exped., 6, № 1 (1954). <sup>7</sup> R. W. Kolbe, ibid., 7, № 3 (1955). <sup>8</sup> R. W. Kolbe, ibid., 9, 1 (1957). <sup>9</sup> A. Mann, Contrib. U.S. Nat. Herbar., 10, 5 (1907). <sup>10</sup> I. L. McHugh, Deep-Sea Res., 1, № 4 (1954). <sup>11</sup> W. R. Riedel, ibid., 1, № 2 (1954). <sup>12</sup> I. D. Wieseman, N. J. Hendey, ibid., 1, № 1 (1953). <sup>13</sup> E. I. Wood, Pacific Sci., 10, № 4 (1956).

Е. А. РОМАНКЕВИЧ

**О СОСТАВЕ И РАСПРЕДЕЛЕНИИ РАСТИТЕЛЬНЫХ ПИГМЕНТОВ  
В ОТЛОЖЕНИЯХ СЕВЕРО-ЗАПАДНОЙ ЧАСТИ ТИХОГО ОКЕАНА  
К ВОСТОКУ ОТ КАМЧАТКИ**

(Представлено академиком С. И. Мироновым 4 XI 1958)

В настоящее время органические пигменты, захороненные в донных осадках, рассматриваются как источники порфиринов в нефтях. Порфинам придается большое значение в качестве индикатора исходного материала и температурных условий генезиса рассеянного в осадочных породах битуминозного вещества и нефти (<sup>1-3</sup>). Поэтому вопрос о качественном составе и распределении пигментов в донных осадках представляет несомненный интерес (<sup>4</sup>). Вместе с тем, данные по распределению пигментов в поверхностном слое и колонках отложений позволяют осветить вопрос об источнике органического вещества в осадках, а также об изменении битумов в толще отложений. Кроме того, содержание в осадках хлорофиллоподобных продуктов указывает на количество легко усвояемой пищи, в том числе витаминов А и С, для донной фауны. О присутствии хлорофиллоподобных пигментов в морских осадках много раз сообщалось на основании изучения спектров спиртовых или ацетоновых экстрактов (<sup>5-8</sup>). Изучение растительных пигментов в осадках северо-западной части Тихого океана было начато автором в экспедиции Института океанологии АН СССР на судне «Витязь» в 1955 г. и продолжено в лабораториях Кафедры геологии и геохимии горючих ископаемых Московского государственного университета и Всесоюзного научно-исследовательского геолого-разведочного нефтяного института.

Пигменты извлекались из 30—1000 г осадков естественной влажности наиболее активными растворителями этих веществ — ацетоном и спиртоацетоном. Количество хлорофилла и феофитина определялось без разделения на универсальном фотометре. Для определения качественного состава пигментов и содержания каротина был использован метод хроматографии на бумаге. Содержание каротина определялось в его максимуме поглощения на регистрирующем спектрофотометре СФ-2М. Расчет содержания произ-

водился по формуле:  $C = \frac{\lg \frac{I_0}{I} V \cdot k \cdot 10^5}{E l b}$ , где  $C$  — концентрация каротина (в мг на 100 г сухого осадка),  $\lg \frac{I_0}{I}$  — оптическая плотность при 452 мμ,  $V$  — объем раствора каротина после хроматографического разделения (в л),  $k$  — коэффициент пересчета на полный объем вытяжки,  $E$  — коэффициент экстинкции = 258,  $l$  — толщина слоя испытуемого раствора (в см),  $b$  — навеска сухого осадка (в г).

Всего было сделано 66 количественных определений хлорофилла и каротина.

Высушивание только что полученных проб осадков при температуре 70—100° приводит к разрушению хлорофиллоподобных веществ. Это сопровождается исчезновением розового и красного цвета люминесценции, а

также полос поглощения в красной части спектра. Нагревание осадков при температуре от 50 до 70° вызывает менее резко выраженное изменение хлорофилла и феофитина. Процесс распада хлорофилла и его производных не сопровождается образованием порфиринов.

В поверхностном слое осадков исследованного района были обнаружены следующие пигменты: хлорофиллы а, d, феофитин (по-видимому, феофитин а), каротин, лютеин, фукоксантол. Все эти пигменты, за исключением феофитина, который в живых организмах не встречается, являются характерными представителями пигментной системы диатомовых водорослей. Это еще раз подтверждает выдающуюся роль диатомовых в образовании органического

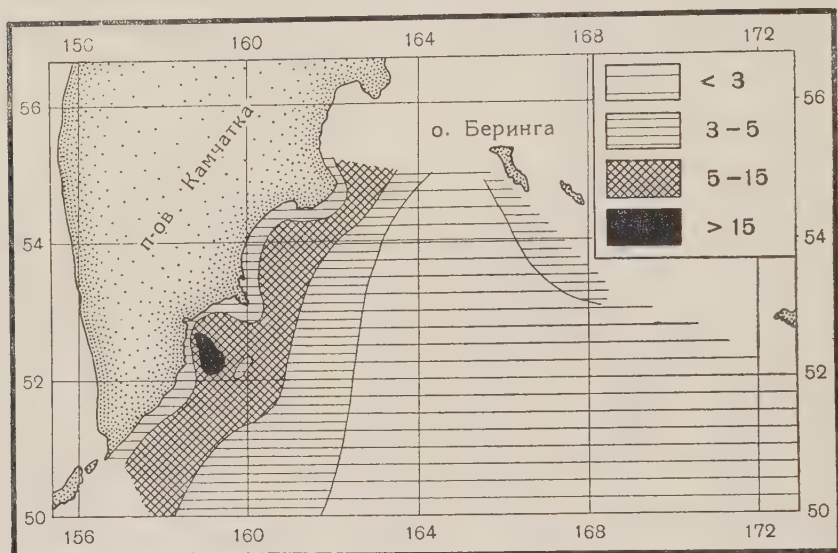


Рис. 1. Распределение хлорофилла (феофитина) в осадках северо-западной части Тихого океана к востоку от Камчатки (в мг на 100 г осадка)

вещества донных отложений рассматриваемого района. Неизменный хлорофилл во всех без исключения исследованных пробах осадков, взятых с глубин от 130 до 7700 м, содержится в резко подчиненном количестве по сравнению с продуктом первой стадии окисления — феофитином. В исследованных колонках океанических отложений неизменный хлорофилл отсутствует. Преобладание феофитина в донных отложениях указывает на окисление органического вещества во время оседания на дно, а также в самих осадках.

Содержание хлорофилла и феофитина в верхнем слое осадков колеблется от 0,62 до 30,47 мг, а каротина от 0,005 до 0,80 мг на 100 г сухого осадка. В пределах отдельных крупных форм рельефа дна имеет место прямая зависимость между количеством этих пигментов и содержанием в осадках пелитовой фракции. Это отражается на характере площадного распределения феофитина и каротина. Однако определяющим фактором в данном случае является количественное распределение биомассы фитопланктона.

При рассмотрении карты площадного распределения феофитина в осадках (рис. 1) видно, что наиболее высокие концентрации пигментов наблюдаются в тонкозернистых илах, развитых на материковом склоне сравнительно недалеко от берега (глубины 500—4200 м). Здесь алевроитово-глинистые и мелкоалевритовые илы содержат феофитин в количестве от 10,3 до 30,47 мг и каротин — от 0,18 до 0,80 мг на 100 г сухого осадка. В области материковой отмели (глубины 30—200 м) содержание пигментов также относительно высоко. Здесь даже мелкие пески, по данным четырех анали-



зов, содержат от 4,83 до 7,54 мг фесфитина на 100 г осадка. При переходе от осадков материкового склона в область дна Курило-Камчатской и Алеутской глубоководных впадин (глубины 6760—7500 м) и ложа океана (глубины 4600—5600 м) содержание фесфитина и каротина в отложениях всех типов постепенно уменьшается вплоть до минимальных значений. Это связано с количественным обеднением в этом направлении фитопланктона — главного поставщика пигментов в осадки а, кроме того, с разрушением пигментов в многокилометровой толще воды, окислительной на всем ее разрезе. На ложе океана резко окислительная обстановка илов (Еh от +200 до 550 мв), медленная скорость их накопления и низкое содержание органического вещества (меньше 0,4%  $C_{орг}$ ) благоприятствуют более быстрому разрушению пигментов, чем в осадках материкового склона и глубоководных впадин.

Таблица 1  
Содержание феофитина в колонках донных отложений

	Слой от поверхности дна, см	Типы осадков по гранулометрическому составу	$C_{орг}$ , %	Хлорофилл (феофитин)	
				на сух. осадок, мг/100 г	на орган. веш., %
Станция № 3342, район стыка Курило-Камчатской и Алеутской впадин, 54° 42,0' с. ш. 164° 30,9' в. д.; глубина 4588 м	0—16	Алевритово-глинистый ил	0,57	2,05	0,20
	25—32	То же	0,31	1,13	0,20
	32—40	" "	—	0,83	—
	95—101	" "	0,59	0,63	0,06
	118—128	Глинистый ил	0,65	1,73	0,15
	140—147	То же	—	0,68	—
	205—211	Алевритово-глинистый ил	0,34	0,66	0,10
Станция № 3359, юго-западный склон Алеутской впадины, 51° 21,4' с. ш., 172° 14,1' в. д.; глубина 4880 м	0—10	Алевритово-глинистый ил	0,57	1,36	0,13
	21—28	То же	0,44	0,38	0,05
	62—70	Глинистый ил	0,51	0,35	0,04
	108—114	То же	0,85	4,32	0,28
	127—135	" "	0,79	1,65	0,11
	200—212	" "	0,67	0,92	0,08
	262—269	Алевритово-глинистый ил	0,59	0,88	0,08
Станция № 3401, внешний склон Курило-Камчатской впадины, 51° 45,1' с. ш., 161° 50,8' в. д.; глубина 5532 м	0—22	Глинистый ил	0,78	4,86	0,36
	30—40	То же	—	3,34	—
	54—60	" "	0,71	1,89	0,15
	75—90	Алевритово-глинистый ил	—	2,56	—
	122—140	Глинистый ил	—	1,01	—
	202—217	Алевритово-глинистый ил	0,46	0,37	0,04
Станция № 3378, ложе океана, 50° 53,2' с. ш., 162° 24,7' в. д.; глубина 5461 м	2—10	Глинистый ил	0,25	3,00	0,67
	48—56	То же	0,47	2,73	0,32
	64—72	" "	0,47	2,14	0,25
	112—120	Алевритово-глинистый ил	—	0,84	—
	158—167	Глинистый ил	0,87	2,14	0,14
	167—175	То же	0,68	1,05	0,09
	198—206	" "	0,45	0,56	0,07
	245—253	" "	0,43	0,40	0,05
	304—310	Алевритово-глинистый ил	0,35	0,14	0,02
Станция № 3340, дно Алеутской впадины, 53° 53,2' с. ш., 166° 55,1' в. д.; глубина 6762 м	5—24	Алевритово-глинистый ил	—	3,67	—
	116—124	Мелкий песок	—	0,33	—
	160—168	Глинистый ил	—	5,00	—
	218—224	То же	—	2,01	—
Станция № 3388, дно Курило-Камчатской впадины, 51° 52,2' с. ш., 161° 11,8' в. д.; глубина 7519 м	0—18	Алевритово-глинистый ил	0,77	3,64	0,26
	28—32	Глинистый ил	0,93	6,70	0,40
	98—106	То же	1,65	8,05	0,42
	166—170	Алевритово-глинистый ил	1,46	8,30	0,46

Между распределением в осадках пигментов и органического вещества ( $C_{орг}$ ) имеется различие, которое выражается в тяготении феофитина и каротина к нижней части материковой отмели и верхней части материкового склона, тогда как наиболее высокие концентрации  $C_{орг}$  в осадках (до 1,5 %) приурочены к нижней части материкового склона и максимальным глубинам океанических впадин. В составе органического вещества наибольшее содержание феофитина имеет место в мелких песках верхней части материкового склона (в среднем 1,06 %) и в мелких песках отмели (в среднем 0,99), которые содержат также наибольшее количество каротина (в среднем 0,047 %). По мере перехода от мелких песков к алевроитовым и глинистым илам, в данном случае параллельно с увеличением глубины океана, феофитин и каротин составляют все меньший процент от органического вещества. Причина этого заключается в разрушении пигментов во время следования на дно и хорошо согласуется с тем, что в осадках глубоководных впадин и на ложе океана накапливаются более стойкие гуминовые и остаточные органические вещества (<sup>9</sup>).

Данные по содержанию феофитина в колонках донных отложений приведены в табл. 1.

При рассмотрении табл. 1 видно, что в большинстве колонок количество феофитина к низу уменьшается — как в расчете на сухой осадок, так и на органическое вещество. Наиболее резко это выражено в колонке с ложа океана (станция № 3378), в которой окисленный слой имеет мощность около 1,5 м. Вместе с тем, постепенное снижение количества феофитина с глубиной нарушается в пределах горизонта, соответствующего последней межледниковой эпохе и в целом обогащенного органическим веществом (<sup>9, 10</sup>). Например, на станции № 3359 в пределах этого горизонта, залегающего здесь на глубине примерно от 80 до 170 см, количество феофитина в 3 раза выше, чем в поверхностном слое. Вышеописанный характер распределения феофитина по вертикали, с одной стороны, указывает на идущий с глубиной распад феофитина, а с другой — отражает увеличение в последнюю межледниковую эпоху продукции фитопланктона, вследствие более благоприятных для жизни водорослей климатических условий.

На дне Курило-Камчатской впадины горизонт межледниковых отложений не был пройден. Окислительный слой здесь имеет небольшую мощность (0—0,1 м), а содержание феофитина с глубиной увеличивается (станция № 3388). Причина этого заключается в большем поступлении в прошлом хлорофиллосодержащего органического детрита в осадки, а также в его лучшей сохранности в восстановительных условиях илов на дне глубоководных океанических впадин.

Таким образом, среда осадков оказывает решающее влияние на сохранение пигментов. В том случае, когда окислительные условия существуют во время отложения 1,5—2 м осадков, феофитин может переходить в ископаемое состояние лишь в небольшом количестве по сравнению с его первоначальным содержанием в поверхностном слое донных отложений.

Институт океанологии  
Академии наук СССР

поступило  
4 XI 1958

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> О. А. Радченко, Л. С. Шешина, ДАН, 105, № 6 (1955). <sup>2</sup> H. N. Dunning, J. W. Moore, A. T. Myers, Ind. and Eng. Chem., 46, 2000 (1954). <sup>3</sup> P. A. Skinner, Ind. and Eng. Chem., 44, 1159 (1952). <sup>4</sup> W. L. Orr, K. O. Emery, J. R. Grady, Bull. Am. Ass. Petrol. Geol., 42, № 5 (1958). <sup>5</sup> Д. М. Раузер-Черноусова, Бюлл. МОИП, отд. геол., 8, № 3—4 (1930). <sup>6</sup> Л. А. Ястребова, Тр. ВНИРО, 5, 189 (1938). <sup>7</sup> D. L. Fox, D. M. Updegraff, G. D. Novelli, Arch. Biochem., 5 (1944). <sup>8</sup> П. Л. Безруков, А. П. Лисицын, Тр. Комисс. изуч. четверт. периода, 13, 377 (1957). <sup>9</sup> Е. А. Романкевич, Диссертация, М., 1958. <sup>10</sup> Е. А. Романкевич, ДАН, 116, № 3 (1957).

Г. И. СЕМИНА

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ДИАТОМОВОЙ ВОДОРΟΣЛИ  
*ETHMODISCUS REX* (WALL.) HENDEY В ПЛАНКТОНЕ

(Представлено академиком Н. М. Страховым 6 X 1958)

В поверхностном слое осадков тропической зоны океанов иногда наблюдаются большие скопления планктонной диатомовой водоросли *Ethmodiscus rex*. Эти этмодисковые илы найдены на ограниченных участках дна Атлантического, Тихого и Индийского океанов. Причины, способствующие их образованию, до сих пор вызывают разногласия среди геологов (<sup>1, 2, 6-9, 11</sup>).

Данных о распространении *E. rex* в планктоне очень немного (<sup>3-5, 10</sup>). Большинство исследователей, детально в течение многих лет изучавших диатомовый планктон тропической области Атлантического, Тихого и Индийского океанов (Шредер, Гентшель, Клеве, Айкава, Капп, Марумо и др.), ни разу не упоминают *E. rex*. Иногда, обнаружив этот вид в большом количестве в осадках, исследователи делали в этих районах специальные ловы планктона, но и тогда не находили этой диатомеи (см., например (<sup>8, 11</sup>)). Эти факты частично объясняются тем, что количество *E. rex* в планктоне очень мало. Действительно, известен всего один-единственный случай значительного развития *E. rex* в планктоне Бенгальского залива (цит. по (<sup>3</sup>)), но абсолютные цифры численности автором не были приведены.

Хотя количество *E. rex* в планктоне очень мало, он, однако, вовсе не такой редкий вид, как принято было думать (см. ниже). Впечатление о его большой редкости в планктоне основано на том, что обычные методы сбора и обработки проб фитопланктона ограничиваются сравнительно небольшими объемами воды.

Наши наблюдения в Тихом океане на «Витязе» показали, что для ловли редких видов (имеющих крупные размеры клеток, каким является *E. rex*) необходимо пользоваться сетями, фильтрующими значительные объемы воды. Количественный учет *E. rex* может быть произведен только при условии подсчета клеток во всей пробе.

Для настоящего сообщения мною использованы результаты обработки сборов планктона в пяти рейсах «Витязя» в западную и центральную части Тихого океана. Сборы производились в мае 1955 г., июле — сентябре 1957 г., сентябре — октябре 1955 г., ноябре 1957 г. — феврале 1958 г., марте — июне 1958 г. Количественный учет *E. rex* был произведен на 150 станциях (около 400 проб). Часть материала была обработана И. А. Тарховой. Пользуюсь случаем выразить ей свою благодарность. Для соответствующей характеристики Индийского океана мною привлечены данные К. В. Беклемишева, относящиеся к концу апреля — началу мая 1957 г. (отчет II Морской Антарктической экспедиции.)

Сборы планктона были сделаны сетями Джеди с диаметром входного отверстия 80 или 37 см, мельничное сито № 38. (Наиболее удобна сеть с диаметром 80 см.) Ловы осуществлялись по слоям: 0—25, 25—50, 50—100, 100—200, 200—500 м. Счет клеток производился во всей пробе в камере Богорова под бинокулярной лупой (увел. 2 × 8).

Диаметр створки *E. rex* колебался от 0,20 до 1,10 мм, высота клетки по перальварной оси — от 0,20 до 1,15 мм (эти цифры получены на основании измерения 265 клеток). Число пор (в 10 μ) у края створки равно 4—5, в центре створки 3, на пояске 3—5. На створке заметны трубковидные образования, которыми этот вид хорошо отличается от *E. gazelle* (<sup>8</sup>).



*E. geh* — океанический тропический вид (рис. 1). По моим наблюдениям, самая северная точка его нахождения в западной части Тихого океана в летне-осеннее время это  $41^{\circ}03'$  с. ш.,  $142^{\circ}38'$  в. д. Самая южная точка нахождения *E. geh* в центральной части Тихого океана в январе была расположена на  $32^{\circ}$  ю. ш.,  $174^{\circ}$  з. д. В восточной части Тихого океана, у берегов Калифорнии, Макхью (<sup>10</sup>) находил этот вид в пределах всего района

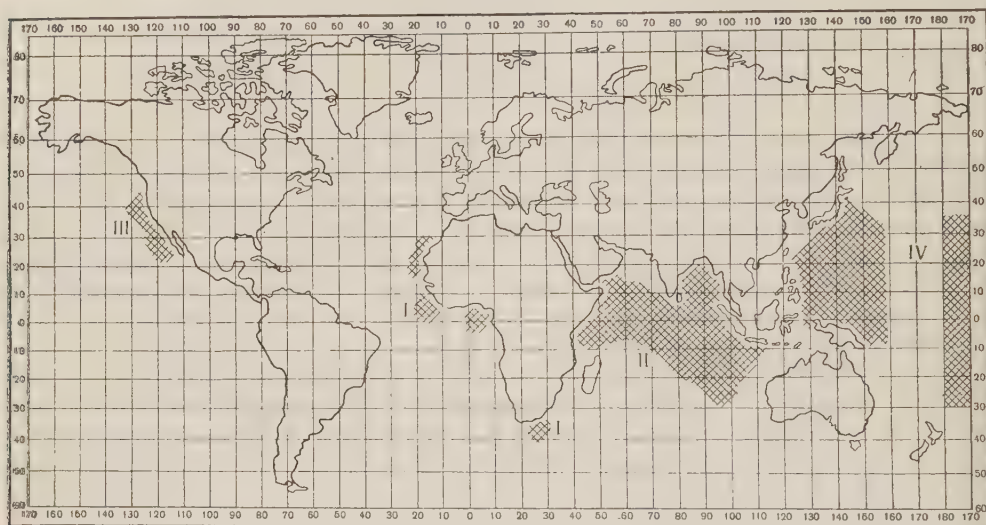


Рис. 1. Районы, в которых найден *Ethmodiscus geh* в планктоне. I — по данным Карстена (<sup>4</sup>), II — по данным Валиха (см. (<sup>3</sup>)), Карстена (<sup>5</sup>) и К. В. Беклемишева. III — по данным Макхью (<sup>10</sup>), IV — собственные данные

работ, вплоть до  $46^{\circ}15'$  с. ш. В Индийском океане Карстен (<sup>5</sup>) обнаружил *E. geh* от  $13^{\circ}$  с. ш.,  $47^{\circ}10'$  в. д. до  $10^{\circ}8'$  ю. ш.,  $97^{\circ}14'$  в. д., а К. В. Беклемишев от  $14^{\circ}48'$  с. ш. до  $25^{\circ}28'$  ю. ш. (по меридиану Калькутты). У южной Африки Карстен нашел *E. geh* на  $34^{\circ}31'$  ю. ш.,  $26^{\circ}$  в. д., а в восточной Атлантике (<sup>4</sup>) находил *E. geh* в районе от экватора до  $24^{\circ}43'$  с. ш.

В Тихом океане, по моим данным, *E. geh* встречается при температуре от  $18,6$  до  $29,2^{\circ}$  и солености от  $34$  до  $35,7\text{‰}$ . Эта диатомея встречается во все сезоны года, в которые были проведены наблюдения. Сезонных максимумов численности мною замечено не было. У берегов Калифорнии Макхью (<sup>10</sup>) также не нашел заметных колебаний численности.

В наших сборах *E. geh* встречался довольно часто (он найден на 111 станциях из 150 обработанных). Число клеток, однако, очень мало. Максимальное число клеток, наблюдавшееся в лове на глубине  $0-25$  м на  $8^{\circ}11'$  с. ш.,  $146^{\circ}53'$  в. д., было равно всего 6 клеткам в  $1\text{ м}^3$ . Общее число клеток на этой наиболее богатой станции (под  $1\text{ м}^2$  в слое  $0-100$  м) равнялось 200. Обычно численность вида еще меньше. Так, в центральной части Тихого океана максимальная численность (на  $8^{\circ}36'$  ю. ш.,  $173^{\circ}$  з. д.) была равна 1,8 клетки в  $1\text{ м}^3$ , в слое  $0-100$  м она составила 90 клеток под  $1\text{ м}^2$ . На большинстве станций численность *E. geh* еще меньше. Западная часть Тихого океана (к западу от  $150^{\circ}$  в. д.), где найдены этмодисковые илы, не намного более богата, чем разрез I (по  $154^{\circ}$  в. д.) и разрез II (по  $174^{\circ}$  з. д.), где эти илы не найдены. Если в западной части на 6 станциях численность равнялась почти 1 клетке в  $1\text{ м}^3$ , а численность 0,5 клетки в  $1\text{ м}^3$  наблюдалась нередко, то на I и II разрезах такие цифры более редки и численность *E. geh*, как правило, меньше 0,5 клетки в  $1\text{ м}^3$ .

У берегов Калифорнии количество *E. geh* также очень мало: максимум 7,4 клетки под  $1\text{ м}^2$ , в слое  $0-70$  м.

Рассмотрим распределение *E. гех* на I и II разрезах (рис. 2 и 3). Чаще всего и в наиболее заметных количествах на обоих разрезах этот вид встречался в северопассатном течении, а на II разрезе, кроме того, в южнопас-

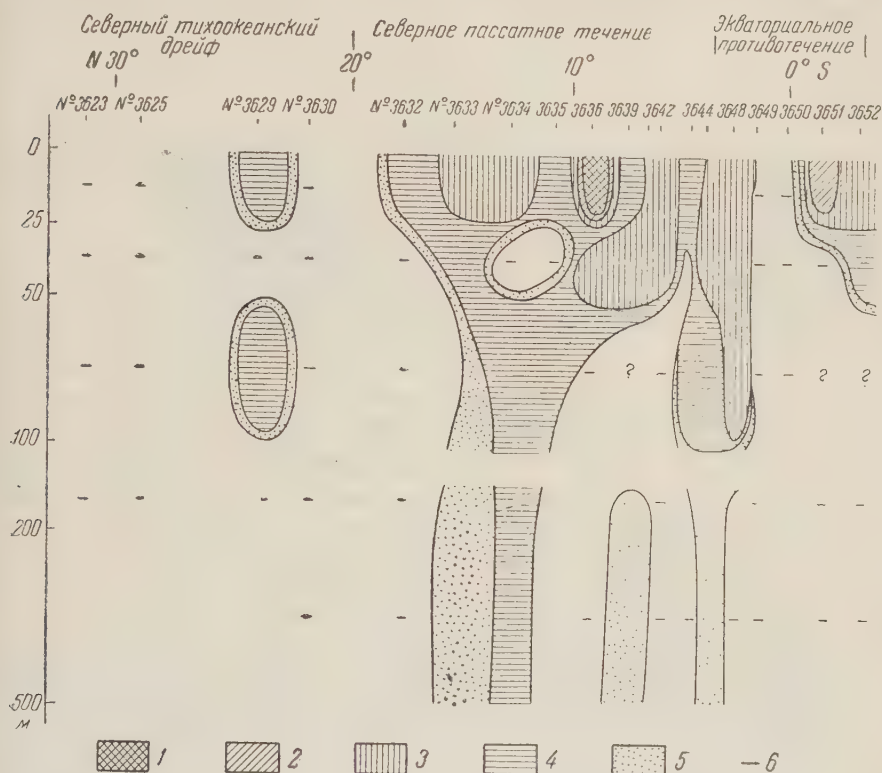


Рис. 2. Вертикальное распределение *Ethmodiscus geh* в Тихом океане на I разрезе (по 154° в. д.). 1 — больше 1 клетки в 1 м<sup>3</sup>, 2 — от 1 до 0,5, 3 — от 0,5 до 0,1, 4 — от 0,1 до 0,04, 5 — от 0,04 до 0,01 клетки в 1 м<sup>3</sup>, 6 — *E. гех* не найден

сатном течении и в северном тихоокеанском дрейфе. Изредка и в небольших количествах этот вид встречался на обоих разрезах в районе экваториального противотечения. На I разрезе очень бедным является также район северного тихоокеанского дрейфа, а на II разрезе — район южного пассатного дрейфа.

По вопросу о вертикальном распределении *E. гех* известна только одна работа Карстена (5), страдающая, к тому же, тем недостатком, что оценки численности этого вида сделаны субъективно («много» и т. п.), и при этом данные приведены лишь для небольшого числа ловов. Автор, тем не менее, делает вывод, что *E. гех* принадлежит к так называемой «теневого флоры» и развивается преимущественно в слое 150—200 м.

На основании работы Карстена было высказано (3) предположение, что планктонологи обычно не облавливают того слоя, в котором находятся главные скопления этой водоросли.

Мои наблюдениями опровергается это предположение. Как видно на рис. 2, *E. гех* в Тихом океане встречается от поверхности до глубины 500 м. Максимум численности его находится в поверхностном слое 0—25 и 25—50 м (рис. 2 и 3). С глубиной количество диатомей обычно уменьшается, особенно заметно со 100 м. Так, если в слое 0—50 м находится до 1,75 клетки в 1 м<sup>3</sup>, то в слое 50—100 м максимум численности равен 0,20 клетки в 1 м<sup>3</sup>. В слое 100—500 м находится не более 0,08 клетки в 1 м<sup>3</sup>. Ненди (5) считает возможным объяснить скопления *E. гех* в осадках кратко-

временными вспышками обильного развития этого вида в планктоне. Это предположение основано на наблюдениях Валлиха (см. (3)), который нашел большое количество *E. geh* в Бенгальском заливе в 1851 и 1857 гг. Как говорилось выше, абсолютные цифры численности этим автором не приведены. В 1957 г. К. В. Беклемишев в Бенгальском заливе не нашел

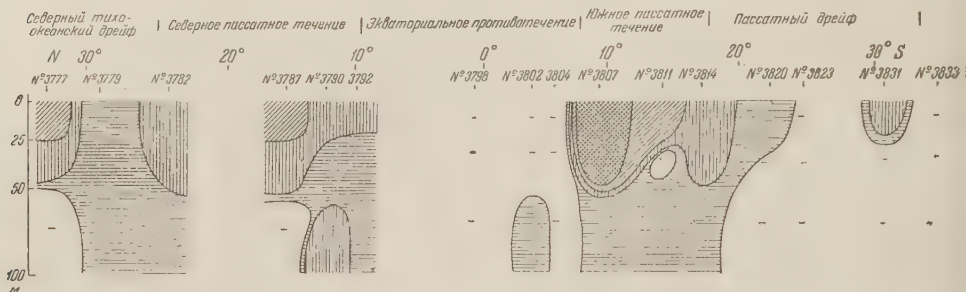


Рис. 3. Вертикальное распределение *Ethmodiscus geh* в Тихом океане на II разрезе (по 174° з. д.). Обозначения те же, что на рис. 2

большого количества *E. geh*. За сто лет, прошедших со времени наблюдений Валлиха, никто никогда не заметил сильного развития этой диатомеи в планктоне. Остается только предположить, что вспышки в развитии этого вида бывают на ограниченных пространствах, в течение очень короткого времени и не каждый год, а следовательно, не могут оказывать влияния на формирование илов. Подтвердить или опровергнуть это предположение могут дальнейшие интенсивные исследования.

Несмотря на то, что в планктоне количество клеток *E. geh* обычно меньше, чем количество клеток всех других диатомей (хорошо сохраняющихся в осадках), площадь панцирей *E. geh* часто превышает площадь панцирей более мелких форм вместе взятых. Так, например, на II разрезе (в центральной части Тихого океана) на 6 планктонных станциях из 13 площадь панцирей *E. geh* была больше суммарной площади других диатомей, хорошо сохраняющихся в осадках.

В настоящее время мы еще не располагаем подобным материалом из района этмодисковых илов. Возможно, что в этих районах уже в планктоне имеется стойкое преобладание площади панцирей *E. geh* над площадями панцирей всех других диатомей, хорошо сохраняющихся в осадках, чем и объясняются локальные скопления в осадках *E. geh*.

Вполне возможно также, что локальность в распределении этмодисковых илов не связана с жизнью самой водоросли, а зависит от процессов абиотических (вроде подводных течений, суспензионных потоков, мелких впадин на дне и т. п. — подробнее см. (1, 3, 8)). Окончательно решить вопрос о причинах, вызывающих образование илов, можно будет после дальнейшей количественной обработки сборов фитопланктона из тропической области, в том числе и из районов этмодисковых илов, при этом необходимо применение методик сборов и обработки, о которых говорилось в начале статьи.

Институт океанологии  
Академии наук СССР

Поступило  
2 X 1958

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> А. П. Жузе, В. П. Петелин, Г. Б. Удинцев, ДАН, **124**, № 6 (1958). <sup>2</sup> S. Han-za-wa, Rec. Oceanogr. Workin Japan, **7**, 37 (1933). <sup>3</sup> N. J. Hendey, Nature, **181**, № 4614 (1958). <sup>4</sup> G. Karsten, Wiss. Erg. Deutsch. Tiefsee-Exped. «Valdivia» 1898—1899, **2**, Teil 2, Lief. 2, 1906. <sup>5</sup> G. Karsten, ibid., Lief. 3 (1907). <sup>6</sup> R. W. Kolbe, Rep. Swed. Deep-Sea Exped., **6**, № 1 (1954). <sup>7</sup> R. W. Kolbe, ibid., **7**, № 3 (1955). <sup>8</sup> R. W. Kolbe, ibid., **9**, № 1 (1957). <sup>9</sup> A. Mann, Contrib. US Nat. Herbar., **10**, 221 (1907). <sup>10</sup> I. L. Mugh, Deep Sea Res., **1**, № 4, 216 (1954). <sup>11</sup> I. D. H. Wieseman, N. J. Hendey, ibid., **1**, № 1, 47 (1953).



М. Н. КОРОЛЕВА

**НОВЫЕ РОДЫ ТРИЛОБИТОВ  
ИЗ СРЕДНЕГО И ВЕРХНЕГО ОРДОВИКА СЕВЕРНОГО КАЗАХСТАНА**

(Представлено академиком Д. В. Наливкиным 18 VII 1958)

В результате геологоразведочных работ Степной экспедиции Министерства геологии и охраны недр (главный геолог И. Д. Рогозин) и геологосъемочных работ, которые ведутся на территории Северного Казахстана группой геологов под руководством Е. Д. Шлыгина, накоплен многочисленный интересный палеонтологический материал, характеризующий ордовикские отложения этого района.

При изучении трилобитов из этих пород автору удалось описать новое подсемейство и три новых рода, диагнозы которых и приведены ниже.

Сем. *TRINUCLEIDAE* Emmrich, 1839 (*Cryptolithidae* Angelin)

Род *Collis* Koroleva gen. n.

Генотип. *Collis parvulus* Koroleva gen. et sp. n. (рис. 2 и 4 б).

Диагноз. Очень маленький трилобит с широким, круто перегнутым в продольном направлении, головным щитом. Глабель сильно вздутая (холмовидная), занимает основную часть головного щита и сильно расширяется к переднему краю, где достигает почти половины всей ширины головного щита. Центральная часть глабели, примерно у перегиба, оттянута конусообразно наружу. Близ заднего края по бокам глабели расположены сравнительно глубокие продольные ямки. Затылочное кольцо широкое. Неподвижные щеки узкие, покатые к бокам. Свободные щеки выпуклые, особенно у заднего края. Глаза расположены у самого перегиба головного щита, по бокам глабели. Поверхность панциря покрыта мельчайшими, едва видимыми бугорками. Два более крупных бугорка расположены на предглабельном поле впереди глабели. Туловище и хвост неизвестны.

Замечания. По-видимому, род *Collis* gen. n. следует относить к сем. *Trinucleidae* Emmrich, с которым он имеет много общих черт. Это семейство включает следующие роды: *Cryptolithus* Green, *Trinucleus* Murchison, *Tretaspis* M'Coy, *Trinucleides* Raymond, *Reedolithus* Bancroft.

Все перечисленные роды имеют выпуклую, часто оттянутую вверх глабель (особенно это ярко выражено у *Reedolithus carinatus* Angelin, иногда круто изогнутые щеки и маленькие глаза, посаженные на их перегибе. Эти общие признаки в головных щитах четко выражены и на наших экземплярах, но отличием от всех перечисленных родов служит отсутствие лимба, вместо которого имеется предглабельное поле, покатое вперед, с двумя бугорками. Кроме того, у новых представителей глаза посажены очень близко к глабели и гораздо ближе к переднему краю, чем у сходных родов *Reedolithus* и *Tretaspis*, у которых глаза расположены или в средней части щек, или ближе к заднему краю.

Сходная с *Reedolithus* и *Tretaspis* конусовидная форма глабели при ближайшем рассмотрении имеет существенные отличия в строении борозд глабели, которые у *Collis* gen. nov. выражены в виде продольных ямок у спинных борозд, тогда как у указанных выше родов они расположены в виде поперечных ямок.

Распространение и возраст. Северный Казахстан, андеркенский горизонт, тастыкольские слои карадокского яруса.

Трилобиты этого семейства отличаются выдающейся вперед глабелю, которая оканчивается шипом, шариком или выдается полукругом за пределы переднего края; иногда сзади она снабжена парой изолированных лопастей. Узкие свободные щеки чаще располагаются на брюшной стороне животного. Щечные шипы длинные, лицевые швы опистопарные. Глаза отсутствуют. Туловищных сегментов четыре-семь. Плевры прямые. Хвостовой щит широкий, чаще треугольный, или полукруглый.

**З а м е ч а н и я.** К настоящему времени это семейство включает следующие роды: *Raphiophorus* Angelin, 1854; *Ampyx* Dalman, 1827; *Lonchodomas* Angelin, 1854; *Ampyxina* Ulrich, 1922; *Raymondella* Reed, 1935, *Bulbaspis* Tschugaeva, 1956.

**Р а с п р о с т р а н е н и е и в о з р а с т.** Европа, Америка, Азия. Ордовик — низы силура.

Подсем. *ALPYXINELLINAE* Koroleva subfam. n.

Типичный род *Ampyxinella* Koroleva gen. n. (рис. 1)

**Д и а г н о з.** Небольшие трилобиты с широкой головой, большой выпуклой глабелю, не достигающей до переднего края и снабженной сзади парой изолированных лопастей. Имеются глаза, расположенные вблизи глабели. Передняя часть кранидия окружена узким кантиком. Щеки широкие, гладкие или с морщинками. Туловищных сегментов шесть. Плевры прямые. Хвост округлотреугольных очертаний, сегментирован. Рахис доходит до заднего края.

**З а м е ч а н и я.** Имеющийся в нашем распоряжении многочисленный материал хорошей сохранности указывает на значительные отклонения казахстанских представителей от форм, входящих в сем. *Raphiophoridae*, особенно в головном щите, тогда как туловище и хвост являются типичными рафиофоровидными. Все же для отнесения их к этому семейству имеется много данных: 1) ярко выраженный рафиофоридный тип хвостового щита и туловища, 2) общий облик глабели, расширяющийся к переднему краю, 3) пара изолированных лопастей по бокам задней части глабели. Но такие факты, как наличие глаз, наличие предглабельного поля, устройство передней части кранидия, заставляют выделить казахстанских представителей в новое подсемейство.

Наличие глаз не является таким фактом, по которому следовало бы выделить новое семейство. Аналогичный случай уже имеется в нашей палеонтологической литературе, когда, например, род *Phacops* включал в своем составе зрячие и слепые виды, а в настоящее время представители с глазами выделены в новое подсемейство — *Phacopinae* Reed, 1905. Подробное описание развития рода *Phacops* до полной атрофии глаз (род *Dianops*) имеется в работах З. А. Максимовой (3), Р. Рихтера (9) и Ф. Рида (7).

Новое подсемейство *Ampyxinellinae* объединяет в своем составе род *Ampyxinella* с 4 видами (рис. 1 *a—в, д*) и 1 вариацию (рис. 1 *е*).

**Р а с п р о с т р а н е н и е и в о з р а с т.** Северный и Южный Казахстан. Средний и верхний ордовик.

Род *Ampyxinella* Koroleva gen. n.

1936. Амрух. Колова. Матер. изуч. трилоб. нижн. силура хр. Джебаглытау, стр. 30 и 47. 1948. Амрух. Вебер. Нижнесилур. трилоб., стр. 16.

1958. Амрухина. Чугаева. Трилоб. Чуилийских гор. стр. 33

**Г е н о т и п.** *Ampyxinella rugosa* (Kolova, 1936) (рис. 1 *a* и 4 *a*).

**Д и а г н о з.** Спинной щит почти округлых или овальных очертаний. Голова широкая с большой выпуклой глабелю, не достигающей до переднего края и снабженной сзади парой изолированных лопастей. Имеются гла-



Рис. 1. *Ampyxinella* gen. nov. *a, б* — *Amp. rugosa* (Kolova), лландейло (*a* — типичный вид рода; 2×, *б* — 4×); *в, г* — *Amp. balaschova* sp. n., карадок (*в* — 2×, *г* — 4×); *д* — *Amp. ruslani* sp. n., лландейло (4×); *е* — *Amp. rugosa* var. *nanusi* var. nov. лландейло (2×)

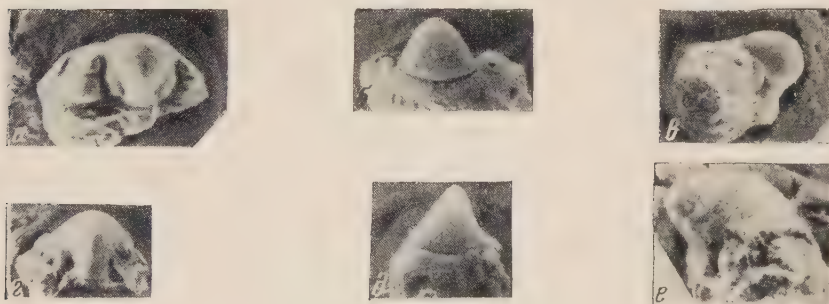


Рис. 2. *Collis* gen. nov. *а — в* — *Collis parvulus* sp. n., карадок: *а* — головной щит; типичный вид рода (4×), *б* — то же, вид спереди (4×), *в* — то же, вид сбоку; *г — е* — *Collis* sp.: *г* — глабель (4,5×), *д* — то же, вид спереди (4,5×), *е* — то же, вид сбоку (6×)



Рис. 3. *Ovalocephalus* gen. nov. *Ovalocephalus kelleri* sp. n., карадок: *а* — кранидий (6×), *б* — то же; типичный вид рода (4×), *в* — глабель (8×)





за, расположенные вблизи глабелы, примерно в средней части. Передняя часть кранидия окружена узким или более широким кантиком. Свободные щеки широкие с морщинками или выпуклые, гладкие. Туловищных сегментов шесть. Хвост широкий, округлотреугольных очертаний. Рахис узкий, доходит до заднего края. Плевральных ребер четыре-пять.

**З а м е ч а н и я.** Сравнивая всех представителей рассматриваемого семейства, мы видим, что новый род *Ampyxinella* ближе всего стоит к *Ampyxina* Ulrich<sup>(11)</sup>; это видно по общему устройству туловища и хвоста, по наличию пары изолированных лопасти у задней части глабелы и некоторым



Рис. 4. Реконструкция *Ampyxinella* (а), *Collis* (б) и *Ovalocephalus* (в)

другим признакам, но изучение многочисленного материала хорошей сохранности (свыше 30 экземпляров) позволило четко выделить характерные отличия у казахстанских представителей и объединить их в новый род и новое подсемейство.

Основными отличиями *Ampyxinella* от *Ampyxina* являются: 1) глабель не доходит до переднего края, 2) присутствуют глаза, 3) кранидий окружен кантиком, 4) плевр хвоста меньше, 5) туловищных сегментов шесть, а не пять. (Об отнесении *Ampyxina* к сем. *Raphiophoridae* в печати уже поднимался ранее вопрос, и мы присоединяемся к мнению Виттингтона<sup>(12)</sup> о включении этого рода в данное семейство.)

*Raymondella* Reed<sup>(8)</sup> имеет также некоторые общие черты, сближающие этот род с казахстанскими представителями: такое же почти округлое очертание спинного щита, большую выпуклую глабель, продольные изолированные лопасти, — но виды этого рода не имеют глаз, предглабельного поля и туловищных сегментов у них не шесть, а пять.

Состав рода *Ampyxinella* следующий: *Ampyxinella rugosa* (Kolova), *Ampyxinella balaschova* (Koroleva), *Ampyxinella biloba* (Tschugaeva), *Ampyxinella ruslani* sp. n., *Ampyxinella rugosa* var. *nanusi* (Koroleva).

**Распространение и геологический возраст.** Северный Казахстан. Лландейльский и карадокский ярусы. Таласский Ала-тау — карадок. Чуийские горы — низы лландейльского яруса.

Сем. CHEIRURIDAE Salter, 1853

Подсем. DEIPHONAE Raymond, 1913

В это подсемейство Раймонд<sup>(6)</sup> включает следующие роды. *Deiphon* Barrande, характеризуется шаровидной глабелью с маленькими щеками, от которых отходят большие изогнутые шипы. Хвост имеет две расходящиеся плевры, также шиповидные.

*Staurocephalus* Barrande, имеет шаровидную переднюю часть глабелы и цилиндрическую заднюю с двумя парами поперечных борозд. Голова с зазубренным краем, хвост плиомероподобный.

*Sphaerocoryphe* Angelin, отличается от предыдущего рода короткой загылочной частью глабелы и числом глабельных борозд, которых у него не бывает более одной пары.

Опик (<sup>5</sup>) включил в это подсемейство еще один новый род: *Hemisphaerogryphe Opik*, — отличающийся еще более укороченной задней частью глабели, так что шаровидная передняя часть почти непосредственно примыкает к затылочной борозде.

В изученной коллекции находятся экземпляры этого подсемейства, имеющие две пары борозд на глабели, — признак, по которому их следует отнести к *Staurocephalus* Barr., но форма глабели у них резко отлична, не круглая, а пестообразная, и щеки охватывают большую часть глабели, а не только заднюю цилиндрическую, как у указанного выше рода. Поэтому формы с овальной передней частью глабели и цилиндрической задней, несущей две пары четких борозд, выделены в новый род *Ovalocephalus*.

### Род *Ovalocephalus* Koroleva gen. n.

Г е н о т и п. *Ovalocephalus kelleri* Koroleva gen. et sp. n. (рис. 3а и 4в) 1948. *Staurocephalus* sp. Вебер. Монограф. по палеонт. СССР, стр. 75, табл. XI, фиг. 18.

Д и а г н о з. Маленький трилобит, у которого голова состоит из большой пестообразной глабели (передняя часть овальная, задняя цилиндрическая), имеющей близ затылочного кольца две пары борозд.

Неподвижные щеки большие, сильно изогнуты в поперечном направлении. Они охватывают с боков не только цилиндрическую часть глабели, но частично и овальную. Задние ветви лицевых швов от глаз направлены назад и в стороны. Они пересекают краевую кайму выше щечных углов, которые, по-видимому, несут небольшие шипы.

З а м е ч а н и я. Имеющийся в нашем распоряжении немногочисленный материал все же позволяет сделать вывод, что данный род занимает промежуточное положение между родом *Staurocephalus* Barrande, 1846 и *Sphaerogryphe* Angelin, 1854, входящих в подсем. *Deiphoninae* Raymond, 1913.

Отличия от *Sphaerogryphe* Ang. заключаются в строении глабели, которая у нового рода состоит из передней овальной части и задней цилиндрической, на которой расположены две пары четких боковых борозд, причем задние, вместе с изгибающейся вперед затылочной бороздой, образуют небольшие лопасти. *Sphaerogryphe* Ang. не имеет оттянутой задней части глабели, а передняя часть скорее круглая, чем овальная. Боковые борозды расположены так же, как и у нашего рода, на узкой части глабели, но их количество не превышает одной пары.

У *Staurocephalus* Barr. (<sup>10</sup>), табл. VII, фиг. 13—25) задняя часть глабели цилиндрическая, с двумя парами борозд, как и у описанных экземпляров, но фронтальная ее часть совершенно круглая и как бы является отдельным придатком к головному щиту. Щеки, как правило, охватывают лишь узкую часть глабели, не захватывая сферическую.

Р а с п р о с т р а н е н и е и в о з р а с т. Северный Казахстан. Карадокский ярус (низ).

Казахский горно-металлургический институт  
г. Алма-Ата

Пеступило  
16 VII 1958

### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> В. Н. Вебер, Трилобиты силурийских отложений СССР, в. 1, Нижнесилурийские трилобиты, М.—Л., 1948. <sup>2</sup> Л. А. Колова, Матер. по геол. Средней Азии, в. 4, 1936. <sup>3</sup> З. А. Максимова, Трилобиты среднего и верхнего девона Урала и Сев. Мугоджар, 1958. <sup>4</sup> М. Н. Чугаева, Тр. Геол. инст. АН СССР, в. 9, 5 (1958). <sup>5</sup> Opik, Publ. Geol. Inst. Univ. Tartu, № 52 (1937). <sup>6</sup> P. Raymond, Victoria Mem. Mus. Canada Bull., № 1 (1913). <sup>7</sup> F. Reed, Geol. Mag., n. s., des. 4, 5 (1898). <sup>8</sup> F. Reed, Ditto, Suppl., № 3, 1935. <sup>9</sup> Rud. Richter, Paleontologia Hungarica, 1, 1926. <sup>10</sup> J. Salter, Monogr. Paleontol. Soc. London, 23, 1864—1883. <sup>11</sup> E. Ulrich, Bull. Geol. Soc. Am., 5, 33 (1922). <sup>12</sup> H. Whittington, Paleontol., 24, № 5 (1950).



Л. Б. ЛЕВИНСОН, Л. Д. ПОПОВА и Д. А. САХАРОВ

**ГИСТОХИМИЯ НЕРВНЫХ КЛЕТОК СЛУХОВОГО ГАНГЛИЯ  
В СВЯЗИ С ФОРМИРОВАНИЕМ ИХ ФУНКЦИЙ В ОНТОГЕНЕЗЕ  
ЗАРОДЫШЕЙ АКСОЛОТЛЯ**

(Представлено академиком Е. Н. Павловским 1 XI 1958)

Изучение гистохимии нервных клеток при различных их функциональных состояниях представляет собой важный и необходимый этап в современной разработке цитофизиологии нейрона (<sup>1-5, 7, 13, 14</sup>). Затруднения в исследованиях такого рода связаны с поисками удобных форм опыта, позволяющих с достаточной уверенностью синхронизировать физиологические и морфологические данные или подобрать адекватные по качеству и интенсивности методы воздействия на нервную клетку. Одним из путей подхода к этой задаче является постановка опытов, в которых функциональную гистохимию нервных клеток изучают в связи с появлением у них определенных форм специфической физиологической активности в ходе онтогенеза (<sup>1-3</sup>).

Задачей настоящего исследования является изучение изменений в гистохимии нервных клеток слухового ганглия *Amblystoma mexicanum* в связи с началом специфической функции этих клеток в процессе зародышевого развития.

Были поставлены физиологические эксперименты для выяснения времени начала специфической функциональной активности изучаемых клеток, и параллельно изучалась гистохимия этих клеток на разных этапах развития зародышей.

Для клеток слухового ганглия аксолотля момент появления физиологической активности был установлен в опытах Сахарова (<sup>6</sup>). Аналогичные по постановке опыты служили в настоящей работе физиологическим контролем.

Момент функционального созревания нейробластов может (и, по-видимому, должен) не совпадать с моментом функционального формирования анализаторного аппарата лабиринтов в целом. Нельзя поэтому судить о созревании ганглиозных клеток по моменту формирования регуляторных, координационных влияний, исходящих из лабиринтов. По данным Сахарова, нервные клетки ганглия начинают оказывать специфическое воздействие на мозг несколько ранее, причем первоначально это воздействие имеет лишь тоническое выражение и может быть обнаружено по изменению величины рефлекторного плавательного броска, определяемой по методике Детвилера (<sup>10</sup>). Если сравнивать величину этого рефлекса у нормальных эмбрионов и эмбрионов, лишенных на ранних стадиях развития слуховых пузырьков и соответственно слуховых ганглиев, то до определенного момента эмбрионального развития (рубеж 36-й и 37-й стадий, по Гаррисону) эта величина растет в обеих группах параллельно, а затем внезапно появляются различия: у интактных эмбрионов она продолжает нарастать, а у оперированных это увеличение прекращается или резко замедляется. Очевидно, что с этого момента устанавливается тонизирующее влияние клеток ганглия на моторные системы мозга.

В настоящем исследовании было поставлено две серии опытов — на двух кладках икры аксолотлей черной расы.

В каждой серии однородный и развивавшийся в одинаковых условиях эмбриональный материал распределялся следующим образом: 1) часть эмбрионов фиксировалась на указанных ниже стадиях развития для проведения гистохимического исследования; 2) часть эмбрионов служила для определения момента появления функциональной активности ганглия <sup>(6)</sup>, причем не менее десяти использовавшихся для этой цели эмбрионов были предварительно двусторонне лишены закладок слухового ганглия; 3) на конец, небольшая группа эмбрионов претерпевала одностороннюю операцию удаления слухового пузырька с закладкой ганглия — эта группа фиксировалась на стадии 38 и служила морфологическим контролем для определения локализации ганглия.

Таблица 1

Условное обозначение стадии	День развития	Время фиксации	Стадия развития по Гаррисону	Длина эмбриона в мм
А	10-й	12 ч. 30 м.	36+	9
Б	10-й	20 ч. 00 м.		9,5
В	11-й	10 ч. 00 м.		
Г	11-й	20 ч. 00 м.	37	10
Д	12-й	10 ч. 00 м.		10,5
Е	13-й	10 ч. 00 м.	38	11
Ж	14-й	10 ч. 00 м.		

морфологическим контролем для определения локализации ганглия.

Ниже излагаются данные одной из серий, находящие полное подтверждение в данных другой серии опытов. Физиологический опыт в этом случае показал, что слуховые ганглии начинают оказывать функциональное воздействие на мозг в ходе 11 дня развития. Координационные расстройства у эмбрионов, лишенных слуховых пузырьков, начали проявляться лишь на 14 день развития.

Были проведены следующие гистохимические реакции: 1) выявление РНК по методике Браше (фиксация смесью Гелли); 2) выявление гликогена по методике Шабадша; 3) реакция на щелочную фосфатазу по методике Гомори и 4) реакция на гистидин по методике Серра.

Эмбрионы фиксировались на 7 моментах развития, приходящихся на 10—14 дни жизни (стадии 36—38, по Гаррисону), т. е. ранее того возраста, когда происходит естественный выклев из оболочек. Характеристика моментов фиксации дана в табл. 1; для удобства изложения мы обозначаем их как стадии А, Б и т. д. Всего в этой серии использовано 112 эмбрионов (а в другой серии, где материал фиксировался на 6 моментах развития, 96 эмбрионов).

В целях точной идентификации на препаратах слухового ганглия был проведен морфологический контроль. У соответствующих эмбрионов на 8-м дне развития удалялся первый слуховой пузырек. Последствием этой операции, как известно <sup>(9)</sup>, является отсутствие слухового ганглия с правой стороны. Эмбрионы были зафиксированы на 14 день развития. Сравнением черепномозговых ганглиев левой и правой стороны устанавливалось расположение VIII, слухового, ганглия, который, в отличие от остальных скоплений нервных клеток, был в этом случае непарным.

Выяснив на контрольных препаратах локализацию и внешние признаки ганглия, мы смогли затем проследить его развитие на препаратах, обработанных для гистохимического исследования. На поперечных срезах, проходящих на уровне слуховых пузырьков, видно, что слуховые ганглии располагаются с каждой стороны вентро-латеральнее продолговатого мозга, у медиальной стенки слухового пузырька. На срезе они имеют обычно форму овала. На ранних из исследованных стадий развития они обычно плохо дифференцируются от толстой стенки пузырька, что свидетельствует об их плакодальном происхождении. В ходе последующего развития морфологическая картина ганглия претерпевает заметные изменения. Возрастает величина самого ганглия: число клеток на срезах, проходящих через участок, где ганглий имеет наибольшую величину, увеличивается с 10 (на стадии А) до 40—50 (на стадии Ж). Наблюдается также постепенное отделе-

ние ганглиозных клеток от стенки слухового пузырька с образованием компактного клеточного скопления.

Выявление РНК в ганглиозных клетках дало следующие результаты. На стадии А цитоплазма этих клеток слабо базофильна, что говорит о сравнительно низкой концентрации РНК. Окраска цитоплазмы диффузна, в ней нет видимых структур.

На стадиях Б и В базофилия цитоплазмы остается на прежнем уровне, но на стадии Г происходят значительные изменения: цитоплазма интенсивно и диффузно окрашивается в ярко-розовый цвет.

На стадиях Д — Ж отчетливо выражено постепенное нарастание базофилии цитоплазмы, что говорит о постепенном нарастании концентрации РНК. Таким образом, одновременно с началом специфической функциональной активности нервных клеток слухового ганглия на стадии Г увеличивается концентрация в них РНК.

Сходные картины одним из нас наблюдались при изучении моторных и чувствительных клеток зародышей курицы и крысы в связи с особенностями функции на разных этапах развития (<sup>1-4</sup>). При адекватном раздражении также было отмечено (<sup>11, 12</sup>) увеличение содержания РНК в первом и втором нейроне вестибулярного нерва.

На стадии А реакция Шабдаша в клетках ганглия оказалась весьма интенсивной. Небольшие, окрашенные в ярко-малиновый цвет глыбки гликогена заполняют почти всю цитоплазму, что указывает на высокую его концентрацию.

На стадиях Б и В содержание гликогена в клетках ганглия существенно не меняется по сравнению со стадией А.

На стадии Г происходят заметные изменения, сводящиеся к той или иной степени падения концентрации гликогена. По количеству и распределению гликогена можно выделить в слуховом ганглии три типа нервных клеток. Первая — небольшая группа, сосредоточенная главным образом в вентральной части ганглия, где содержание гликогена остается на прежнем уровне; в этой связи представляет интерес замечание Интема (<sup>15</sup>) о том, что клетки вентральной части слухового ганглия у *Amblystoma punctatum* значительно дольше остальных клеток ганглия сохраняют эмбриональный характер. Во второй группе клеток на стадии Г отмечается интенсивно окрашенный ободок по периферии цитоплазмы, но вокруг ядра концентрация гликогена заметно снизилась. Наконец, в третьей группе клеток гликоген выявляется лишь в виде небольшой каемки вокруг ядра.

На стадии Д отмечается дальнейшее снижение концентрации гликогена. Только в очень небольшом числе клеток содержание гликогена осталось на высоком уровне; в большинстве же клеток весьма малое количество глыбок гликогена было выявлено около ядра.

На стадиях Е и Ж концентрация гликогена в нервных клетках становится совсем незначительной: остается только минимальное количество глыбок вокруг ядра. Следует отметить и на этой стадии сохранение довольно высокой концентрации гликогена в некоторых, немногих, клетках ганглия.

При изучении возрастных изменений в содержании гликогена в моторных и чувствительных клетках зародышей курицы и крысы одним из нас (<sup>1, 2</sup>) было показано, что в связи с началом специфической функции наблюдается увеличение концентрации гликогена в нервных клетках. Ослабление интенсивности реакции при тех же условиях в клетках слухового ганглия аксолотля, по-видимому, указывает на то, что в разных нервных клетках и у разных животных накопление гликогена в процессе специфической активности может идти по-разному.

Реакция на гистидин оказалась положительной только в ядрах клеток. На фоне диффузной окраски выделяется хорошо очерченное ядрышко, дающее более интенсивную реакцию, чем кариоплазма. Содержание гистидина в клетке не меняется на протяжении изученного периода развития.



Изменений концентрации щелочной фосфатазы в течение развития клеток слухового ганглия в связи с изменением функции также обнаружить не удалось.

Таким образом, в клетках развивающегося слухового ганглия аксолотля удалось наблюдать определенные возрастные изменения концентрации РНК и гликогена, причем в обоих случаях переломным моментом явилась стадия Г. Этот момент соответствует концу 11 дня развития эмбрионов, т. е. тому времени, когда, по данным физиологического эксперимента, в клетках ганглия начинается специфическая функциональная деятельность. Совпадение гистохимических и физиологических изменений во времени позволяет предположить, что упомянутые гистохимические изменения функционально обусловлены.

Московский государственный университет  
им. М. В. Ломоносова

Поступило  
11 XI 1958

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> Л. Б. Левинсон, Тез. докл. VI Всесоюзн. съезда анатомов, гистологов и эмбриологов, 1958. <sup>2</sup> Л. Б. Левинсон, М. И. Лейкина, ДАН, **109**, № 1 (1956). <sup>3</sup> Л. Б. Левинсон, Е. В. Ананова, ДАН, **109**, № 2 (1956). <sup>4</sup> Л. Б. Левинсон, Р. А. Тохтамысова, ДАН, **109**, № 3 (1956). <sup>5</sup> Г. И. Роскин, ДАН, **97**, № 4 (1954). <sup>6</sup> Д. А. Сахаров, Научн. докл. высш. школы, сер. биол., **1** (1) (1958). <sup>7</sup> А. Л. Шабадаш, Проблемы гистохимического исследования гликогена нормальной нервной системы, М., 1949. <sup>8</sup> А. Л. Шабадаш, Сборн. Вопросы биохимии нервной системы, Киев, 1957. <sup>9</sup> E. C a m p e n h o u t, J. exp. Zool., **72**, 175 (1935). <sup>10</sup> S. R. D e t w i l e r, J. exp. Zool., **102**, № 3, 321 (1946). <sup>11</sup> C. A. H a m b u r g e r, H. H y d e n, Acta otolaryngol., Suppl., **65**, 53 (1949). <sup>12</sup> C. A. H a m b u r g e r, H. H y d e n, Acta otolaryngol., Suppl., **65**, 82 (1949). <sup>13</sup> H. H y d e n, Acta physiol. Scand., **6**, Suppl. 17 (1943). <sup>14</sup> H. H y d e n, в кн. Neurochemistry, 1955, p. 204. <sup>15</sup> C. L. Y n t e m a, J. exp. Zool., **75** (1937).

В. Н. МАЙОРОВ

## ПРИЖИЗНЕННЫЕ НАБЛЮДЕНИЯ НАД ПЕРИЦЕЛЛЮЛЯРНЫМИ АППАРАТАМИ

(Представлено академиком К. М. Быковым 29 X 1958)

В доступной нам литературе мы не нашли ответов на вопросы о том, как устроен живой перицеллюлярный аппарат и действительно ли метиленовая синь одновременно окрашивает и изменяет его строение. И это не случайно: живого неокрашенного синапса еще никто не наблюдал.

После долгих поисков нам удалось, наконец, получить живой гистологический препарат из мочевого пузыря травяной лягушки (*Rana temporaria* (?)). Без всякой окраски и при сохранном кровообращении в нем отчетливо видны те самые нервные клетки и перицеллюлярные аппараты (<sup>8-9</sup>), которые давно уже были описаны на фиксированных (<sup>2, 10-13</sup>) и переживающих препаратах (<sup>1, 15</sup>). По мере надобности живые синапсы в наших опытах подкрашивались через кровь метиленовой синью. Таким образом, мы получили возможность вести наблюдение над одним и тем же живым синапсом до и после окраски. Излагаемые ниже факты, как нам кажется, являются ответом на вопросы, поставленные в начале данной статьи.

В строении синапсов, соответственно окрашенных метиленовой синью и солями азотнокислого серебра, можно заметить значительную разницу. Если на рис. 1 видны большие округлые бляшки, как бы нанизанные на тонкую перицеллюлярную нить, то на рис. 2 этих образований нет совершенно. Невольно возникает вопрос, являются ли эти высинившиеся синаптические бляшки реально существующими образованиями, или они представляют собой чистый артефакт, продукт метиленовой сини. Для решения данного вопроса мы воспользовались живым гистологическим препаратом, который позволил выявить следующее. Живой синапс виден без всякой окраски, но не полностью, а лишь в той его части, которую А. Е. Смирнов (<sup>13</sup>) в своей работе назвал зернисто-волокнутой массой. Внешне она напоминает собой шапочку, которая может покрывать  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{2}$  или даже  $\frac{2}{3}$  поверхности нервной клетки (рис. 3). Чем больше по своим размерам данная часть синапса, тем сильнее она преломляет проходящий свет и, следовательно, лучше видна на неокрашенном препарате. Тонкие нервные нити и их варикозности, образующие такую «шапочку», придают ей нежный зернисто-полосатый вид. Отдельные нити и бляшки видны лишь вдоль края «шапочки»,

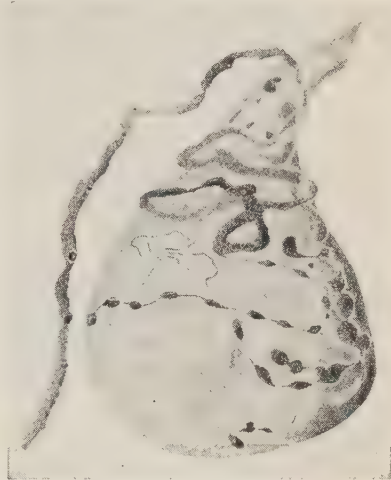


Рис. 1. Живой окрашенный перицеллюлярный аппарат на нейроне мочевого пузыря лягушки. Рисунок с кинокадра. Заснят через 10 мин. после введения 0,25% раствора метиленовой сини в кровяное русло подопытного животного. Ок. 10, об. 55×

являются ли эти высинившиеся синаптические бляшки реально существующими образованиями, или они представляют собой чистый артефакт, продукт метиленовой сини. Для решения данного вопроса мы воспользовались живым гистологическим препаратом, который позволил выявить следующее. Живой синапс виден без всякой окраски, но не полностью, а лишь в той его части, которую А. Е. Смирнов (<sup>13</sup>) в своей работе назвал зернисто-волокнутой массой. Внешне она напоминает собой шапочку, которая может покрывать  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{2}$  или даже  $\frac{2}{3}$  поверхности нервной клетки (рис. 3). Чем больше по своим размерам данная часть синапса, тем сильнее она преломляет проходящий свет и, следовательно, лучше видна на неокрашенном препарате. Тонкие нервные нити и их варикозности, образующие такую «шапочку», придают ей нежный зернисто-полосатый вид. Отдельные нити и бляшки видны лишь вдоль края «шапочки»,

обращенного в сторону ядра. По форме данные бляшки скорее напоминают узкие веретена, продольная ось которых совпадает с ходом соответствующих нервных нитей. Они с такой же последовательностью следуют друг за другом, как и на окрашенном препарате (см. рис. 1). Выявление бляшек в составе живого синапса без применения сини является прямым доказательством реальности существования этих структур. Данное наблюдение полностью согласуется с данными работ Лаврентьева и Федорова <sup>(6)</sup>, Степановой и

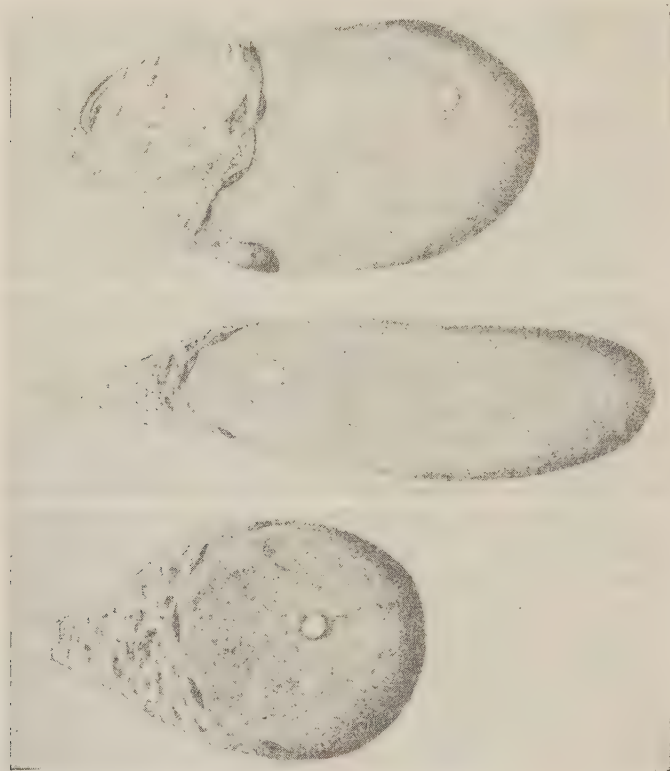


Рис. 3. Зернисто-волокнистая масса на нейронах мочевого пузыря лягушки. Рисунок выполнен с живого неокрашенного гистологического препарата. Ок. 10, об. 10X (Лейц)

Крохиной <sup>(14)</sup>, Котляревской и Болдырева <sup>(5)</sup> и др., которые, как известно, также наблюдали неокрашенные синаптические бляшки, но на другом объекте, а именно в переживающем препарате Граменицкого.

Теперь, после решения вопроса о реальности бляшек, можно утверждать, что перичеселлюляр, изображенный на рис. 2, выявился солями серебра далеко не полно. По сути дела, здесь даже не синапс, а лишь нейрофибрилярный остов его. Нейроплазматический компонент, этот главный материал, из которого построены бляшки, чаще всего солями серебра не импрегнируется.

Весь ход окрашивания и обесцвечивания живых синапсов изложен уже в двух предыдущих статьях <sup>(8, 9)</sup>. К этому в данном сообщении необходимо добавить следующее. Бляшки по сравнению с перичеселлюлярными нитями окрашиваются гораздо быстрее и дольше удерживают в себе метиленовую синь. Они настолько чувствительны к присутствию в организме метиленовой сини, что окрашиваются при введении в кровь даже относительно небольших доз красителя.

Многочисленные наблюдения над живыми синапсами показывают, что метиленовая синь одновременно и окрашивает бляшки, и изменяет их. Из



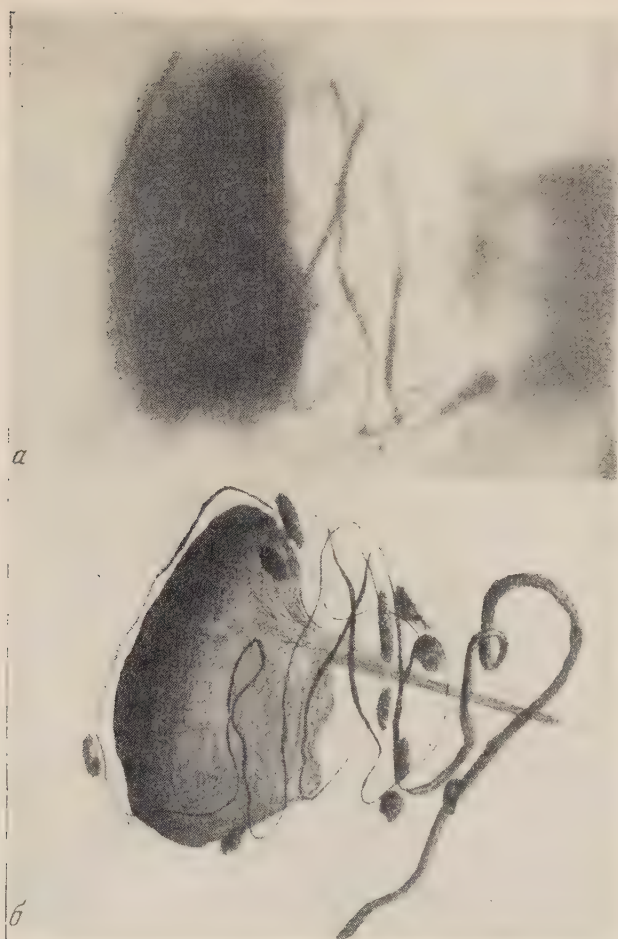


Рис. 2. Фиксированный перичеселлюлярный аппарат на нейроне мочевого пузыря лягушки. Метод Бильшовского — Грос. а — микрофотография, б — рисунок. Ок. 10, об. 55×

К статье П. А. Мотавкина и С. Н. Смирнова, стр. 1324

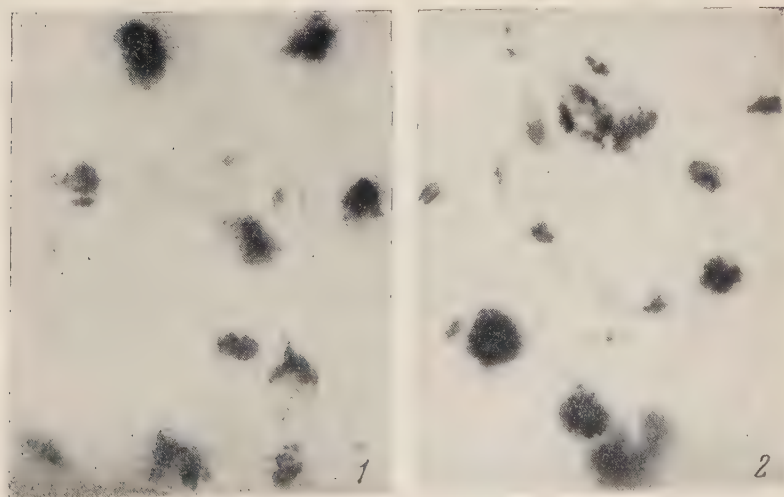


Рис. 1. Редуцирующие вещества в нейронах компактной зоны черного ядра (1) и в нейронах серого бугра (2). Микрофото. Ок. 10, об. 40×



узких веретен вскоре после дачи красителя бляшки превращаются в овалы или сразу в шары (см. рис. 1). Лишь некоторые из них и в окрашенном виде продолжают сохранять свою первоначальную (веретенообразную) форму. Окрашиваясь, бляшки увеличиваются в размерах. При этом они могут закрывать собой почти всю поверхность нейрона. Вскоре после обесцвечивания все они имеют форму шаров с отчетливыми блестящими контурами. Теперь бляшки сильнее преломляют проходящий свет. Особого интереса заслуживает тот факт, что сами нити синапса подобным образом на метиленовую синь не реагируют. По крайней мере, какого-либо утолщения этих нитей или изменения их оптических свойств мы никогда не видели.

Все сказанное выше обязывает нас метиленовую синь рассматривать во-первых, как единственный краситель, который выявляет живой синапс и, следовательно, делает его более доступным для исследователя и, во-вторых, — как раздражитель, который изменяет строение межнейрональных связей. В будущем эксперименте метиленовая синь, очевидно, займет свое место в общем ряду раздражителей нервных структур.

В заключение хотелось бы обратить внимание на очень тесный контакт между перичеселлюлярными нитями и их бляшками, с одной стороны, и поверхностью периферического нейрона, — с другой. Этот контакт очень хорошо заметен на живом синапсе. Перичеселлюлярные бляшки, часто достигающие больших размеров, не только соприкасаются с поверхностью нейрона, но и вдавливаются в нее, образуя при этом громадную нишу. Подобные же синапсы были обнаружены и на фиксированном материале (3, 4, 16, 17) и мн. др. По-видимому, вдавленное расположение бляшек не случайно: оно увеличивает поверхность контакта и вместе с тем делает его более тесным.

Пока еще рано решать вопрос о жизнедеятельности межнейрональных связей. Но уже на основании имеющихся в нашем распоряжении фактов о тонком строении и свойствах живых синапсов (вдавленное расположение бляшек, их избирательная чувствительность на введение в организм метиленовой сини с последующим изменением формы, величины и оптических свойств) можно предполагать, что именно через бляшки идет поток нервных импульсов с преганглионарного волокна на периферический нейрон.

Институт физиологии им. И. П. Павлова  
Академии наук СССР

Поступило  
25 X 1958

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> C. Arnstein, Anat. Anz., 2, H. 5 (1887). <sup>2</sup> N. Grünstein, Arch. f. mikr. Anat. u. Entwicklungsgesch., 55 (1900). <sup>3</sup> А. Г. Гретен, Морфология звездчатого узла, Кандидатская диссертация, Саратовск. мед. инст., 1952. <sup>4</sup> Г. А. Коблов, Микро-морфология ганглиев солнечного сплетения, Докторская диссертация, Саратовск. мед. инст., 1950. <sup>5</sup> М. А. Котляревская, В. Б. Болдырев, Сборн. Морфология автономн. нервной системы, М., 1946, стр. 114. <sup>6</sup> Б. И. Лаврентьев, Б. Г. Федоров, Бюлл. ВИЭМ, в. 8—9 (1934). <sup>7</sup> В. Н. Майоров, Бюлл. эксп. биол. и мед., 44, № 7, 113 (1957). <sup>8</sup> В. Н. Майоров, ДАН, 115, № 4 (1957). <sup>9</sup> V. N. Majow, Zs. f. mikr.-anat. Forsch., 63, H. 3 (1957). <sup>10</sup> М. Т. Могила, Мед. журн. АН УССР, 10, в. 3 (1940). <sup>11</sup> А. Немилов, Тр. СПб общ. естествоиспыт., отд. зоол. и физиол., 32, в. 2 (1902). <sup>12</sup> П. Н. Серебряков, Тр. 4-го Всесоюзн. съезда зоологов, анатомов и гистологов в Киеве 6—12 мая 1930 г., Киев — Харьков, 1931. <sup>13</sup> А. Е. Смирнов, Материалы по гистологии периферической нервной системы Батрахий, Казань, 1891. <sup>14</sup> С. С. Степанова, Е. М. Крохина, Арх. биол. наук, 61, в. 2 (1941). <sup>15</sup> P. Ehrlich, Deutsch. med. Wochenschr., № 4 (1886). <sup>16</sup> W. Kirsche, Zs. f. mikr.-anat. Forsch., 60, H. 3 (1954). <sup>17</sup> W. Kirsche, Zs. f. mikr.-anat. Forsch., 61, H. 4 (1955).



П. А. МОТАВКИН и С. Н. СМЕРНОВА

## О НЕКОТОРЫХ ГИСТОФИЗИОЛОГИЧЕСКИХ ОСОБЕННОСТЯХ ВЕГЕТАТИВНЫХ НЕЙРОНОВ МОЗГОВОГО СТВОЛА

(Представлено академиком Н. Н. Аничковым 22 X 1958)

К настоящему времени в нейрогистологии накопился ряд фактов, свидетельствующих о существенных гистофизиологических особенностях нервных клеток вегетативных ядер, заложенных в стволовой части головного мозга.

Опытами с прижизненным введением трипановой сини лабораторным животным была показана избирательная чувствительность вегетативных нейронов к коллоидам (<sup>1,2</sup>). В то время как нервные клетки соматических ядер ствола оказывались свободными от включений инъецируемого в организм красителя, протоплазма нейронов серого бугра, супраоптического ядра, ядер дна третьего желудочка, черного вещества, ядра Якубовича, дорсального ядра блуждающего нерва и голубого места содержала заметные количества гранул трипановой сини. Закономерность наблюдаемого явления послужила весьма основательным доводом к тому, чтобы рекомендовать витальное окрашивание для диагностики не только целых ядер, но и отдельных разбросанных в мозговом стволе клеток с вегетативной функцией (<sup>2</sup>).

Усовершенствование методики выявления полисахаридов (<sup>3,4</sup>) позволило установить особенности обмена углеводов в тканевых элементах перечисленных выше ядер. Их нервные клетки, в отличие от других интуссусцепционных нейронов ствола, оказались способными к синтезу гликогена и накоплению в протоплазме видимых его отложений (<sup>4</sup>).

Все увеличивающееся с возрастом содержание меланина в вегетативных нейронах следует отнести к числу характерных для них признаков. Нельзя не отметить, что еще сравнительно недавно этот пигмент обнаруживался только в нервной системе человека (<sup>5</sup>). И лишь в последнее время наличие меланина было описано в ряде нервных клеток гипоталамической области у собак (<sup>6</sup>).

Кроме того, при использовании метода Маллори в цитоплазме вегетативных нейронов определяется особая «фуксинофильная» зернистость (<sup>7</sup>), а окраска по Гомори выявляет в телах разбираемых клеток разнообразной величины и формы гранулы, капли и вакуоли. Последнее, как известно, принимается подавляющим числом исследователей за явление, указывающее на нейросекреторную деятельность этих элементов (<sup>8-12</sup>).

Совокупность отмеченных нами признаков не может считаться присущей каким-либо другим элементам центральной нервной системы. На этом основании ряд известных гистофизиологических особенностей создает определенные возможности диагностировать вегетативные ядра и отдельные клетки той же природы, заложенные в стволе головного мозга. Необходимость такой диагностики совершенно очевидна, если принять во внимание, что у вегетативных нейронов ствола отсутствуют какие-то, свойственные только им морфологические признаки.

В настоящей работе, выполненной преимущественно методом Шевремона и Фредерика, авторы обратили внимание на особое богатство вегетативных клеток редуцирующими веществами.

Изучались: продолговатый, средний, промежуточный мозг, двигательная область коры больших полушарий и некоторые участки коры полушарий мозжечка 8 кроликов, 10 кошек, 6 собак в возрасте от 8 мес. до 2 лет. В качестве фиксатора использовалась жидкость Буэна. Первоначально мы уплотняли *in vitro* кусочки нервной ткани, взятые от животных сразу же после смерти. Несмотря на многократные опыты с изменением продолжительности и условий фиксации, мы не смогли получить таким путем сколько-нибудь удовлетворительных результатов.

Весьма полезным оказался следующий прием. У наркотизированного животного по реберным хрящам вскрывается грудная клетка. На аорту, непосредственно ниже ее дуги, накладывается зажим Пеана. Отпрепарованная верхняя полая вена прошивается лигатурой и вскрывается. Через дугу аорты шприцами Жане вводится 500—700 мл жидкости Буэна. Как только фиксатор начинает вытекать из перерезанной полой вены, последнюю перевязывают, а в дугу аорты вливают под большим давлением дополнительно 200—300 мл фиксатора. Спустя 1—2 часа после перфузии извлекается головной мозг, и его ствол разрезается на тонкие пластинки. Одновременно вырезаются кусочки коры больших полушарий мозга и коры мозжечка. Материал помещают в свежеприготовленный раствор Буэна, сменяемый через каждые 2 часа. Дополнительная фиксация продолжается в течение 6—8 час. После часовой промывки в дистиллированной воде из кусочков изготавливают на замораживающем микротоме срезы толщиной в 10  $\mu$ . Их собирают в часто сменяемую дистиллированную воду и промывают в ней до полного исчезновения желтого цвета.

Дальнейшая обработка срезов осуществлялась нами по Шевремону и Фредерику. Реакция приготовляемой смеси, состоящей из одной части 0,1% раствора железосинеродистого калия и трех частей 1% окисного феррисульфата, определялась потенциометрически. Устанавливаемая величина рН колебалась от 2,4 до 3.

Сущность метода основана на редукции красной кровяной соли в желтую при помощи имеющегося у ряда веществ лабильного водородного катиона. В свою очередь, железосинеродистый калий, взаимодействуя с окисным сульфатом железа, образует берлинскую лазурь, которая либо выпадает в форме гранул, либо диффузно окрашивает некоторые участки протоплазмы.

Изучение ядер ствола проводилось на сериях фронтальных срезов от нижней границы продолговатого мозга до уровня переднего края зрительного перекреста (хиазмы). При этом было установлено следующее.

Тела подавляющей части нейронов дорсального ядра блуждающего нерва и голубого места густо заполнены темно-синими, иногда довольно крупными зернами; в другой, меньшей части нейронов мелкие и бледно-голубые гранулы замечаются лишь в отдельных участках протоплазмы, они имеют преимущественно околядерную локализацию. В незначительном числе клеток обоих ядер у каждого обследованного нами животного гранулы вовсе не обнаруживаются. В нервных клетках нижней оливы, сетчатого вещества, нежного и клиновидного пучков, подъязычного, лицевого, двигательного ядра тройничного нерва и ядер основания моста наблюдается сплошное околядерное кольцо синего цвета. Остальная часть тела этих нейронов занята нечетно отграниченными друг от друга неправильной формы глыбками весьма слабого голубого цвета.

В нервных клетках компактной зоны черного вещества гранулы обнаруживаются с большим постоянством (рис. 1, 1, см. вклейку к стр. 1324). Они выявляются в форме овальных и округлых зерен, но иногда имеют вид палочек или весьма грубых глыбок. В мелких нейронах гранулы синего цвета сосредоточены всецело в околядерной зоне. На уровне верхнего двухолмия, по обе стороны от шва, книзу от водопровода, выделяется значительным содержанием гранул обширная зона серого вещества, овальные и округлые клетки которой ближе к основанию мозга располагаются в непо-



средственном соседстве с нейронами черного вещества. Эти клетки топографически соответствуют ядру Перлиа у человека и заключают в протоплазме крупные голубые и темно-синие гранулы правильной шаровидной формы. Зерна равномерно заполняют цитоплазму и замечаются также в самом начале дендритических отростков. Подобные же включения наблюдаются в элементах ядра Якубовича, в нейронах поверхностного и глубокого слоев серого вещества верхних холмов, межножечного ядра и в отдельных нервных клетках, рассеянных непосредственно под дном сильвиева водопровода. В нейронах крупноклеточной части красного ядра тело окрашено в диффузный бледно-голубой цвет.

Изучая промежуточный мозг, мы обратили особое внимание на нервные элементы серого бугра потому, что последний относится, как известно, к высшим вегетативным центрам. Уже под малым увеличением заметны мелкие звездчатые образования синего цвета, лежащие несколькими рядами в базальной пластинке серого бугра. Под иммерсией можно убедиться, что это глиальные клетки, которые следует отнести к числу астроцитов. Около ядра гранулы часто сливаются в грубый перинуклеарный валик. От него зерна, мельчая, продолжают в отростки и проследиваются до стенок капилляров. В телах нейронов серого бугра образуются весьма грубые осадки, от которых остается свободной лишь узкая периферическая кайма протоплазмы (рис. 1,2). Олигодендроциты, окружающие нервные клетки, содержат синие гранулы, расположенные непосредственно снаружки от ядра вдоль всей его оболочки. Сходные картины наблюдаются в нервных элементах супраоптического ядра и в отдельных нейронах, рассеянных по основанию промежуточного мозга.

В пирамидах три и ганглиозных клетках пять слоев коры больших полушарий головного мозга обнаруживается перинуклеарное кольцо синего цвета. Типичное околоядерное расположение голубого ободка разной ширины свойственно и клеткам Пуркинье мозжечка.

Изложенное показывает, что вегетативные нейроны ствола по количеству и расположению выявляемых в их протоплазме редуцирующих веществ, а также по форме, в которой последние обнаруживаются, отличаются от нервных клеток соматических ядер ствола, коры больших полушарий головного мозга и коры мозжечка. Кроме того, вегетативные ядра, в отличие от соматических, содержат гранулы в астроцитах и олигодендроцитах, что отмечалось нами не только в гипоталамической области, но и в дорсальном ядре блуждающего нерва, голубом месте, ядре Якубовича и черном веществе. Установленное нами свойство вместе со способностью вегетативных нейронов ствола к нейросекреции, синтезу гликогена, отложению меланина, фуксинофильных гранул и накоплению коллоидов — в совокупности являются, на наш взгляд, существенными гистофизиологическими особенностями этих элементов.

О химической природе обнаруживаемых в нейронах веществ можно сказать следующее. Использованный нами метод был предложен Шевремом и Фредериком для выявления в тканевых элементах сульфгидрильных групп <sup>(13)</sup>. По некоторым данным, специфичность его весьма относительна <sup>(14)</sup>. Обилие обнаруживаемых гранул наводило на серьезные сомнения в правильности получаемых результатов. Применение исследователями хлормеркуриофенилазонафта <sup>(15)</sup> и дигидрооксидинафтилдисульфида <sup>(16)</sup> давало, как известно, однообразную и неинтенсивную реакцию цитоплазмы с околоядерным сгущением. После проведенной нами перфузии мозга животных насыщенным раствором сулемы, катион которой блокирует SH-группы <sup>(11)</sup>, исчезала диффузная бледно-голубая окраска протоплазмы и гранулы выявлялись особенно четко. Одновременно переставало обнаруживаться перинуклеарное кольцо синего цвета и бледные неправильной формы цитоплазматические глыбки в нейронах соматических ядер ствола, в клетках ядер черепномозговых нервов, в пирамидах и ганглиозных элементах больших полушарий головного мозга и в клетках Пуркинье мозжечка. Можно,



следовательно, думать, что подобная окраска обуславливалась восстановлением феррицианида тиоловыми веществами.

В условиях применения кислого фиксатора выпадающие в процессе реакции гранулы могли быть осадками, образующимися в результате редуцирующих свойств аскорбиновой кислоты. Однако и после перфузии спиртом, растворяющим витамин С (<sup>17</sup>), гранулы продолжали обнаруживаться в прежнем виде.

Между тем, в срезах промежуточного мозга собаки, окрашенных толуидиновой синью, обнаруживалось сравнительно небольшое число нервных клеток, содержащих сине-зеленые зерна, а импрегнация серебром открывала в цитоплазме тех же клеток мелкие неправильной формы, черного цвета частички. Все это с достоверностью указывало на присутствие меланина (<sup>18</sup>). В то же время ни окраска по Нисслию, ни серебрение по Кахалю, ни метод Бодиана не открывали в протоплазме всех остальных исследованных нами нейронов каких-либо образований, похожих на меланин. Следует все же указать, что на самых ранних стадиях формирования меланина, по крайней мере у человека, образуются группировки, обладающие редуцирующими свойствами в отношении феррицианида (<sup>19</sup>). Вместе с тем, они не восстанавливают серебро из раствора его азотнокислой соли. Принимая это во внимание, можно полагать, что выявляемые гранулы представляют собою еще более раннюю стадию формирования пигмента, чем премеланин (<sup>18</sup>), и образуются, по всей вероятности, за счет тирозина и его производных.

Как нам кажется, важно подчеркнуть тот факт, что описанные выше гранулы обнаруживаются лишь в условиях перфузии фиксатора через сосуды. Срезы же из кусочков, обработанных погружением в жидкость Буэна, дают постоянный отрицательный результат. Последнее, по нашему мнению, объясняется химической неустойчивостью выявляемых веществ, которые в процессе отмирания ткани либо подвергаются окислению (что весьма вероятно в отношении тирозина и его производных), либо экранируются другими веществами, образующимися при автолизе, либо, наконец, вовсе разрушаются.

Владивостокский  
медицинский институт

Поступило  
30 V 1958

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> A. W. Rachmanow, *Fol. Neuro-biol.*, 7, № 9 (1913). <sup>2</sup> А. В. Рахманов, *Невропатол. и психиатрия*, № 3—4 (1925). <sup>3</sup> Н. Вауер, *Zs. mikr.-anat. Forschung*, 33, 143 (1933). <sup>4</sup> А. Л. Шабадаш, *Гистохимия, гликогена нормальной нервной системы*, М., 1949. <sup>5</sup> И. И. Гутнер, А. М. Левинова, *ДАН*, 68, № 1 (1949). <sup>6</sup> И. И. Гутнер, *ДАН*, 97, № 3 (1954). <sup>7</sup> И. И. Гутнер, Г. Д. Носова, *ДАН*, 35, № 1 (1952). <sup>8</sup> И. Ф. Иванов, в кн. *Проблемы морфологии нервной системы*, Л., 1956, стр. 5. <sup>9</sup> H. Sajonski, *Monatsch. Veterinär.*, 10, № 3 (1955). <sup>10</sup> E. Scharrer, *Experientia*, 10, № 6 (1954). <sup>11</sup> F. Schiebler, *Endokrinologie*, 31, № 1—2 (1954). <sup>12</sup> R. Rabl, *Virchow's Arch.*, 326, № 4 (1955). <sup>13</sup> M. Chévrement, J. Frederic, *Arch. Biol.*, 54, 379 (1943). <sup>14</sup> T. Iao, *Quart. J. Micr. Sci.*, 90, 13 (1949). <sup>15</sup> N. Bennett, *Anat. Rec.*, 110, №2, 231 (1954). <sup>16</sup> R. Barnett, *J. Nat. Cancer Inst.*, 13 (1953). <sup>17</sup> Б. Ромейс, *Микроскопическая техника*, ИЛ, 1953. <sup>18</sup> И. И. Гутнер, в кн. *Сборн. тр., посвящ. 40-летней деятельности проф. В. Н. Тонкова*, М., 1937. <sup>19</sup> А. Пирс, *Гистохимия*, ИЛ, 1956.

Г. И. АБЕЛЕВ, З. А. АВЕНИРОВА, Н. В. ЭНГЕЛЬГАРТ, З. Л. БАЙДАКОВА  
и Г. И. СТЕПАНЧЕНКО-РУДНИК

## ОРГАНОСПЕЦИФИЧЕСКИЙ АНТИГЕН ПЕЧЕНИ, ОТСУТСТВУЮЩИЙ В ГЕПАТОМЕ

(Представлено академиком В. А. Энгельгардтом 27 IX 1958)

Вопрос об антигенном упрощении при малигнизации впервые был поднят Вейлером (<sup>1-3</sup>), который показал, что митохондрии и микросомы печени теряют органоспецифический антиген при экспериментальном канцерогенезе. Однако впоследствии Гельштейн методом анафилаксии с десенсибилизацией, подтвердив самый факт антигенного упрощения, обнаружила в гепатоме органоспецифический антиген (<sup>4</sup>). В последнее время Хьюз (<sup>5</sup>) не смог воспроизвести данных Вейлера. Таким образом, проблема упрощения антигенной структуры органов при их малигнизации, несмотря на ее актуальность, во многих отношениях остается неясной.

Мы изучали этот вопрос на цитоплазматических гранулах печени перевивной гепатомы мышей, пользуясь методом преципитации в агаре (<sup>6</sup>). Работа проводилась на гепатоме мышей С<sub>3</sub>НА и печени мышей этой же и других линий. Методика приготовления антигенов МмП и МмГ\* и постановка реакции описаны ранее (<sup>7</sup>).

Сам факт антигенного упрощения МмП в сравнении с МмГ выражен чрезвычайно резко (рис. 1). В этом опыте антигены МмП, отсутствующие в МмГ, образуют прямые линии, упирающиеся в лунки гепатомного антигена и антигепатомной сыворотки, что свидетельствует об отсутствии подобных компонентов в МмГ и антител к ним в анти-МмГ-сыворотках. Полосы утрачивающихся антигенов видны во всех препаратах, причем в некоторых системах (белковая фракция МмП) проявляется четыре таких антигена. Этот факт был воспроизведен нами на 7 разных препаратах МмП и 6 препаратах белковой фракции из них — с использованием 7 анти-МмП- и 6 анти-МмГ-сывороток. Наличие антигенов в МмП, отсутствующих в гепатоме, было подтверждено также опытами с нейтрализацией анти-МмП-сыворотки антигенами гепатомы. Сыворотка, утратившая способность реагировать с МмГ, продолжает реагировать с МмП.

Представляло интерес проверить органоспецифичность утрачиваемых антигенов. Для этого анти-МмП-сыворотка частично нейтрализовалась добавлением раствора Мм почек, выпавший осадок удалялся центрифугированием, и такая сыворотка испытывалась с антигенами печени, гепатомы, почек и селезенки. Оказалось, что полосы антигенов, отсутствующие в гепатоме, отсутствуют также и в Мм почек и селезенки. По-видимому, выявленные нами утрачивающиеся антигены являются специфическими только для печени.

Таким образом, наши данные — полученные другим методом и на другой опухоли — подтверждают данные Вейлера, хотя и оставляют открытым вопрос о наличии в гепатоме органоспецифических антигенов, воз-

\* Фракция митохондрий и микросом далее обозначается МмП для нормальной ткани печени и МмГ для гепатомы.

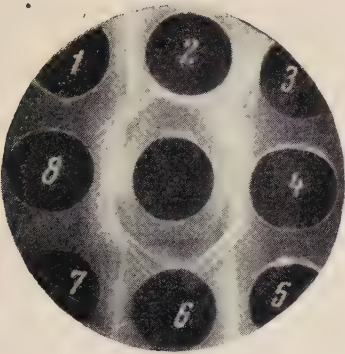


Рис. 1. Сравнение систем печень — антипеченочная сыворотка и гепатома — антигепатомная сыворотка. В центре анти-МмП-сыворотка (№ 647), 1 и 5 — антиген МмП, 3 и 7 — белковая фракция МмП, 4 — МмГ, 8 — белковая фракция МмГ, 2 и 6 — анти-МмГ-сыворотки (№ 641 и 638)

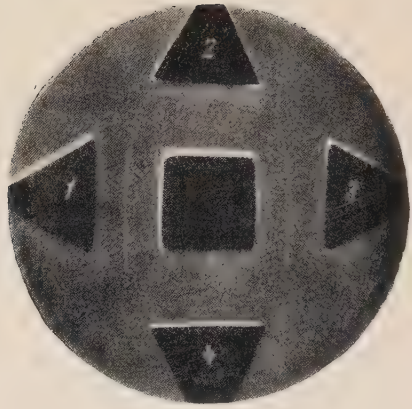


Рис. 2. Реакция преципитации в агаре органоспецифического антигена печени с антипеченочными и антигепатомными сыворотками. В центре — АО, 1 и 3 — анти-МмП-сыворотки (№ 945 и 946), 2 и 4 — анти-МмГ-сыворотки (639 и 641)

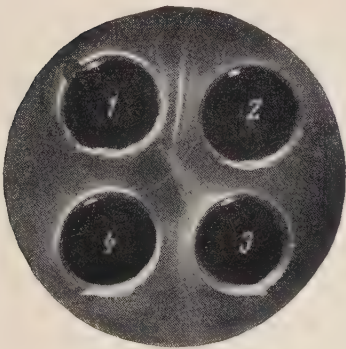


Рис. 3. Отсутствие органоспецифического антигена печени в гепатоме. 1 — анти-МмП-сыворотка (№ 542), 2 — МмГ, 3 — АО, 4 — антигепатомная сыворотка (№ 441)



Рис. 4. Реакция неидентичности органоспецифического антигена печени с препаратами различных органов и гепатомы. В центре — анти-МмП-сыворотка (№ 647), 1 и 4 — АО, 2 — Мм почек, 3 — Мм селезенки, 5 — МмГ, 6 — Мм легких





можно присутствующих в иных фракциях или открываемых более чувствительными методами.

Для выяснения природы и функции веществ, исчезающих при малигнизации, и, следовательно, для понимания значения этого явления необходимо выделить эти антигены в очищенном виде. Нам удалось выделить один из органоспецифических антигенов и изучить его иммунологическую специфичность. Выделение этого антигена (АО — антиген органоспецифичности) основано на том, что он наиболее прочно связан с оболочкой МмП и остается в ней после извлечения остальных антигенов.

Мы приведем один из методов выделения АО. МмП (получение см. (?)), дважды проэкстрагированные 0,14 М NaCl, суспендировались в дистиллированной воде (~20 мг/мл), подщелачивались веронал-мединаловым буфером до pH 7,8—8,2 и облучались ультразвуком 800 кГц, 10 Вт/см² в течение 1,5—2 мин. — до превращения из плотной суспензии в густо опалесцирующий раствор. (В работе мы пользовались ультразвуковым аппаратом УЛ-1 отечественного производства. В качестве излучателя ультразвука в этом аппарате служат диски пьезокерамики титаната бария, диаметром 60 мм. Озвучивание материала производилось в кювете, представляющей собой стеклянный сосуд с двойными стенками. Дно кюветы — туго натянутая нейлоновая пленка. Кювета охлаждается спиртом (от —15 до —20°). Расстояние от дна кюветы до излучателя ультразвука 7 см.) При облучении основная масса вещества Мм переходила в раствор, а оставшиеся оболочки Мм частично осаждались центрифугированием 30 мин. при 12 500 g (14 000 об/мин). Центрифугирование проводилось в роторе сепаратора АСЛ-2 без тарелок, что обеспечивало толщину центрифугируемого слоя ~0,5 см и повышало тем самым эффективность осаждения. Осадок три раза промывался веронал-мединаловым буфером pH 8,6, μ 0,05, после чего суспендировался в том же буфере и облучался 3—5 мин. при 800 кГц до возможно более полного растворения. Раствор осветлялся 20 мин. при 12 500 g, и если наблюдался осадок, то он суспендировался в дистиллированной воде, подщелачивался 1 % NaOH до pH 10—10,5 и нейтрализовался фосфатным буфером до pH 8,4—8,6. Обе эти фракции содержат активный АО. Испытывалось 8 препаратов АО, приготовленных описанным методом, причем все они в реакции преципитации в агаре давали одну сильную полосу собственно АО и в некоторых случаях содержали примеси посторонних антигенов (рис. 2—4). Окончательная очистка АО достигалась методом зонального электрофореза (см. ниже).

АО реагировал только с анти-МмП-сыворотками и не реагировал с антигепатомными сыворотками как в реакции преципитации в агаре (рис. 2 и 3), так и в реакции количественной преципитации. АО давал отчетливую реакцию неидентичности при сравнении его с МмГ (рис. 2 и 4).

Вполне аналогичные результаты были получены в реакции анафилаксии, когда свинки, сенсibilизированные МмП, отвечали анафилактической реакцией на введение АО, а свинки, сенсibilизированные МмГ, почти не реагировали на него (табл. 1). Следует отметить, что некоторая

Таблица 1

№ свинки	Сенсибилизация		Разрешающий опыт		
	антиген	доза по белку, мг	антиген	доза по белку, мг	реакция
19	} МмП	4	АО	2,2	++
20				1,76	++±
22				2,2	+
23				2,2	+++
26				3,25	++
25				3,25	++
24				2,2	—
21				2,2	—
29	} МмГ	4	АО	1,76	±
27				2,2	—
32				2,2	—
36				2,2	—
47				2,2	—
50				3,25	—

Примечание. Использовался препарат АО, не очищенный от липопroteида.

часть свинок, сенсibilизированных МмП, очень слабо реагировала с АО, что по нашему мнению обусловлено разной степенью сенсibilизации к нему при введении свинкам многокомпонентной смеси (МмП).

АО обладал резко выраженной органной специфичностью в реакции преципитации. Он не обнаруживался среди антигенов Мм почек, селезенки, легких и плазмы мышей (рис. 4).

Нейтрализация сыворотки гранулами гепатомы или включение антигенов гепатомы в агар не препятствовало реакции АО с соответствующей сывороткой. Следует отметить, что АО не обладает линейной специфичностью, так как присутствует в печени не только  $C_3NA$ , но и  $C_{57}$ ,  $CC_{57}$  и беспородных мышей.

Представляло несомненный интерес изучить химическую природу АО. Поскольку он был связан с оболочкой Мм, состоящей, как известно <sup>(8)</sup>, из липопротеида, а также сопутствовал липопротеиду при очистке другими методами, казалось весьма вероятным, что АО и является липопротеидом оболочки митохондрий и микросом.

Мы попытались определить, идентичен ли АО липопротеиду, подвергнув его препаративному электрофорезу в колонке с градиентом плотности по Свенссону <sup>(9)</sup>, в веронал-мединаловом буфере при pH 8,6,  $\mu$  0,025. При этом оказалось, что АО при электрофорезе всегда оставался вблизи места нанесения, а основная масса липопротеида, обладающая высокой электрофоретической подвижностью и содержащая более 90% белка, определявшегося в препарате, уходила одной зоной на расстояние 2,5—3 см от АО, где и давала четкий пик белка. Отделенный таким образом липопротеид не обладал заметной активностью при испытании его в реакции преципитации в агаре.

Таким образом, липопротеид является балластной примесью к антигену АО. Низкая электрофоретическая подвижность АО и его высокая иммунологическая специфичность позволяют предположить, что в его состав входит полисахаридный компонент.

Следует указать, что при попытке получить АО из МмГ выделялся препарат неантигенного липопротеида, не содержащий компонентов типа АО.

Таким образом, нам удалось выделить один из органоспецифических антигенов печени, отсутствующих в гепатоме. Представляет большой интерес выяснить его химическую природу, локализацию в клетке и определить, связан ли он с собственно паренхимой печени или с клетками ретикуло-эндотелия или желчных протоков. Работа в этих направлениях продолжается.

Поступило  
21 IX 1958

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> E. Weiler, Zs. Naturforsch., 7b, 324 (1952). <sup>2</sup> E. Weiler, Brit. J. Canc., 10, 553 (1956). <sup>3</sup> E. Weiler, Zs. Naturforsch., 11b, 31 (1956). <sup>4</sup> В. И. Гельштейн, Тез. докл. 2-й Всесоюзн. онкол. конф., 1958, стр. 71. <sup>5</sup> P. E. Hughes, Canc. Res., 18 (4), 426 (1958). <sup>6</sup> O. Ouchterlony, Acta Pathol. et Microbiol. Scand., 32, 231 (1953). <sup>7</sup> Л. А. Зильберидз, ДАН, 124, № 4 (1959). <sup>8</sup> R. D. Dallam, Arch. Biochem. and Biophys., 54, 24 (1955). <sup>9</sup> H. Svensson, L. Hagdahl, K. Lerner, Sci. Tools, 4, 1 (1957).



З. Г. БРОНОВИЦКАЯ

**ОКИСЛИТЕЛЬНОЕ ФОСФОРИЛИРОВАНИЕ В ПЕЧЕНИ ПРИ  
ДЕЙСТВИИ ВЫСОКОГО ДАВЛЕНИЯ КИСЛОРОДА И ВВЕДЕНИИ J<sup>131</sup>**

*(Представлено академиком А. И. Опариным 14 X 1958)*

Ранее нами было обнаружено, что при действии на животных (крыс и кроликов) чистого кислорода под давлением 6 атм. до развития у них тяжелого послесудорожного состояния содержание аденозинтрифосфорной кислоты (АТФ) в печени резко снижается (<sup>1</sup>). Этот факт требовал объяснения.

Падение уровня АТФ могло быть результатом либо понижения интенсивности ее синтеза, либо повышения ее расходования, а возможно — и тем, и другим.

Процесс дыхания связан с процессами фосфорилирования, вовлечением неорганического фосфора в процессы обмена с образованием макроэргических фосфорных соединений, в частности АТФ. Эта связь впервые была показана В. А. Энгельгардтом на эритроцитах и впоследствии подтверждена многочисленными исследованиями ((<sup>8-10</sup>) и др.).

Интенсивность процессов фосфорилирования выражается величиной коэффициента фосфорилирования Р/О, т. е. отношением количества эстерифицированного фосфора во время дыхания к одновременно потребленному кислороду.

Величина коэффициента фосфорилирования зависит от характера тканевого субстрата, условий опыта и в значительной степени от субстрата окисления (глутамат, сукцинат, оксипутират и др.) и колеблется в пределах 2—4 (<sup>2-4</sup>). Коэффициент фосфорилирования в опытах с печеночными митохондриями равен 3—3,4 (<sup>4</sup>).

Для решения вопроса о влиянии гипероксии на интенсивность процессов фосфорилирования АТФ в печени нами был исследован коэффициент фосфорилирования в печени крыс после воздействия на животных 6 атм. кислорода.

Опыт прекращали, когда у животных развивалось тяжелое состояние после бурных судорожных сокращений мышц всего тела.

Методика работы с барокамерой, ее конструкция и поведение животных в атмосфере высокого давления кислорода описаны нами в предыдущих сообщениях (<sup>1, 5</sup>).

Интенсивность дыхания определялась манометрически по количеству поглощенного кислорода в атмосфере воздуха без добавления субстрата при температуре 28,5°; количество неорганического фосфора — колориметрически после осаждения магниезальной смесью. Для изготовления препаратов печени мы пользовались методикой Тороповой, уменьшая количество ткани вдвое. Сосуды с реакционной смесью помещались на 10 мин. в термостат для уравнивания температуры; инкубация затем продолжалась 15 мин. По окончании инкубирования сосуды быстро переносились в смесь воды и льда и добавлялось 2 см<sup>3</sup> охлажденной трихлоруксусной кислоты (ТХУ). Щелочь во внутреннем отделении сосуда Варбурга просушивалась фильтровальной бумагой. Через 10 мин. после добавления ТХУ реакционную смесь фильтровали и брали по 0,2 см<sup>3</sup> для определения неорганического фосфора (НФ).

После добавления Mg-смеси проба на 20 час. оставлялась на холоду. Колориметрировали в фотоколориметре ФЭК-М, без светофильтра.

Контрольные пробы 10 мин. выдерживали при той же температуре, что и опытные, затем переносили в ванночку со льдом и обрабатывали охлажденной ТХУ. Следовательно, к началу отсчета поглощения кислорода в опытных пробах действие ферментов в контрольных пробах прекращалось добавлением ТХУ.

Разница в содержании НФ в контрольных и опытных пробах связана с инкубированием ткани в течение 15 мин.

Результаты опытов по определению Р/О печени крыс после действия на животных 6 атм. кислорода представлены в табл. 1.

Таблица 1

Окислительное фосфорилирование печени крыс после действия на животных 6 атм. кислорода. Газовая среда — воздух; конечная концентрация Р 0,008М, NaF 0,04М; 28,5°; инкубация 15 мин.

Контроль			6 атм. O <sub>2</sub>		
поглощ. O, мг-ат.	поглощ. Р, мг-ат.	Р/О	поглощ. O, мг-ат.	поглощ. Р, мг-ат.	Р/О
4,92	22,56	4,66	6,94	9,60	1,38
6,68	13,80	2,06	4,85	4,14	0,89
5,66	17,26	3,05	6,65	9,36	1,40
8,00	17,30	2,16	7,24	15,30	2,12
5,19	22,70	4,38	6,97	9,75	1,21
7,01	22,05	3,22	9,36	5,15	0,56
6,70	20,50	3,06	7,35	10,67	1,44
8,28	17,10	2,06	7,89	11,80	1,49
8,00	22,70	2,80	6,92	—	—
7,51	15,35	2,04	6,68	—	—
Среднее 6,80	19,13	2,81	7,09	9,47	1,34

Как следует из приведенных данных, интенсивность дыхания ткани печени животных, подвергшихся действию 6 атм. кислорода, практически не отличается от интенсивности дыхания контрольных животных. Наблюдается даже некоторая тенденция к повышению под влиянием кислорода: 6,80 мг-ат. поглощенного кислорода у контрольных животных и 7,08 мг-ат. у опытных.

Однако способность связывать НФ у опытных животных значительно снижена: 19,13 мг-ат. поглощенного Р у контрольных и 9,47 мг-ат. Р у опытных животных. Таким образом Р/О снижается у опытных животных вдвое.

Прямое определение АТФ в этом случае показало, что печень опытных животных синтезирует АТФ значительно менее интенсивно, чем печень контрольных животных.

Следовательно, при воздействии на животных кислорода под давлением в 6 атм. в печени необратимо нарушаются процессы фосфорилирования и связанное с ними накопление макроэргических соединений, из-за чего в свою очередь могут нарушаться процессы, связанные с потреблением АТФ. Этим, надо полагать, определяется пониженное содержание АТФ в печени животных, подвергшихся действию 6 атм. кислорода.

Физиологическим агентом, понижающим величину Р/О в печени, является также тироксин. Начиная с 1951 г. появились сообщения о влиянии тироксина на окислительное фосфорилирование. В опытах *in vitro* на митохондриях печени и почек крыс было показано, что добавление тироксина или трийодтиронина понижает Р/О (<sup>3, 4, 6</sup>). Тироксин, введенный *in vivo* и *in vitro*, понижает интенсивность включения Р<sup>32</sup> печеночными митохондриями (<sup>7</sup>). Введение животным тироксина интраперитонеально увеличивает

потребление кислорода митохондриями печени от 7,9 до 9,5  $\mu\text{г-ат}$ , но уменьшает Р/О от 3,2 у контрольных животных до 2,2 у опытных (<sup>4</sup>).

Ларди (цит. по (<sup>4</sup>)) была высказана гипотеза о том, что эффект действия тироксина на обмен веществ в организме животных определяется его способностью, как и динитрофенола, разобщать окисление и фосфорилирование. Пониженная работоспособность людей с тиреотоксикозом при увеличении основного обмена находит теперь, по его мнению, биохимическое обоснование.

Кребс (<sup>2</sup>) в обзоре по механизму окислительного фосфорилирования оценивает эту гипотезу механизма действия тироксина как вполне правдоподобную.

Исходя из наших данных о том, что пребывание животных в атмосфере высокого давления кислорода приводит к разобщению дыхания и фосфорилирования в печеночной ткани, и литературных материалов о разобщающем действии тироксина на процессы фосфорилирования и окисления, мы считали интересным изучить взаимодействия этих двух факторов.

Лучевое поражение щитовидной железы вызывалось  $J^{131}$ ; параллельно исследовалось влияние гипероксии.

10 кроликам был введен  $J^{131}$  в количестве 0,2 мКи на 1 кг веса животного. Спустя 12 дней после введения  $J^{131}$  они были разделены на две группы: в 1-й группе определялось Р/О при содержании их в обычных условиях; во 2-й группе определение Р/О производилось после пребывания животных в барокамере под давлением в 6 атм. кислорода до развития у них тяжелого послесудорожного состояния. Ежедневно в опыт бралось два кролика — один из 1-й группы, другой из 2-й группы. Кроме того, Р/О было определено у трех контрольных кроликов, содержавшихся в обычных условиях вивария. Результаты этой серии опытов представлены в табл. 2.

У животных 1-й группы ( $J^{131}$ ) интенсивность тканевого дыхания печени снижена на 25%, так же снижено связывание неорганического фосфора и незначительно понижена величина Р/О (3,51 — у здоровых и 2,97 — у йодированных животных). В этих условиях гипофункция щитовидной железы, которая должна была развиться вследствие введения  $J^{131}$ , не сказывается существенно на отношении Р/О, хотя дыхание, как и следовало ожидать, падает.

Очевидно, компенсаторные системы поддерживают нормальный уровень реакций фосфорилирования.

Когда же на животных дополнительно действует такой сильный фактор, как высокое давление кислорода (2-я группа), компенсаторная функция оказывается недостаточной — еще ниже падает потребление  $O_2$  (на 22% относительно 1-й группы), но значительно увеличивается связывание неорганического фосфора (относительно 1-й группы на 40%), отчего величина Р/О возрастает до 5,38.

Трудно представить себе сейчас, за счет какой энергии и каких механизмов возрастает интенсивность фосфорилирования в печени йодированных  $J^{131}$  животных после воздействия на них 6 атм. кислорода при пониженном потреблении  $O_2$ , хотя самый факт активации процессов фосфорилирования действием высоких давлений кислорода мы наблюдали в опытах *in vitro* на срезах коры головного мозга, гомогенатах сердечной мышцы и препаратах печени.

Таблица 2

Окислительное фосфорилирование печени (средние данные). Фосфатный буфер pH 7,4; конечная концентрация NaF 0,04M; 28,5°; инкубация 15 мин.

	Поглощ. $O_2$ $\mu\text{г-ат}$	Поглощ. P, $\mu\text{г-ат}$	Р/О
Здоровые животные	4,21	14,72	3,51
Животные через 12 дней после введения $J^{131}$	3,19	9,45	2,97
Животные, подвергшиеся действию 6 атм. $O_2$ через 12 дней после введения $J^{131}$	2,47	13,3	5,38



При действии на здоровых животных кислород под давлением в первой серии опытов (см. табл. 1) оказался фактором, понижающим интенсивность окислительного фосфорилирования при неизменном потреблении кислорода.

Во второй серии опытов, при действии 6 атм.  $O_2$  на животных, предварительно йодированных  $J^{131}$ , коэффициент фосфорилирования увеличивается. В этом случае действие кислорода под повышенным давлением оказывается близким к результатам, полученным в опытах *in vitro*.

Обнаруженная нами связь воздействия высоких давлений кислорода с функцией щитовидной железы на фосфорный обмен печени требует для своего разрешения дальнейших исследований.

Ростовский-на-Дону  
государственный университет

Поступило  
3 II 1958

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> З. С. Гершеневич, З. Г. Броновицкая, Биохимия, 20, в. 4 (1955).  
<sup>2</sup> Chemical Pathways of Metabolism, 1, 1954, стр. 162. <sup>3</sup> G. F. Mally, H. A. Lardy, J. Biol. Chem., 204, 435 (1953). <sup>4</sup> G. F. Mally, H. A. Lardy, J. Biol. Chem., 215, 377 (1955). <sup>5</sup> З. С. Гершеневич, З. Г. Броновицкая, А. А. Кричевская, Бюлл. эксп. биол. и мед., 28, 424 (1950). <sup>6</sup> F. Dickens, D. Salmon, Biochem. J., 64, 4, 645 (1956). <sup>7</sup> C. Martius, B. Hess, Arch. Biochem. and Biophys., 33, 486 (1951). <sup>8</sup> В. А. Белицер, Е. Т. Цыбакова, Биохимия, 4, 516 (1939). <sup>9</sup> J. Bana, S. Ochoa, R. Peters, Nature, 144, 74 (1939). <sup>10</sup> S. Ochoa, J. Biol. Chem., 151, 493 (1943).

Н. П. МАКСЮТИНА и Д. Г. КОЛЕСНИКОВ

ФУРОКУМАРИНЫ ПЛОДОВ ПАСТЕРНАКА ПОСЕВНОГО  
*PASTINACA SATIVA L.*

(Представлено академиком А. И. Опариным 3 XI 1958)

Пастернак посевной — *Pastinaca sativa L.* — двулетнее травянистое растение семейства зонтичных, распространенное почти по всей Европе и повсеместно в СССР. Растет на сорных местах, на полях, лугах и огородах. Культивируется ради сочных, сладковатых, ароматических корней, употребляемых в пищу. Семена его имеют довольно приятный запах и употребляются иногда в качестве приправы, как пряность.

С лекарственной целью в народной медицине используется отвар корней пастернака посевного при лихорадке и почечных камнях (<sup>1</sup>). В литературе имеются также указания, что пастернак посевной обладает способностью вызывать подкожную фотосенсибилизацию (<sup>2,3</sup>). Исследованиями Сойне, Абу-Шади и Ди Ганги (<sup>5</sup>) было установлено, что фотосенсибилизирующий эффект семян пастернака обуславливается наличием в них двух фурукумаринов — бергаптена и императорина. Бергаптен и императорин являются производными фурукумарина псоралена (<sup>4</sup>), который обладает самой высокой фотосенсибилизирующей активностью (<sup>6</sup>) и используется в качестве лекарственного препарата при лейкодермии и витилиго.

Из других видов пастернака был исследован только *Pastinaca oporapha*. Сухой млечный сок этого пастернака под названием опопанакс применялся для лечения кишечных расстройств, гастритов, спастических болей и некоторых других заболеваний (<sup>7</sup>). В опопанаксе обнаружено наличие эфирного масла, некоторых кислот и умбелиферона (<sup>8</sup>).

Наши исследования семян пастернака посевного были предприняты с целью получения из них веществ спазмолитического действия. Для работы были взяты семена пастернака сорта Студент, сбора 1955—1956 гг., выращиваемые в Краснодарском и Ставропольском краях. Применив метод хроматографического разделения веществ на окиси алюминия (<sup>9</sup>), мы смогли получить из семян пастернака семь кристаллических веществ. По фармакологическим данным, одно из выделенных веществ, названное нами пастинацином, обладало ярко выраженными спазмолитическими свойствами, вызывая расширение сосудов сердца, печени, почек и других внутренних органов в концентрациях  $1 \cdot 10^{-7}$  и выше (<sup>10</sup>). Клинические наблюдения \* показывают, что пастинацин является эффективным спазмолитическим средством и может применяться для лечения некоторых форм стенокардии.

Другие вещества, выделенные из семян пастернака, обладали либо кратковременным, по сравнению с пастинацином, сосудорасширяющим действием (вещества (1), (3), (5), (6) — см. ниже), либо прямо противоположным действием, т. е. вызывали сужение сосудов внутренних органов (вещества (2) и (7)).

Изучением химической структуры выделенных веществ было установлено, что все семь веществ при окислении перекисью водорода дают фурандин-

\* Клинические исследования проведены М. И. Шубовым (Харьков), М. И. Золотовой-Костомаровой (Москва) и С. Н. Синельниковым (Харьков).

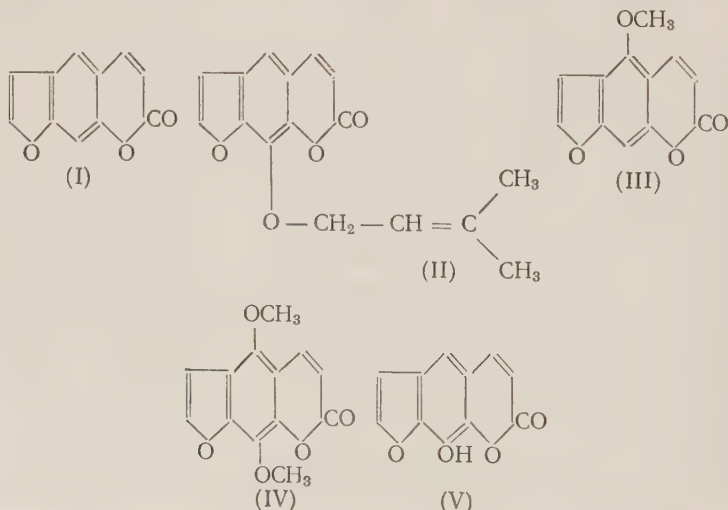
карбоновую кислоту и все имеют в своем составе кумариновый лактон, способный размыкаться в щелочной и замыкаться в кислой среде. Эти и другие данные физико-химического анализа позволяют сделать заключение, что выделенные из семян пастернака вещества относятся к группе природных фурукумаринов. Полученные данные физико-химических исследований семи веществ семян пастернака приведены в табл. 1.

Таблица 1

	Вещество (1)	Вещество (2)	Вещество (3)	Вещество — пастинацин	Вещество (5)	Вещество (6)	Вещество (7)
Т. пл. (на блоке), °С	100 — 102	189 — 191	145 — 147	124 — 138	149 — 151	240 — 244	140 — 144
Форма кристаллов	плотн. призмы	белые длинн. иглы	белые кр. призмы	тонкие иглы	желтые иглы	белые ромбы	белые иглы
Растворимость							
в воде	не раств.	оч. трудно	трудно	трудно	трудно	трудно	трудно
в хлороформе	легко	раствор.	легко	легко	легко	раствор.	легко
Мол. вес	270,0	216,5	247,4	217,2	246,3	202,24	217,0
Элементарный состав, %							
С	71,2	66,71	63,71	66,68	63,42	64,97	66,82
Н	5,36	3,70	4,27	3,75	4,10	3,07	3,81
Формула	$C_{16}H_{14}O_4$	$[C_{12}H_8O_4]$	$C_{15}H_{10}O_5$	$C_{12}H_8O_4$	$C_{13}H_{10}O_5$	$C_{11}H_8O_4$	$C_{12}H_8O_4$
Наличие лактона	+	+	+	+	+	+	+
Образование фурандикарбоновой кисл.	+	+	+	+	+	+	+
Наличие разветвл. боковой цепи	+	—	—	—	—	—	—
Число метоксильов	1	1	2*	1	2	—	1
Выход, %	0,08 — 0,1	0,08	0,042	0,1	0,002	0,001	0,0012

\* Положение метоксильов доказано получением хинона (12).

Сравнивая свойства полученных веществ с известными фурукумари-нами, мы пришли к заключению, что (1), (2), (5) и (6) идентичны известным фурукумари-нам — императорину (II), бергаптену (III), изопимпинеллину (IV) \* и ксантотоксолу (V) \*, соответственно. Для подтверждения идентичности этих соединений был получен ряд производных. Так, (1) в высоком вакууме дает аллопроизводное, идентичное аллоимператорину; при кислотном гидролизе (1) отщепляет свободный фенол, идентифицированный с ксантотоксолом. При нитровании (2) получено нитропроизводное, идентичное нитробергаптену, а при сплавлении его со щелочью получен флороглюцин. Идентичность (5) с изопимпинеллином подтверждена получением хинона, а идентичность вещества (6) с ксантотоксолом — по отсутствию депрессии температуры плавления с фенолом императорина.



\* Идентифицировано по отсутствию депрессии температуры плавления с фенолом императорина.



Что же касается остальных трех веществ (пастинацина (3) и (7)), то их пока не удалось идентифицировать ни с одним из известных фурукумаринов. Состав и свойства наиболее активного соединения пастинацина, как видно из табл. 1, очень близки к свойствам бергаптена (2), и даже более того — эти два вещества имеют совершенно одинаковые значения  $R_f$  на хроматограммах на бумаге в восьми исследованных системах растворителей. Однако биологические свойства этих двух соединений, очень близких по химическому составу, прямо противоположны. Пастинацин вызывает расширение сосудов внутренних органов, а бергаптен суживает те же сосуды. Изучение химической природы этих трех веществ продолжается.

### Экспериментальная часть

**Выделение фурукумаринов.** Семена экстрагируют этиловым спиртом, спирт отгоняют, экстракт обрабатывают смесью хлороформа и петролейного эфира (1 : 4), и раствор хроматографируют на окиси алюминия. Вещества из колонки элюируют тем же составом растворителей. Вначале в элюат переходит зона, содержащая эфирное масло, за ней следует зона с желтовато-фиолетовой флуоресценцией в у.-ф. лучах, содержащая (1). После упаривания элюата из маслянистого остатка кристаллизуется (1) с т. пл. 96—98°.

Вслед за зоной, содержащей (1), в элюат переходит зона, с ярко-желтой флуоресценцией в у.-ф. лучах, содержащая (5). Элюат этой зоны упаривают, и остаток несколько раз перекристаллизовывают из этилового спирта. (5) кристаллизуется в виде желтых тонких войлочных игл с т. пл. 149—151°.

При дальнейшем элюировании хроматографической колонки смесью хлороформа и петролейного эфира (1 : 4) в элюат переходит зона, содержащая сумму пяти веществ ((2), (3), (4), (6) и (7)). Упаривая элюат до небольшого объема, кристаллизуют комплекс пяти веществ. Кристаллический комплекс растворяют при нагревании в бензоле и по мере остывания кристаллизуют (2) с т. пл. 189—191°. Маточник после отделения (2) упаривают, и остаток растворяют при нагревании в этиловом спирте. Через несколько часов наступает кристаллизация (3) в форме плотных сростков призм с т. пл. 145—147°.

Пастинацин выделяется из маточника после отделения (3). Он кристаллизуется в форме коротких, слегка желтоватых, игл с т. пл. 124—138°. Маточник после кристаллизации пастинацина упаривается, остаток растворяется в эфире. При стоянии выпадают кристаллы ромбической формы с т. пл. 240—244° (6). Далее маточник разбавляется трехкратным объемом петролейного эфира. При этом выделяется очень небольшое количество белых игольчатых кристаллов (7) с т. пл. 140—144°.

**Исследование фурукумаринов.** Для всех семи веществ, выделенных из семян пастернака, определены основные физико-химические свойства: температура плавления (на блоке Кофлера), растворимость, молекулярный вес, элементарный состав, форма кристаллизации. Эти данные для каждого вещества приведены в табл. 1. Все вещества исследованы на содержание в них кумаринового лактона, фуранового кольца, наличия разветвленной боковой цепи и количества метоксильных групп. Результаты анализа показали, что все вещества содержат фурановую и кумариновую группировки, и, следовательно, относятся к группе природных фурукумаринов. Боковую разветвленную цепь, способную отщепляться при кислотном гидролизе, содержит только (1) (императорин). Свободные метоксильные группы имеются у пяти веществ, из них одну содержат: (2) (бергаптен), пастинацин и (7); по 2 метоксила содержат (3) и (5). Вещество (1) после перекристаллизации из смеси бензола — петролейного эфира плавится при 100—102°. Состав его  $C_{16}H_{14}O_4$  соответствует императорину.

**Получение аллопроизводного (1) (аллоимператорина).** 0,5 г (1) изомеризуется при 200—205° и 0,01 мм в течение

5—8 мин. При 210—215° и 0,001 мм вещество сублимируется в форме ярко-желтых игл. После перекристаллизации из смеси хлороформ — петролейный эфир вещество плавится при 233° и имеет состав  $C_6H_{14}O_4$ . Полученное вещество по всем свойствам соответствует аллоимператорину <sup>(11)</sup>.

Гидролиз (1). 2,0 г (1) гидролизовали смесью ледяной уксусной и серной кислот по методу Шпета в сотр. <sup>(11)</sup>. При этом получен свободный фенол — фурокумарин состава  $C_{11}H_6O_4$  с т. пл. 240—244°, идентифицированный по всем свойствам с ксантотоксом.

Получение нитропроизводного (2) (нитробергаптена). 4,0 г (2) растирают с уксусной кислотой, затем прибавляют 100 мл  $HNO_3$ . Смесь охлаждают и через 20 мин. выливают в 4 л холодной воды. Выделившийся продукт отделяют, высушивают и перекристаллизуют из уксусной кислоты. Желтые призматические иглы нитропроизводного бурют при 230° и плавятся при 256° с разложением. Нитропроизводное (2) по всем свойствам идентично нитробергаптену.

Харьковский научно-исследовательский  
химико-фармацевтический институт

Поступило  
3 XI 1958

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> C. Sommer, Arch. d. Pharm., 148, 1 (1859). <sup>2</sup> H. W. Wan Urk, Pharm. Meek blad., 56, 1390 (1919). <sup>3</sup> V. Starck, Brit. J. Dermatol., 59, 40 (1947). <sup>4</sup> L. Musajo, Full. Soc. Chim. Fiol., 36, 88 (1954). <sup>5</sup> T. O. Soine, Hamed Abu Shady, F. E. Di Gangi, J. Am. Pharm. Ass. Sci. Ed., 45, 426 (1956). <sup>6</sup> L. Musajo, G. Rodighiero, G. Caporale, Chimica et Industria, 35, 13 (1953). <sup>7</sup> Dispensatory 1501 (1957). <sup>8</sup> A. Tschirch, A. Baur, Arch. d. Pharm., 209 (1895). <sup>9</sup> Н. Г. Максютин, Д. Г. Колесников, Мед. пром., 6, 12 (1958). <sup>10</sup> П. И. Берук, Фармакол. и токсикол. (в печати). <sup>11</sup> E. Späth, H. Holzen, Ber., 66, 113 (1933). <sup>12</sup> H. Thoms, E. Baetcke, Ber., 45, 3705 (1912).

М. С. РЕЗНИЧЕНКО, В. П. МОИСЕЕВА, Л. И. ПОЛОТНОВА  
и С. Е. ТУКАЧИНСКИЙ

## НЕКОТОРЫЕ ДАННЫЕ ОБ N-КОНЦЕВЫХ ГРУППАХ ГАММА-ГЛОБУЛИНА КРОЛИКА В НОРМЕ И ПАТОЛОГИИ

(Представлено академиком В. А. Энгельгардтом 22 VII 1958)

Выявление природы концевых групп белков и дальнейшее определение последовательности аминокислотных остатков в полипептидных цепях белковых молекул является важнейшим подходом при установлении структуры протеинов и отправной точкой при изучении динамических функций белковых веществ как в норме, так и патологии.

Применяя метод Сенгера (<sup>1</sup>) для определения N-концевых групп и метод Дотрево (<sup>2</sup>) для определения C-концевых групп, двое из авторов настоящего исследования с сотр. (<sup>3-5</sup>) определили природу N- и C-аминокислотных остатков глиаина пшеницы, что позволило поставить прогноз о количестве пептидных цепей, входящих в молекулу глиаина.

В настоящей работе мы поставили себе целью установить N-концевую характеристику  $\gamma$ -глобулина кролика, поскольку материалы в отношении этого важнейшего белка весьма ограничены, и изучить эффект рентгеновского облучения на  $\gamma$ -глобулин *in vivo*.

Под опытом было 6 кроликов (шеншиллы). Три опытных кролика были подвергнуты облучению (800 г), в результате чего у всех животных было констатировано острое развитие лучевой болезни, сопровождающееся резкой лейкопенией (1000—1500 лейкоцитов в 1 мл<sup>3</sup>). Кровь была взята у животных на 6 сутки после облучения.  $\gamma$ -глобулиновая фракция была выделена из сыворотки подопытных и контрольных животных осаждением спиртоводными смесями при низкой температуре по методу Кона (<sup>6</sup>). Для получения электрофоретически чистого  $\gamma$ -глобулина выделенный белок повторно переосаждался, и контроль чистоты препарата производился методом электрофореза на агаре (по методике, разработанной биофизической лабораторией Ленинградского института переливания крови (<sup>7</sup>)). Проведенный анализ показал, что полученный препарат содержал не менее 97%  $\gamma$ -глобулина.

От каждой группы животных было получено по 200 мг сухого препарата  $\gamma$ -глобулина, которые были параллельно обработаны спиртовым раствором фтординитробензола. Полученные динитрофенилпроизводные  $\gamma$ -глобулинов нормальных и больных животных были одновременно гидролизованы в 5 мл 6 N соляной кислоты, и гидролизаты экстрагированы эфиром по методу, описанному нами ранее (<sup>3, 4</sup>). Две полученные фракции, содержащие N-концевые ДНФ-аминокислоты, — эфирная и воднорастворимая — были хроматографированы на бумаге ленинградской медленной.

Для хроматографирования в настоящей работе были применены три растворителя: 1) фенол, насыщенный водой; 2) фосфатно-цитратный буфер с pH 6,0; 3) смесь толуола, пиридина, этиленхлоргидрина и 0,8 N NH<sub>3</sub> в соотношении 10 : 10 : 1 : 1.

На рис. 1 приведены схемы наиболее характерных хроматограмм — в цитратно-фосфатном буфере и феноле.



Таблица 1

Фосф.-цитр. буфер pH 6,0					Фенол — вода				
Свидетель — ДНФ-производное	$R_f$ свидетеля	$R_f$ γ-глобулина		№ пятна	Свидетель — ДНФ-производное	$R_f$ свидетеля	$R_f$ γ-глобулина		№ пятна
		норм.	облуч.				норм.	облуч.	
Тирозин	0,19	0,19	—	I	Аспар. кисл.	0,37	0,37	0,37	1
Лизин	0,39	0,38	0,37	II	Глутам. кисл.	0,50	0,49	0,50	2
Глицин	0,69	—	0,68	III	Серин	0,63	0,64	0,63	3
Серин	0,72	0,73	0,73	IV	Глицин	0,78	0,79	0,81	4
Аланин	0,74	0,72	0,71	IV	Аланин	0,83	0,81	0,82	4
Аспарагиновая кисл.	0,84	0,84	0,83	V	Тирозин	0,84	0,83	0,85	5
Глутаминовая кисл.	0,84	0,84	0,83	V	Лизин	0,86	0,83	0,84	5

Цифровые данные, представляющие средние из десяти определений  $R_f$  пятен хроматограмм и свидетелей, приведены в табл. 1.

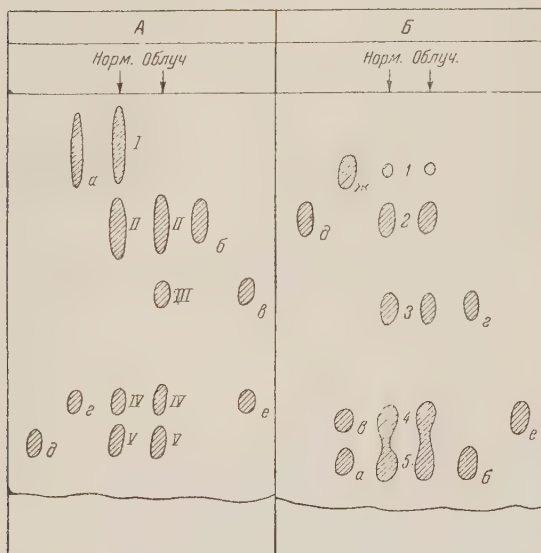


Рис. 1. Хроматограммы эфирной фракции гидролизатов ДНФ-производных γ-глобулинов кролика. А — цитратно-фосфатный буфер pH 6,0; Б — фенол — вода. Римскими и арабскими цифрами обозначены пятна γ-глобулина; номера соответствуют номерам пятен в табл. 1. а — жс — пятна свидетелей: а — ДНФ-тирозин, б — бис-ДНФ-лизин, в — ДНФ-глицин, г — ДНФ-серин, д — ДНФ-глутаминовая кислота, е — ДНФ-аланин, жс — ДНФ-аспарагиновая кислота

Как видим, для γ-глобулина нормальных животных характерны N-концевые группы, идентифицирующиеся на цитратно-фосфатных хроматограммах, остатки тирозина и лизина и столь же четко определяемые на фенольных хроматограммах остатки аспарагиновой и глутаминовой кислот и серина. Наличие N-концевого аланина можно констатировать только путем сопоставления  $R_f$  его и свидетеля в трех растворителях, так как ни в одном случае он не проявляется в виде отдельного пятна, но всегда совмещается с другими ДНФ-производными.

Хроматограммы ДНФ-производных γ-глобулина группы больных животных показывают, что среди N-концевых остатков γ-глобулина этой группы кроликов отсутствует ДНФ-тирозин и появляется новое пятно (III на рис. 1), идентифицированное в трех растворителях как ДНФ-глицин.

Итак, N-концевая характеристика γ-глобулинов здоровых и больных животных представляется в следующем виде:

N-концевые остатки	Норма	Облучение	N-концевые остатки	Норма	Облучение
Тирозин	+	—	Аланин	+	+
Лизин	+	+	Глутаминовая кисл.	+	+
Глицин	—	+	Аспарагиновая кисл.	+	+
Серин	+	+			

Обращаясь к литературным источникам, посвященным концевым группам  $\gamma$ -глобулина человека, кролика и других животных, необходимо отметить, что наши данные о нахождении в  $\gamma$ -глобулине кролика N-концевого аланина совпадают с данными, цитированными Бреннером<sup>(8)</sup>. Нахождение нами N-концевых серина, аспарагиновой и глутаминовой кислот подтверждается также данными Розвира и Смиса<sup>(9)</sup>, обнаружившими в  $\gamma$ -глобулине человека N-концевую глутаминовую кислоту, и Лао У-бо и Полглейза<sup>(10)</sup>, обнаружившими в том же  $\gamma$ -глобулине остатки аспарагиновой и глутаминовой кислот. Эти же авторы нашли в  $\gamma$ -глобулине быка N-концевые серин, аланин и аспарагиновую и глутаминовую кислоты.

Таким образом, к четырем уже известным N-концевым остаткам  $\gamma$ -глобулина нормальных кроликов, человека и быка добавляются идентифицированные нами в трех растворителях остатки тирозина и лизина.

Интерпретируя отмеченное нами изменение N-концевого состава  $\gamma$ -глобулина облученных животных по сравнению со здоровыми, можно высказывать предположение, что исчезновение концевого тирозина из патологического  $\gamma$ -глобулина было определено лучевыми факторами извне. Также можно полагать, что разрушающийся тирозин, потеряв оксibenзильную группу, переходит в простейший дериват — аминокусусную кислоту. Этим можно объяснить появление пятна ДНФ-глицина на хроматограммах патологического  $\gamma$ -глобулина в отсутствие этой концевой группы в нормальном  $\gamma$ -глобулине.

Наши выводы в некоторой мере подкрепляются данными Говинджи<sup>(11)</sup> и Хенох и Лапинской<sup>(12)</sup>. Первый из цитированных авторов отметил, что после освещения рентгеновскими лучами проростков *Cicer arietinum* в них повышается содержание аспарагина и глутамин и уменьшается (на 50%) содержание тирозина. Вторые из цитированных авторов<sup>(12)</sup> отмечают, что при действии  $\gamma$ -лучей на растворы аминокислот *in vitro* обнаруживается разрыв C — C-связей в углеродной цепи аминокислот, а при облучении фенилаланина и тирозина отмечается появление фенола.

Независимо от трактовки полученных данных факт изменения структуры  $\gamma$ -глобулина животных, подвергнутых воздействию лучей с короткой длиной волны, имеет несомненный интерес.

Ленинградский институт советской торговли

Ленинградский институт переливания крови

Поступило

20 VII 1958

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> F. Sanger, *Biochem. J.*, **39**, 507 (1945); **40**, 261 (1946). <sup>2</sup> M. Dautrevaux, G. Biserte, C. R., **240**, № 10, 1153 (1955). <sup>3</sup> М. Резниченко, Н. Мельтева, Л. Полотнова, Тр. научн. конф. Всесоюзн. научно-иссл. инст. зерна, **35**, 85 (1957). <sup>4</sup> Н. Мельтева, М. Резниченко, Биохимия, **23**, 372 (1958). <sup>5</sup> М. Резниченко, В. Векслер, А. Фрейман, Сборн. научн. тр. Ленингр. инст. сов. торг., **12** (1958). <sup>6</sup> E. Cohn, L. Strong et al., *J. Am. Chem. Soc.*, **68**, 459 (1946). <sup>7</sup> С. Тукачинский, В. Моисеева, Тез. докл. научн. сесс. Ленингр. инст. перелив. крови по пробл. лейкоза, **1**, 38 (1958). <sup>8</sup> М. Бреннер, *Chimia*, **7**, № 9, 198 (1953). <sup>9</sup> J. Roseweat, E. Smith, *J. Am. Chem. Soc.*, **80**, 256 (1958). <sup>10</sup> Lay Woon-Pok, W. Polglase, *Canad. J. Bioch., Phys.*, **35**, 39 (1957). <sup>11</sup> P. Govindjee, *Naturwiss*, **44**, № 6, 183 (1957). <sup>12</sup> М. Хенох, Е. Лапинская, ДАН, **110**, № 1, 125 (1956).

Член-корреспондент АН СССР Н. М. СИСАКЯН и Е. А. ПИНУС

## О МИТОХОНДРИАЛЬНЫХ ФАКТОРАХ, ВЛИЯЮЩИХ НА ГЛИКОЛИЗ

В предыдущей нашей работе <sup>(1)</sup> рассматривался вопрос о влиянии митохондрий, полученных из печени, на гликолитические реакции растворимой фракции гомогената мышц. Интерес к подобного рода исследованиям был вызван тем обстоятельством, что фракционирование гомогенатов ткани на отдельные клеточные элементы давало возможность подойти по-новому к изучению взаимоотношений окислительных и гликолитических процессов в клетке, поскольку основные окислительные процессы клетки сосредоточены в митохондриях, а гликолитические реакции локализованы в основном в растворимой клеточной фракции.

Ряд авторов, занимающихся подобного рода исследованиями, получили стимуляцию митохондриями гликолиза растворимой фракции <sup>(2, 3)</sup>, тогда как другие <sup>(4, 5)</sup> наблюдали, напротив, торможение аэробного гликолиза, что позволяло им связывать механизм действия митохондрий с пастеровским эффектом.

Дальнейшие работы в этом направлении <sup>(1, 6)</sup> обнаружили, что между гликолитическими процессами растворимой фракции и добавленными к ней митохондриями существуют сложные взаимоотношения. Оказалось, что характер действия митохондрий (тормозящий или стимулирующий) зависит от концентрации добавленных митохондрий и от субстрата, применяемого для гликолитической реакции.

Было установлено <sup>(1)</sup>, что большие концентрации митохондрий, соответствующие 800—1000 мг ткани, оказывают тормозящее действие на гликолиз, а малые, соответствующие 50—300 мг ткани, — стимулирующее, причем влияние митохондрий на гликолиз оказывается одинаково выраженным в аэробных и анаэробных условиях.

Обнаружилось, что тормозящее действие митохондрий проявляется на стадии между глюкозо-6-фосфатом и гексозодифосфатом, а стимулирующее — после стадии образования гексозодифосфата.

Оба эти фактора — тормозящий и стимулирующий, — оказались термолabile. Предварительная инкубация митохондрий при 37° в течение 30 мин. не изменяла активности ни одного, ни другого фактора.

В дальнейшей работе были предприняты попытки разделить эти два фактора. Опыты с разрушающими митохондриальную структуру агентами — такими, как дигитонин или дезоксихолат натрия — не могли быть использованы в данном случае, так как оба эти агента оказывали инактивирующее действие на ферменты гликолиза. Поэтому для разрушения структуры митохондрий нами применялось многократное замораживание и оттаивание препарата митохондрий, суспендированного в H<sub>2</sub>O или в 0,25 М растворе сахарозы. Как в том, так и в другом случае степень тормозящего и стимулирующего действия таких суспензий митохондрий на гликолиз почти не менялась. Следовательно, влияние как стимулирующего, так и тормозящего гликолиз митохондриальных факторов совершенно не зависит от структуры митохондрий.

При повторном центрифугировании водных или сахарозных суспензий митохондрий, подвергнутых замораживанию и оттаиванию, при 10 000—12 000 g центрифугат не обнаруживает никакого действия на гликолиз. Оба фактора остаются в осадке разрушенных митохондрий.

В последующих опытах стимулирующий фактор удалось извлечь из разрушенных замораживанием и оттаиванием митохондрий при суспендирова-



нии препарата митохондрий в солевом растворе (1 М NaCl). Тормозящая гликолиз активность при этом оставалась связанной с осадком.

Как уже указывалось, для проявления тормозящего гликолиз действия митохондрий требуется большая их концентрация. Это обстоятельство навело на мысль о возможной локализации тормозящего фактора в более мелких, чем митохондрии, гранулах, находящихся в виде примеси в препарате митохондрий. Для проверки этого предположения выяснилось влияние на гликолитическую активность микросомной фракции, осаждаемой при 25 000 g, а также фракции «легких гранул», которая получалась следующим образом. Основная фракция митохондрий осаждалась центрифугированием гомогената печени, — после удаления из него ядер, клеток и клеточных обломков, — при 5000 g и промывалась 0,25 М раствором сахаразы. Эта фракция в дальнейшем именовалась основной. Центрифугат, полученный после осаждения основной фракции, центрифугировался при 11 000 g; полученный осадок промывался и именовался легкой фракцией.

Результаты одного из опытов по влиянию полученных фракций на гликолиз приведены в табл. 1.

Как видно из табл. 1, тормозящая гликолиз активность сосредоточена в основном в легкой фракции. Добавление этой фракции в концентрации, соответствующей 1000 мг ткани печени, оказывает на гликолиз такое же действие, как и целые митохондрии, полученные из того же количества ткани. Отсюда следует, что тормозящее действие митохондрий, по-видимому, осуществляется в основном за счет легкой фракции, которая составляет около 25% от фракции целых митохондрий. Очевидно, незначительным содержанием этой фракции и объясняется необходимость больших концентраций митохондрий для проявления их тормозящей активности.

Основная фракция митохондрий в большинстве опытов совсем не имеет тормозящей активности или обладает ею в меньшей степени, чем легкая фракция, хотя количество белка в этой фракции в среднем в 3 раза больше, чем в легкой фракции.

Микросомная фракция совсем не оказывает тормозящего влияния на гликолиз.

Таким образом, можно считать установленным, что оба митохондриальных фактора термолабильны и их активность не зависит от структуры митохондрий. Стимулирующий фактор удается извлечь из разрушенных замораживанием и оттаиванием митохондрий, а активность, тормозящая гликолиз, оказывается локализованной в основном в легкой фракции митохондрий.

Интерес дальнейших исследований по выяснению природы и механизма действия митохондрий на гликолиз, особенно их тормозящего влияния, определяется важностью поисков естественных, внутриклеточных ингибиторов гликолиза, с которыми, возможно, связана регуляция соотношений окислительных — гликолитических процессов в клетке.

Поступило  
22 XII 1958

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> Н. М. Сисакян, Е. А. Пинус, Биохимия, 23, 904 (1958). <sup>2</sup> A. Graffi, E. I. Schneider, Naturwiss., 43, 376 (1956). <sup>3</sup> H. Tiedemann, I. Born, Biochem. biophys. acta, 27, 656 (1958). <sup>4</sup> A. C. Aisenberg, B. Reinafarje, V. R. Potter, J. Biol. Chem., 224, 1099 (1957). <sup>5</sup> A. C. Aisenberg, V. R. Potter, J. Biol. Chem., 224, 1115 (1957). <sup>6</sup> E. J. Schneider, A. Graffi, H. Bielka, L. Venker, Naturwiss., 44, 446 (1957).

Таблица 1

Сопоставление степени подавления гликолиза разными фракциями митохондрий и микросомами с содержанием белка в этих фракциях

Добавляемые фракции *	Подавление гликолиза, %	Содержание белка во фракциях в расчете на 1 г печени, мг
Целые митохондрии	39	7,9
Легкая фракция	37	2,0
Основная фракция	5	6,2
Микросомы	3	3,1

\* Каждая фракция взята в опыт в концентрации, соответствующей 1 г печени.

С. М. СТРЕПКОВ

## ИССЛЕДОВАНИЕ АНГИДРИДОВ ФРУКТОЗЫ ВЕГЕТАТИВНЫХ ОРГАНОВ *HELIANTHUS TUBEROSUS* L.

(Представлено академиком А. И. Опариным 3 XI 1958)

Известно, что в некоторых растениях содержатся низкомолекулярные фруктозаны — ди- и трифруктозаны <sup>(1)</sup>.

Дифруктозаны в виде ангидридофруктозанов были выделены Джексоном <sup>(2)</sup> из кислотного гидролизата инулина; при этом были изолированы три изомерных соединения: I — с удельным вращением  $+27,0^\circ$ ; II — с удельным вращением  $+13,8^\circ$ , III — с удельным вращением  $+135,6^\circ$ .

К природным нередуцирующим дифруктозанам относится вещество с удельным вращением  $+53,9^\circ$ , выделенное Шлюбахом <sup>(3)</sup> из клубней топинамбура; синистрин А с удельным вращением  $-25,3^\circ$ , выделенный Шлюбахом и Флорсгеймом <sup>(4)</sup> из луковицы *Scilla maritima* L., и аллиуминозид, выделенный нами <sup>(5)</sup> из луковиц *Allium sewerzowi* Rgl.

Редуцирующий дифруктозан с удельным вращением  $-34,1^\circ$  получен Фогелем <sup>(6)</sup> при термическом разложении инулина в присутствии глицерина. Пазур и Гордон <sup>(7)</sup> получили при неполном гидролизе инулина инулобиозу с удельным вращением  $-32,5^\circ$ . Однако строение редуцирующих дифруктозанов исследователями не было установлено.

К природным редуцирующим дифруктозанам относится согдианоза с удельным вращением  $-16,4^\circ$ , выделенная нами из корней *Eremurus sogdianus* Rgl. <sup>(5)</sup>.

Трифруктозаны, по-видимому, являются малораспространенными в природе соединениями, так как в настоящее время в литературе описаны только три трифруктозана. Один из них, с удельным вращением  $-29,6^\circ$ , получен Пиктэ <sup>(8)</sup> при нагревании инулина с глицерином; два других являются природными соединениями. Трифруктозан с удельным вращением  $-43,9^\circ$  выделен Тильмансом <sup>(9)</sup> из ржаной муки; трифруктозан полигонтин с удельным вращением  $-53,3^\circ$  выделен нами <sup>(5)</sup> из корневищ *Polygonatum sewerzowi* Rgl.

Некоторые фруктозаны были обнаружены в вегетативных органах растений. Графе и Вук <sup>(10)</sup> нашли в листьях цикория некоторое количество инулина, а Колэн <sup>(11)</sup>, изучая состав углеводного комплекса вегетативных органов топинамбура, констатировал образование инулина в черешке листа. Дедондэ <sup>(12)</sup>, применив метод хроматографии на бумаге, обнаружил в стебле топинамбура около десяти фруктозанов, однако из вегетативных органов растений фруктозаны не выделялись и не исследовались.

Применив метод дробной экстракции спиртом различной концентрации, мы выделили из древесины нижней части стебля топинамбура два фруктозана — редуцирующий дифруктозан и трифруктозан.

Дифруктозан выделен экстракцией горячим  $90^\circ$  спиртом в присутствии углекислого бария; трифруктозан выделен  $80^\circ$  спиртом. Отделение сопутствующих сахаров и очистка препаратов произведены хроматографически на колонке активированного угля под давлением: дифруктозан элюировался из колонки водой, трифруктозан — 5% спиртом.

Для ацетилирования фруктозанов 2 г вещества смешивались с 10 мл уксусного ангидрида и 20 мл сухого пиридина. Метилловые эфиры фруктозанов получены метилированием ацетатов по методу Хеуорзса (13) диметилсульфатом и йодистым метилом в присутствии окиси серебра. Очистка эфиров производилась переосаждением петролейным эфиром из бензолового раствора ацетатов и хлороформового раствора — метиловых эфиров.

Дифруктозан — вещество желтоватого цвета, растворимое в горячем спирте, оно восстанавливает фелингову жидкость, его редуцирующая способность 42%, с дрожжами — бродит. Эмпирическая формула C<sub>12</sub>H<sub>22</sub>O<sub>11</sub>.

Трифруктозан — вещество желтоватого цвета, растворимое в горячем (80—82°) спирте, не редуцирует, с дрожжами не бродит. Эмпирическая формула C<sub>18</sub>H<sub>30</sub>O<sub>15</sub>.

Основные свойства фруктозанов и их производных представлены в табл. 1.

Таблица 1

	Дифруктозан	Трифруктозан
Удельное вращение в воде при 20°	—26,3°	—22,3°
Гидролизуемость 1N H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> при 20°, мин.	136	169
Ацетат		
[α] <sub>D</sub> <sup>20</sup> в хлороформе	+14,2°	+ 8,5°
Мол. вес криоскопически в бензоле	658	930
Содержание CH <sub>3</sub> CO, %	50,2	47,9
Число CH <sub>3</sub> CO-групп	8	10
Метиловый эфир		
[α] <sub>D</sub> <sup>20</sup> в хлороформе	—35,47	36,35
Мол. вес криоскопически в бензоле	445	620
Содержание OCH <sub>3</sub> , %	54,5	49,11
Число OCH <sub>3</sub> -групп	8	10

Для установления строения фруктозанов метиловые эфиры последних гидролизировались 1% спиртовым раствором щавелевой кислоты на водяной бане в течение 12 час., а метиловый эфир редуцирующего дифруктозана после гидролиза щавелевой кислотой дополнительно гидролизовался 0,25%-м раствором соляной кислоты на водяной бане (при 80°) в течение 2 час. для отщепления метоксильной группы от C<sub>2</sub>-атома.

Разделение продуктов гидролиза метиловых эфиров фруктозанов производилось по способу Белла и Пальмер (14), видоизмененному Шлюбахом и Гешем (15), на колонке силикагеля. Продукты гидролиза метиловых эфиров фруктозанов в количестве около 1,5 г растворялись в 5 мл толуола и вносились в колонку силикагеля. Проявление колонки производилось первоначально толуолом, содержащим 0,33% этанола,— для элюирования тетраметилфруктоз; затем хлороформом, содержащим 5% *n*-бутанола,— для элюирования триметилфруктоз.

Таблица 2

Основные показатели продуктов гидролиза метиловых эфиров и фруктозанов

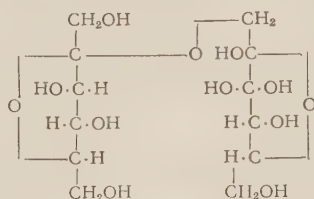
	Дифрук- тозан	Трифрук- тозан		Дифрук- тозан	Трифрук- тозан
I фракция — 1, 3, 4, 6-тетраметилфруктоза			II фракция — 3, 4, 6-триметилфруктоза		
<i>n</i> <sub>D</sub> <sup>20</sup>	1,4530	1,4516	<i>n</i> <sub>D</sub> <sup>20</sup>	1,4624	1,4660
<i>R</i> <sub>G</sub>	1,0	1,01	<i>R</i> <sub>G</sub>	0,85	0,86
[α] <sub>D</sub> <sup>20</sup> в воде	+28,6	+29,4	[α] <sub>D</sub> <sup>20</sup> в воде	+37,9	+37,6
Редукция, %	55,1	58,3	Редукция, %	50,2	49,8
Содержание OCH <sub>3</sub> - групп, %	52,68	52,78	Содержание OCH <sub>3</sub> -групп, %	41,78	41,72



Таким образом были получены две фракции продуктов гидролиза метиловых эфиров фруктозанов, основные константы которых представлены в табл. 2.

Соотношение метилфруктоз в метиловом эфире дифруктозана 692 : 658, или при пересчете на фруктозу 1 : 1.

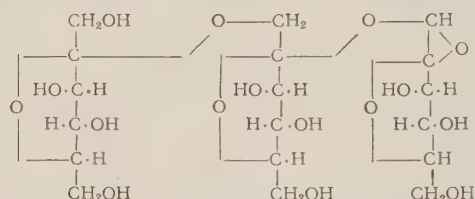
На основании полученных продуктов гидролиза метилового эфира дифруктозана строение последнего представляется в следующем виде:



Связь между фруктозными остатками осуществляется при посредстве 1 : 2 связи; наличие псевдокарбонильной группы в молекуле дифруктозана обуславливает его редуцирующую способность.

Метиловый эфир трифруктозана при гидролизе дает 1,3,4,6-тетрамethylфруктозу и 3,4,6-тримethylфруктозу в весовом соотношении 506 : 962 или в пересчете на фруктозу 1 : 2.

На основании полученных продуктов гидролиза метилового эфира трифруктозана строение последнего можно представить в следующем виде:



Так как трифруктозан не редуцирует, то конечный фруктозный остаток не содержит псевдокарбонильной группы, которая исключается, вероятно, образованием внутреннего ангидрида.

Ульяновский сельскохозяйственный  
институт

Поступило  
28 X 1957

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> C. Wehmer, Die Pflanzenstoffe, 1—3, 1931—1935. <sup>2</sup> R. Jackson, E. McDonald, Bur. Stand. J. Res., 5, 1151 (1930); 6, 709 (1931). <sup>3</sup> H. Schlubach, H. Koop, Lieb. Ann. 504, 19 (1933). <sup>4</sup> H. Schlubach, W. Flörsheim, Ber., 62, 1491 (1929). <sup>5</sup> С. М. Стрелков, ЖОХ, 9, № 21, 1990 (1930). <sup>6</sup> H. Vogel, Ber., 62, 2980 (1929). <sup>7</sup> T. Pazur, A. Gordon, J. Am. Chem. Soc., 75, 3458 (1953). <sup>8</sup> A. Pictet, H. Vogel, Helv. chim. Acta, 11, 215 (1928). <sup>9</sup> I. Tillmans, Zs. Unters. Lebensmittel, 56, 26 (1928). <sup>10</sup> V. Grafe, V. Vouk, Biochem. Zs, 43, 424 (1912); 47, 320 (1912); 56, 249 (1913). <sup>11</sup> M. N. Colin, C. R., 166, 224 (1918); 179, 1186 (1924). <sup>12</sup> R. Dedonde, C. Buvry, C. R., 231, 790 (1950). <sup>13</sup> W. Haworth, H. Streight, Helv. chim. Acta, 15, 609 (1932). <sup>14</sup> D. Bell, A. Palmer, J. Chem. Soc., 1949, 2522. <sup>15</sup> H. Schlubach, A. Heesch, Lieb. Ann., 572, 114 (1951).

А. И. ШУЛЬМИНА и П. В. АФАНАСЬЕВ

### О КАТАЛАЗНОМ ПРОЦЕССЕ

(Представлено академиком А. Л. Курсановым 25 X 1958)

При каталазном процессе, как было показано ранее <sup>(1)</sup>, образуется в качестве промежуточного продукта реакции высшая перекись водорода. Существование во времени этого промежуточного продукта должно подчиняться законам стационарности. Это вещество должно возникать, накапливаться до максимальной концентрации и затем к концу каталазного процесса исчезать. Время, соответствующее максимальному накоплению высшей перекиси водорода, должно зависеть только от концентрации перекиси водорода.

Исходя из предложенной нами схемы каталазного процесса <sup>(1)</sup>, можно получить зависимость концентрации образующейся высшей перекиси водорода  $X_4$  от концентрации свободной каталазы  $F$  и от концентрации перекиси водорода  $S$  в виде

$$X_4 \cong \frac{k_4}{k_5} S (1 - e^{-k_1 k_5 F t / k_4}). \quad (1)$$

На основе этой же схемы процесса можно вывести зависимость концентрации свободного фермента  $F$  от общей концентрации фермента  $F_0$  и концентрации субстрата  $S$ :

$$F = \frac{F_0 - \frac{k_1}{k_2} S}{1 + 2 \frac{k_1}{k_3} S + \frac{k_1}{k_2}}. \quad (2)$$

Подставляя (2) в (1), получим зависимость концентрации образующейся при каталазном процессе высшей перекиси водорода  $X_4$  от общей концентрации фермента  $F_0$  и концентрации субстрата  $S$ :

$$X_4 \cong \frac{k_4}{k_5} S \left[ 1 - \exp \left( - \frac{k_1 k_5}{k_4} \frac{F_0 - \frac{k_1}{k_2} S}{1 + 2 \frac{k_1}{k_3} S + \frac{k_1}{k_2}} t \right) \right], \quad (3)$$

где  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$ ,  $k_4$  и  $k_5$  — константы скоростей соответствующих реакций.

Анализ показывает, что функция (3) имеет максимум при положительном и вещественном значении  $S$ . Таким образом, концентрация высшей перекиси водорода, образующейся при каталазном процессе, максимальна при определенной концентрации перекиси водорода.

Целью настоящей работы было изучить экспериментально и теоретически зависимость концентрации образующейся при каталазном процессе высшей перекиси водорода от концентрации субстрата  $\text{H}_2\text{O}_2$ .

Нами была измерена кинетика каталазного процесса при одной постоянной концентрации каталазы (4γ/мл) и переменной концентрации перекиси водорода (0,005—0,650 мол/л). Температура опыта была постоянная и равна

$20,00 \pm 0,05^\circ$ . Растворы перекиси водорода и каталазы готовились на фосфатном буфере  $1/15$  M, pH 6,8. Определение высшей перекиси водорода производилось по описанному ранее методу (1).

На рис. 1 приведены данные по накоплению высшей перекиси водорода, определенные на основе экспериментальных кинетических кривых  $S(t)$ . Как видно из рис. 1, концентрация образующейся при каталазном процессе высшей перекиси водорода существенно зависит от концентрации субстрата  $H_2O_2$ .

На рис. 2 представлены зависимость максимальной концентрации образующейся при каталазном процессе высшей перекиси водорода от концентрации

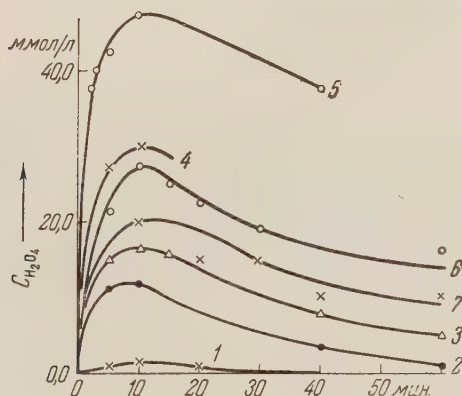


Рис. 1. Зависимость концентрации образующейся при каталазном процессе высшей перекиси водорода  $H_2O_4$  от времени. Концентрация  $H_2O_2$  (в молях на литр): 1 — 0,007, 2 — 0,025, 3 — 0,050, 4 — 0,100, 5 — 0,205, 6 — 0,270, 7 — 0,320

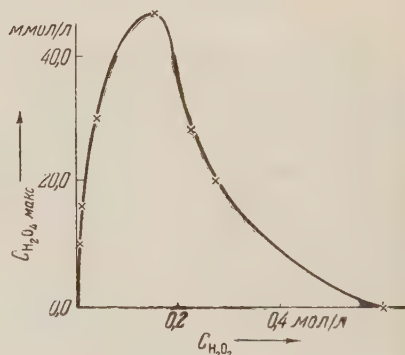


Рис. 2. Зависимость максимальной концентрации образующейся при каталазном процессе высшей перекиси водорода  $H_2O_4$  от соответствующей концентрации субстрата  $H_2O_2$

ции перекиси водорода. Максимум на кривой  $C_{H_2O_4} - C_{H_2O_2}$  соответствует 0,15 мол/л  $H_2O_2$ . Таким образом, экспериментальные данные хорошо согласуются с теоретическими ожиданиями.

Необходимо отметить, что аналогичная зависимость концентрации высшей перекиси водорода от концентрации перекиси водорода наблюдается при фотохимическом распаде перекиси водорода (2, 3). Это можно рассматривать как указание на существенное сходство ферментативного (каталазного) и фотохимического процессов распада перекиси водорода.

Представляло интерес сравнить характер зависимости скорости каталазного процесса и накопления высшей перекиси водорода от концентрации перекиси водорода. Зависимость скорости разложения перекиси водорода каталазой от  $F_0$  и  $S$  на основании предложенной схемы каталазного процесса должна иметь вид

$$v = 2k_1S \frac{F_0 - \frac{k_1}{k_2} S}{1 + 2 \frac{k_1}{k_3} S + \frac{k_1}{k_4}}$$

На рис. 3 представлена зависимость начальной скорости каталазного процесса, найденной графическим дифференцированием, от начальной концентрации субстрата  $H_2O_2$ . Из рис. 3 видно, что скорость каталазного процесса действительно зависит от концентрации субстрата согласно ожиданиям теории.

На основании принятой схемы механизма каталазного процесса следует полагать, что должен существовать параллелизм между зависимостью



скорости каталазного процесса от концентрации субстрата и зависимостью концентрации высшей перекиси водорода, образующейся при этом процессе, от концентрации субстрата. На рис. 4 приведена зависимость максимальной концентрации высшей перекиси водорода, образующейся при каталазном процессе, от начальной концентрации субстрата  $\text{H}_2\text{O}_2$ . Виден отчетливый параллелизм кривых рис. 3 и 4.

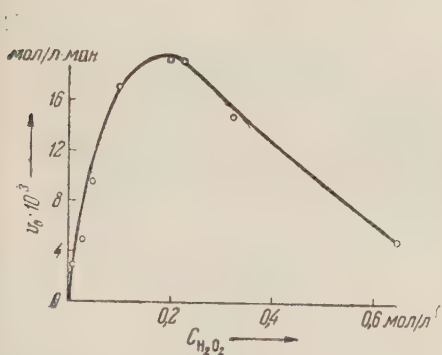


Рис. 3. Зависимость начальной скорости каталазного процесса от начальной концентрации субстрата  $\text{H}_2\text{O}_2$

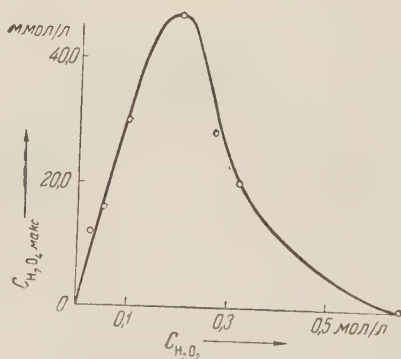


Рис. 4. Зависимость максимальной концентрации высшей перекиси водорода, образующейся при каталазном процессе, от начальной концентрации субстрата  $\text{H}_2\text{O}_2$

Приведенные экспериментальные данные о зависимости скорости каталазного процесса и концентрации высшей перекиси водорода, образующейся при этом процессе, от концентрации перекиси водорода соответствуют характеру закономерностей, выведенных теоретически. Это соответствие можно рассматривать как доказательство того, что предложенный механизм отражает в известной степени реальный каталазный процесс.

Институт биохимии им. А. Н. Баха  
Академии наук СССР

Поступило  
9 VI 1958

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> П. В. Афанасьев, А. И. Шильмина, ДАН, **115**, 759 (1957). <sup>2</sup> А. П. Пурмаль, ЖФХ, **19**, 846 (1955). <sup>3</sup> В. И. Веденеев, Г. Н. Герасимов, А. П. Пурмаль, ЖФХ, **31**, 1216 (1957).

И. А. БОРЗОВА

## К ВОПРОСУ О СТРУКТУРЕ ЭКЗИНЫ У СЕМ. ГУБООЦВЕТНЫХ

(Представлено академиком В. Н. Сукачевым 1 X 1958)

В качестве материала для палинологического изучения сем. Labiatae мы использовали преимущественно представителей этого семейства из Европейской части СССР. Основным способом обработки был ацетолизный метод Эрдтмана.

В морфологии пыльцы в числе других признаков большое значение имеет структура экзины. Изучение экзины губоцветных, рисунка ее поверхности и текстуры слоев, видной в оптическом разрезе пыльцевого зерна, выявило некоторые особенности, которые дополнительно изучались на срезах пыльцы.

Оптическое сечение экзины даже при небольших увеличениях позволяет видеть два слоя, за которыми удобнее пока оставить привычные термины экт- и эндэксина. В эктэксине в большинстве случаев хорошо заметна столбчатая текстура, причем нередко булавовидные утолщения верхушек столбиков, сливаясь, образуют тегиллум, выделяющийся в виде блестящей, сильно преломляющей свет пленки. Слегка выдающиеся головки столбиков обуславливают слабо выраженную скульптуру поверхности экзины. Сетчатый рисунок поверхности обычно связан с текстурой экзины: точечные стенки ячеек соответствуют просвечивающим рядам столбиков, видных в проекции. Граница экт- и эндэксина в оптическом сечении имеет вид волнистой линии. Эндэксина обычно тоньше эктэксина и отличается более высоким коэффициентом преломления. У многих представителей сем. Labiatae эндэксина не является гомогенным слоем: в ней также заметна столбчатость, несомненно связанная со столбчатостью эктэксина, но часто менее четкая. Создается впечатление, что столбики берут свое начало в основании эндэксина и проходят через всю толщу экзины. О самом внутреннем слое эндэксина — эндэксине по Эрдтману — мы здесь не говорим, так как он часто разрушается при ацетолизе.

Многие палинологи определяют эндэксину как слой гомогенный, лишенный заметной текстуры. Эрдтман (<sup>8,10</sup>) называет этот слой нэксинной и говорит, что он обычно бывает гомогенным, но указывает случаи, когда столбики берут свое начало именно в нэксине; приведенные им микрофотографии срезов экзины видов *Linum* и *Scabiosa* (<sup>9</sup>) иллюстрируют это.

Указанная особенность экзины губоцветных была проверена на срезах пыльцы ряда видов с применением фазовоконтрастной установки, которая дает возможность получить более четкое изображение структурных элементов. Помимо срезов, полученных нами, были просмотрены также срезы, сделанные в лаборатории проф. Эрдтмана и любезно нам им присланные, за что мы приносим проф. Эрдтману свою искреннюю благодарность.

На основании изучения срезов *Salvia nutans* L. и *S. verticillata* L. можно сказать, что у этих видов шалфея структурные элементы экзины имеют форму гимнастических гирь; головчатые утолщения из внешнего конца не сливаются (pilum по Эрдтману), и, следовательно, эксина этих видов лишена тегиллума. Отсутствие тегиллума становится очевидным только на достаточных тонких срезах при наблюдении с иммерсией и фазовоконтрастным при-

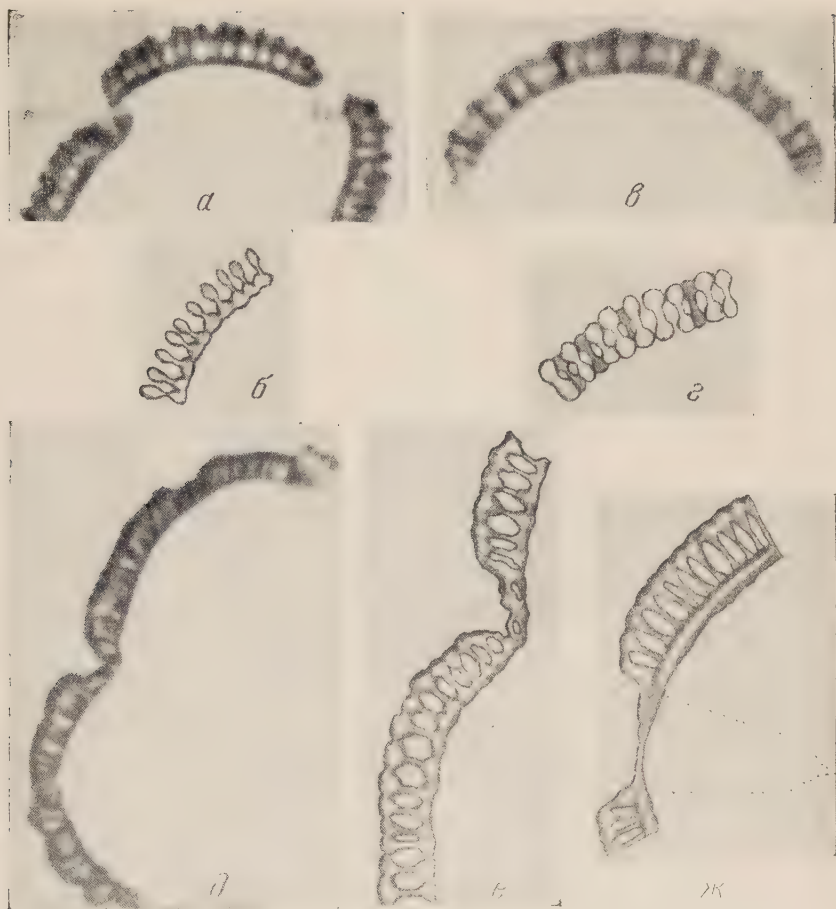


Рис. 1 *a, б* — *Salvia verticillata* L.: *a* — микрофотография среза пыльцевого зерна; *б* — рисунок участка того же среза.  $\sim 3000\times$ , *в, г* — *Salvia nutans* L.: *в* — микрофотография среза экзины, *г* — рисунок того же среза.  $\sim 3000\times$ , *д-ж* — *Lavandula spica* L.: *д* — микрофотография двух срезов пыльцевого зерна.  $2200\times$ , *е* — рисунок участка того же среза.  $\sim 3000\times$ , *ж* — рисунок оптического разреза экзины.  $3000\times$





способлением; при наблюдении с сухими системами почти соприкасающиеся между собой головчатые окончания столбиков, подстилаемые иногда следующим их рядом, создают полное впечатление тегиллума. Основания столбиков также утолщены, но эти утолщения более плотно соприкасаются (*S. nutans*) или даже сливаются (*S. verticillata*), образуя выделяющийся своей плотностью и коэффициентом преломления слой — эндэксину. Очертания этих утолщенных оснований дают те неровности, которые сообщают границам эндэкзины губоцветных характерную волнистость. Впечатление резкой границы между экт- и эндэксиной получается в месте перехода от этих внутренних утолщений к неслиявающимся столбикам (*bacula* <sup>(9,11)</sup>, *columnella* <sup>(15)</sup>). Примерно то же можно видеть на срезах пыльцы *Lavandula spica* L.: расширенные основания столбиков сливаются между собою, сохраняя свои очертания, и образуют эндэксину; естественно, что ее граница кажется более резкой при наблюдении оптического разреза, когда ее дают несколько просвечивающих рядов столбиков. Головки столбиков лаванды приплюснуты сверху и конусообразно сужены к столбикам; сливаясь или соприкасаясь, они образуют тегиллум.

Срезы делались с пыльцы, окрашенной основным фуксином. Оба слоя экзины и слагающие их структурные элементы окрашиваются довольно равномерно.

Куприянова <sup>(1)</sup> предлагает метод окрашивания использовать для разграничения слоев экзины, но для губоцветных это оказалось невозможным. В палинологической литературе по этому вопросу имеются разные сведения. Так, Фишер <sup>(11)</sup>, первый применивший методику срезов, утверждает, что окрашиваются оба слоя экзины, но внутренний — слабее. Куприянова <sup>(1)</sup> говорит, что фуксин окрашивает эктэксину и совсем не окрашивает эндэксину. По Фегри <sup>(3)</sup>, эндэксина не окрашивается при умеренном действии фуксина и окрашивается при интенсивном. Штэпа <sup>(4)</sup> указывает, что эндэксина сложноцветных окрашивается наиболее интенсивно и равномерно.

Проведение границ между слоями экзины и определение их признаков разными авторами дается также различно. Схема, которую дает Л. А. Куприянова <sup>(1)</sup>, очень наглядно это демонстрирует.

Огромные увеличения — до 40 000 раз и больше, которые дает электронное микроскопирование оболочки пыльцы, в какой-то мере объясняют эти разногласия. Эти увеличения пока не дают права говорить о каких-либо «принципиальных» различиях <sup>(1)</sup> между слоями экзины. Электронографии, прилагаемые к работам Афзелиус <sup>(5-7)</sup>, говорят, прежде всего, о различной плотности распределения частиц спорополленина (Афзелиус не считает возможным решить — макромолекул или более крупных морфологических единиц). Можно видеть, что в эндэксине спорополленин распределен с наибольшей плотностью; об этом говорит и Афзелиус <sup>(6)</sup>. Естественно, что это не может не отразиться на скорости впитывания фуксина или других красителей.

В структуре оболочки пыльцевого зерна *Clivia miniata*, изученной Афзелиус <sup>(6)</sup> с помощью электронного микроскопа, наблюдаются признаки, которые можно видеть у губоцветных со световым микроскопом: расширенные основания столбиков, сливаясь, образуют эндэксину (эктэксину по схеме Эрдтмана, принятой Афзелиус). Ошуркова <sup>(2)</sup>, излагая результаты этого исследования, возражает против того, что Афзелиус разные части столбиков относит к разным слоям экзины, тогда как по электронографиям усматривается их единое строение. Срезы пыльцы губоцветных говорят о том же, и нельзя не согласиться с тем, что проводимая нами граница между экт- и эндэксиной является условной. Однако все же целесообразно пока сохранить это подразделение: с обычными увеличениями светового микроскопа создается впечатление границы то более, то менее резкой, и аналитик отмечает ее независимо от того, какими структурными элементами сложены эти слои и за счет чего мы получаем это впечатление.

Приведенные Мюлеталером (<sup>13</sup>) электронографии экзины *Narcissus* показывают текстуру, близкую к описанной выше: утолщенные основания столбиков участвуют в образовании эндэксины, по-видимому сливаясь между собою.

То обстоятельство, что структурные элементы экзины такого же типа, как у *Labiatae*, встречаются среди *Amarillidaceae* (*Clivia*, *Narcissus*), семейства филогенетически далекого, говорит о том, что этот признак требует более детального изучения и в других семействах.

Московский государственный университет  
им. М. В. Ломоносова

Поступило  
31 X 1958

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> Л. А. Куприянова, Бот. журн., **41**, № 8, 1212 (1956). <sup>2</sup> М. В. Ошуркова, Бот. журн., **41**, № 3, 433 (1956). <sup>3</sup> К. Фегри, Бот. журн., **42**, № 1, 20 (1957). <sup>4</sup> И. С. Штэпа, Заметки по систематике и географии растений АН ГрузССР, Тбил. бот. инст., в. 20, стр. 54 (1958). <sup>5</sup> В. М. Afzelius, G. Erdtman, F. S. Sjöstrand, Svensk Bot. Tidskr., **48**, Н. 1, 155 (1954). <sup>6</sup> В. М. Afzelius, Bot. Not., **108**, F. I., 141 (1955). <sup>7</sup> В. М. Afzelius, Grana palynol., 1—2, 22 (1956). <sup>8</sup> G. Erdtman, Pollen Morphology and Plant Taxonomy, **1**, Angiosperma, Upsala, 1952. <sup>9</sup> G. Erdtman, Grana palynol., 1—2, 127 (1956). <sup>10</sup> G. Erdtman, Vishnu-Mittre, Grana palynol., 1—3, 6 (1958). <sup>11</sup> H. Fischer, Beiträge zur vergleichenden Morphologie der Pollenkörner, 1890. <sup>12</sup> J. Iversen, J. Troels-Smith, Dann. Geol. Unders., IV, R., **3**, № 8 (1950). <sup>13</sup> K. Mühlethaler, Mikroskopie, **8**, Н. 3/4, 103 (1953).



ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

А. С. КРУЖИЛИН и З. М. ШВЕДСКАЯ

**ВЛИЯНИЕ ЛИСТЬЕВ И КОРНЕВОЙ СИСТЕМЫ  
НА ДИФФЕРЕНЦИАЦИЮ ПОЧЕК И РОСТ СЕМЕННИКОВ  
ДВУХЛЕТНИХ РАСТЕНИЙ**

(Представлено академиком А. Л. Курсановым 15 X 1958)

В предыдущей работе нами <sup>(1)</sup> было показано, что почки семенников двухлетних моркови и свеклы, отделенные от корнеплодов, не яровизируются.

Нами также установлено, что у корнеплодов дифференциация почек происходит после яровизации, в период отрастания растений при повышенных температурах (выше 15°). Дифференциация почек у капусты осуществляется в процессе яровизации и медленного роста, который происходит при низких температурах, что ранее отмечали Васильевская и Лизгунова <sup>(2)</sup>. В связи с этим возник вопрос о влиянии отдельных органов растений на дифференциацию почек и формирование цветочных стрелок после завершения почками процессов яровизации при отрастании в условиях повышенных температур.

С этой целью были проведены следующие опыты: корнеплоды свеклы Бордо весом около 150 г и корнеплоды моркови сорта Нантская весом около 100 г яровизировались в гряднице. После яровизации, 7 IV 1958 г. они были высажены в вазоны. При этом в опыте было три основных варианта: 1) у растений оставлялся целый корнеплод — контроль; 2) у растений оставлялась  $\frac{1}{3}$  часть корнеплода (весом 50 г для свеклы и 16—17 г для моркови); 3) у растений оставлялась  $\frac{1}{10}$  —  $\frac{1}{15}$  часть корнеплода (весом 5 г для моркови и 10 г для свеклы).

При этом у одной половины растений каждого варианта листья систематически удалялись, у другой — оставлялись. Выращивание растений проводилось в теплой оранжерее при температуре выше 20°.

Наблюдения показали, что растения всех трех вариантов стрелковали, если у них оставлялись листья. В 1-м варианте, в случае если были сохра-



Рис. 1. Высота и мощность растений яровизированных семенников моркови в зависимости от величины корнеплода. Высадка 7 IV, фото 14 V 1958 г. 1 — целый корнеплод — стрелкование 21 IV; 2 —  $\frac{1}{3}$  часть корнеплода — стрелкование 28 IV; 3 —  $\frac{1}{10}$  часть корнеплода — не стрелкует

нены все появившиеся листья, растения стрелковали — у моркови через 2 недели, а у свеклы через 3 недели после высадки (рис. 1). Во 2-м варианте при наличии листьев стрелкование растений также не задерживалось. В 3-м варианте растения свеклы сильно отстали в росте, листья у них были мелкие, стрелкование наступило с опозданием на 5—6 дней. Растения моркови в этом варианте задержались в росте еще сильнее, стрелковали лишь в единичных случаях и с большим опозданием. Некоторые растения через 20—30 дней после высадки погибли. Следует отметить, что в процессе яровизации листья моркови и свеклы сохранялись в течение 60—80 дней.

Наблюдения показали, что удаление листьев задержало дифференциацию почек даже у растений 1-го варианта, где были оставлены целиком

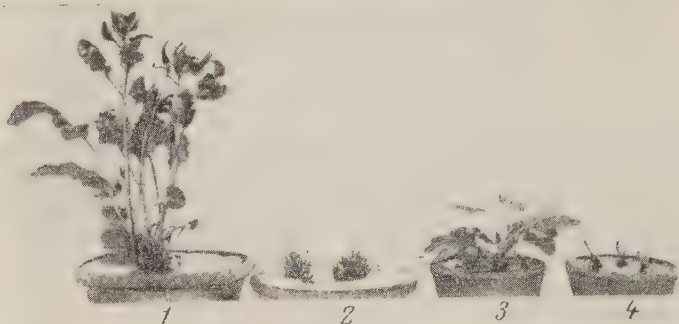


Рис. 2. Влияние собственных листьев при отращивании яровизированных семенников свеклы. Высадка 7 IV, фото 14 V 1958 г. 1 — целый корень, с листьями — стрелкование 1 V; 2 — целый корень, без листьев — не стрелкует; 3 —  $\frac{1}{15}$  корнеплода, с листьями — стрелкование 7 V; 4 —  $\frac{1}{15}$  корнеплода, без листьев — не стрелкует

корнеплоды. Тем более задержалось стрелкование растений 2-го и 3-го вариантов, где были удалены частично корнеплоды (рис. 2). Просмотр под микроскопом показал, что почки этих растений не были дифференцированы. Аналогичные результаты рядом авторов <sup>(3)</sup> получены при удалении листьев у яблони и других растений.

Таким образом, лист имеет большое значение в процессах дифференциации почек уже после яровизации, а также при формировании и росте цветочных стрелок. В этом отношении его не может заменить корнеплод. Известно, что при отрастании корнеплодов в темноте листья сильно редуцированы; несмотря на это яровизированные корнеплоды стрелкуют, хотя корневая система отсутствует. В этом отношении капуста также не является исключением. Дифференциация почек у ней проходит в процессе яровизации, т. е. при низкой температуре (0—5°); удаление листьев у рассады капусты задерживает процесс яровизации, а ее почки не дифференцируются. Наличие у рассады листьев, а у семенников — кочанов и кочерыг обеспечивает дифференциацию почек капусты при низких температурах.

После окончания яровизации, следовательно, почкам моркови и свеклы требуются какие-то питательные вещества для завершения дифференциации почек и дальнейшего их роста, которые поступают в растения из листьев или образуются в процессе отрастания последних. По нашим наблюдениям <sup>(4,5)</sup>, в период отрастания семенников после яровизации в растениях накапливается много моносахаров.

Большое значение в дифференциации почек и формировании цветочных стрелок принадлежит корнеплодам с их запасами питательных веществ



Только целый корнеплод при наличии листьев обеспечивает нормальную дифференциацию почек. Уменьшение веса корнеплода в 3 раза уже значительно ограничивает размеры растения, рост листьев и скорость дифференциации почек; процессы яровизации отделенных от растения почек происходят при величине корнеплода весом около 12—15 г даже в отсутствие корневой системы. При уменьшении веса корнеплода до 5—10 г из-за недостатка питательных веществ лист не может расти, а вследствие недоразвитости листа не может дифференцироваться почка и образоваться цветочная стрелка и бутоны.

В последующем, при отрастании же яровизированных почек и формировании у них листьев и цветочных стрелок, на дифференциацию почек начинает оказывать существенное влияние корневая система. Как только у отделенного кусочка корнеплода возникает корневая система, растение образует почти нормального размера листья, а позднее дает цветочные стрелки, независимо от величины и веса корнеплода. Почки таких корнеплодов также нормально дифференцируются. Например, при оставлении части корнеплода свеклы весом 10 г, но с развитой корневой системой, растения по срокам стрелкования и мощности развития не отличались от растений с корнеплодом в 50 г, также имевших хорошо развитую корневую систему (рис. 3). Наоборот, те из растений свеклы, которые не образовали корневой системы или у которых она была слабо развита, задержались в росте и запоздали в стрелковании на 4 дня. Растения, у которых корневая система не развивалась, были маленькими и при небольшой части корнеплода весом 10 г не стрелковали. Следует отметить, что при удалении части корнеплода корневая система появлялась пучками из камбиальных колец по периферии среза корнеплода.

Следовательно, оставление  $\frac{1}{3}$  части корнеплода с его питательными веществами лишь частично заменяет корневую систему в дифференциации почек и формировании цветочных стрелок, в то время как корневая система, если она своевременно сформировалась, полностью заменяет корнеплод в этом отношении. Этим подчеркивается важная роль корневой системы в синтезе органических веществ, которые необходимы для дифференциации почек и формирования цветочных стрелок. Например, известна роль корневых систем в синтезе органических кислот<sup>(6)</sup>.

Роль корневой системы в процессах роста и дифференциации изолированных почек была выявлена также в опытах с культурами почек, высаженными на питательные среды в стерильных условиях. В этих опытах неяровизированных сеянцев капусты, моркови и свеклы в возрасте 2 недель, а также у яровизированных семенников отделялись верхушечные почки и сажались в колбу на агар с питательной средой Геллера. Эти кол-



Рис. 3. Влияние корневой системы на рост и развитие яровизированных семенников свеклы. Высадка 7 IV, фото 14 V 1958 г. 1 —  $\frac{1}{3}$  часть корнеплода, с корневой системой — стрелкование 3 V; 2 то же, но без корневой системы — стрелкование 7 V; 3 —  $\frac{1}{15}$  часть корнеплода, с корневой системой — стрелкование 3 V; 4 и 5 — то же, но без корневой системы — не стрелкуют



бочки с почками помещались в камеру при 18—20° под лампы люминесцентного света. Через 5—7 дней почки образовали листочки, а через месяц у отдельных растений появились корни. У почек с корневой системой рост

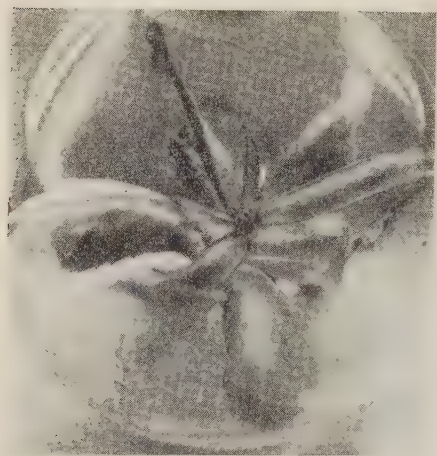


Рис. 4. Бутонизация изолированных яровизированных почек семенников капусты в стерильных условиях. Высадка почек 22 V, фото 30 VII 1958 г.

значительно ускорился, а яровизированные и дифференцированные почки семенников капусты через 2 мес. даже образовали бутоны (рис. 4). По видимому, возникшие корни не только ускорили подачу готовых питательных веществ, но и сами синтезировали различные вещества, что ускорило рост и дифференциацию почек.

Таким образом, можно заключить, что образование и развитие корневой системы, а также дифференциация яровизированных почек происходят только при наличии листьев. Корневая система влияет на дифференциацию почек и стрелкование косвенно, через листья. Листья даже в отсутствие корневой системы обеспечивают дифференциацию и стрелкование почек, но это возможно лишь при наличии в корнеплоде достаточного количества питательных веществ (около 1/3 части корня). Корнеплод, несмотря

на небольшую часть его (около 1/3), может обеспечить образование листьев и процессы яровизации, но дифференциация почек проходит лишь при наличии листьев и корневой системы.

Институт физиологии растений  
им. К. А. Тимирязева  
Академии наук СССР

Поступило  
11 X 1958

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> А. С. Кружилин, З. М. Шведская, *Агробиология*, № 3 (1957). <sup>2</sup> В. К. Василевская, Т. В. Лизгунова, *Тр. прикл. бот., генет. и селекц.*, 29, в. 2 (1951). <sup>3</sup> И. И. Туманов, Э. З. Гореев, *Тр. Инст. физиол. раст. АН СССР*, 7, в. 2 (1951). <sup>4</sup> А. С. Кружилин, З. М. Шведская, *ДАН*, 116, № 5 (1957). <sup>5</sup> А. С. Кружилин, З. М. Шведская, *ДАН*, 121, № 3 (1958). <sup>6</sup> А. Л. Курсанов, О. Н. Кулаева, *Физиол. раст.*, 4, в. 4 (1957).

Т. П. ЛУКАШЕВИЧ

РАЗВИТИЕ МОРФОЛОГИЧЕСКОГО СУБСТРАТА ПЕРИФЕРИЧЕСКОГО  
ОТДЕЛА ТАКТИЛЬНО-КИНЕСТЕТИЧЕСКОГО АНАЛИЗАТОРА  
ЧЕЛОВЕКА

(Представлено академиком Л. А. Орбели 29 IX 1958)

Деятельность тактильно-кинестетического анализатора человека формируется и развивается на разных возрастных ступенях в процессе развития ребенка (<sup>1,2</sup>).

В связи с этим представляет интерес изучить морфологическую динамику тактильно-кинестетического анализатора, в частности его периферического отдела, в первые годы жизни ребенка, характеризующиеся у детей большой двигательной активностью.

Существующие работы по изучению развития чувствительных окончаний в мышцах и коже посвящены описанию рецепторов без сопоставления с развитием функции тактильно-кинестетического анализатора (<sup>3-6</sup>).

Задача настоящей работы — проследить развитие проприо- и тактильных рецепторов в поверхностном сгибателе пальцев руки, в лучевом и локтевом сгибателях кисти и коже ладони у плодов, новорожденных и детей 2—4 лет и сопоставить степень развития чувствительных окончаний с формированием некоторых сторон деятельности тактильно-кинестетического анализатора детей этого возраста.

С этой целью в указанных мышцах и коже выявлялись нервные окончания путем импрегнации серебром по методам Кахал — Фаворского и Кампоса.

При просмотре препаратов плодов 6 мес. можно видеть, что исследованные нами ткани имеют богатую иннервацию. В мышцах плодов 6 мес. особенно много нервно-мышечных веретен. В этом периоде эмбриональной жизни нервно-мышечные веретена имеют сложное строение и почти не отличаются от таковых у взрослых. Нервные стволики, подходящие к нервно-мышечным веретенам, состоят из большого числа нервных волокон различного диаметра. Наиболее толстые, с отчетливой нейрофибриллярной структурой, подходят к экваториальной части веретена и проникают под капсулу, где неоднократно дихотомически делятся, уплощаются и оплетают как весь пучок мышечных волокон, так и его отдельные мышечные волокна, заканчиваясь на их сарколемме булавовидными и пуговчатыми утолщениями. Более тонкие и безмякотные нервные волокна, многократно делясь, образуют большое количество тончайших варикозных нитей, которые, густо переплетаясь, создают впечатление сети, оплетающей весь осевой мышечный пучок. На препаратах, полученных по методу Кампоса и докрашенных гематоксилином, отчетливо выявляется богатая ядрами соединительнотканная капсула веретена. В центральной части веретена, в месте наложения ветвлений нервного волокна, выявляется скопление пузырьковидных, плотно прилегающих друг к другу ядер.

У плодов 6 мес., наряду с дифференцированными нервно-мышечными веретенами, мы наблюдали ряд других чувствительных окончаний, нахо-

дящихся на различных стадиях своего развития; в их числе — рецепторы, расположенные в местах перехода мышцы в сухожилие в виде небольших веточек и кустиков, дихотомически делящиеся нервные волокна которых располагаются вдоль мышечных и сухожильных волокон, отдавая по ходу терминали, заканчивающиеся небольшими утолщениями.

В сухожилиях мышц, а также в межмышечной соединительной ткани можно видеть инкапсулированные тельца, которые к этому периоду внутриутробной жизни плода еще недостаточно дифференцированы. Нервное волокно телец, проникнув в капсулу, делится на несколько веточек (<sup>2-3</sup>), отходящих под острым углом друг к другу. Последние, слегка извиваясь, направляются к противоположному полюсу рецептора. Соединительнотканная капсула телец небольших размеров слабо выражена, едва намечающейся слоистостью.



Рис. 1. Инкапсулированный рецептор в сухожилии локтевого сгибателя кисти новорожденного. Ок. 10, об. 40×\*

Рецепторные приборы кожи плода 6 мес. еще не достигли своего полного развития. Наиболее дифференцированные из них — фатер-пачиниевы тельца — выявляются в глубоких слоях кожи, где располагаются группами (до 8—10) и одиночно. Они имеют довольно большие размеры, хорошо выраженную внутреннюю

колобу и наружную капсулу слоистого строения. Во внутренней колбе прослеживается осевой цилиндр нервного волокна, иногда заканчивающийся небольшим утолщением. В наружной капсуле тельца насчитывается большое количество слоев (до 20), тесно прилегающих друг к другу. В этом же периоде развития плода в ростковом слое эпителия кожи ладони выявляются небольшие кустиковидные рецепторы, тонкие и короткие волокна которых заканчиваются пучками и колечками.

К моменту рождения все выявленные нами рецепторы обнаруживают дальнейшую степень дифференцировки.

Кустиковидные рецепторы в местах перехода мышцы в сухожилие, усложняясь и увеличиваясь в размерах, оформляются в мышечно-сухожильные веретена. От большого количества терминалей, образующих мышечно-сухожильное веретено, отходят многочисленные коротенькие варикозные веточки, охватывающие большое число мышечных и сухожильных волокон.

Увеличиваются в размерах рецепторы, расположенные в сухожилиях мышц. Отчетливей выявляется слоистость их капсулы. Нервные волокна принимают извилистый характер и по ходу своему образуют несколько петель (рис. 1). Фатер-пачиниевы тельца кожи ладони новорожденного приближаются к дефинитивным формам. В них отчетливо выражены внутренняя колба и пластинчатый характер наружной капсулы, которая к этому периоду сильно увеличивается в размерах. Встречаются фатер-пачиниевы тельца, нервный аппарат которых имеет сложное строение. Проникнув во внутреннюю колбу, нервные волокна делятся на несколько веточек (3—4). От них, в свою очередь, отходят тоненькие извивающиеся волокна, которые в виде кисти идут вдоль тельца к его противоположному полюсу.

Высокой степени дифференцировки достигают рецепторы в ростковом слое эпителия. Небольшие кустиковидные окончания, которые мы видели у плода 6 мес., приобретают у плодов 7—7,5 мес. и новорожденных детей характер густых кустиков. Веточки последних по ходу своему и в местах переплетения образуют большое количество варикозностей.

\* Рис. 1—4 выполнены при помощи рисовального аппарата на уровне стола.



На отдельных препаратах плодов 7,5 мес., чаще — у новорожденных детей, в сосочковом слое кожи выявляются не наблюдавшиеся ранее развивающиеся осязательные тельца Мейснера. На препаратах видно, как нервные волокна, достигнув вершины соединительнотканых сосочков кожи, образуют небольшие узелки или петельки, отчетливо различимые лишь при иммерсионном увеличении (рис. 2).

Таким образом, можно видеть, что к моменту рождения рецепторный аппарат исследованных нами мышц руки и кожи ладони сформирован. Однако не все нервные окончания к этому периоду достигли своей полной морфологической дифференцировки. Одни из них — нервно-мышечные веретена и фатер-паучиниевы тельца — уже высоко организованы; другие — инкапсулированные тельца и мышечно-сухожильные веретена — несколько продвинулись в своем развитии; третьи — тельца Мейснера — находятся только на начальных стадиях своего формирования.

Особый интерес, естественно, представило для нас изучение морфологии чувствительных окончаний у детей 3—4 лет, поскольку у детей этого возраста удается выработать более дифференцированный ряд условных рефлексов, связанных с деятельностью тактильно-кинестетического анализатора.

На основании полученных нами гистологических картин можно сказать, что к 3—4 годам жизни ребенка чувствительные окончания в мышцах и коже руки достигают высокой степени развития. Так, у ребенка 4 лет мышечно-сухожильные веретена достигают больших размеров, охватывая значительную поверхность иннервируемой ткани. Нервные волокна рецептора дают начало многочисленным варикозным веточкам, концевые образова-

ния которых представляют собой петельки, сеточки и утолщения. Последних так много, что вместе взятые они напоминают собой большие грозди.

К 3—4 годам жизни ребенка инкапсулированные окончания, расположенные в сухожилиях мышц и в межмышечной соединительной ткани, резко увеличиваются в размерах, а ход их нервного волокна значительно усложняется. Проникнув в колбу, нервные волокна рецептора, заполняя всю его полость. Извиваясь и переплетаясь между собой, они образуют клубочки разной степени сложности. Хорошо выраженная капсула телец увеличивается в размерах, отчетливее выявляется ее слоистость (рис. 3).

В постнатальном периоде наиболее отчетливо проявляется развитие другой нейрогистологической структуры, связанной с функцией тактильно-кинестетического анализатора, — осязательных телец Мейснера. В первые месяцы жизни ребенка они значительно увеличиваются в размерах, а к 3 годам по своим размерам и по характеру ветвления нервного волокна и расположению специальных клеток тельца Мейснера почти не отличаются от

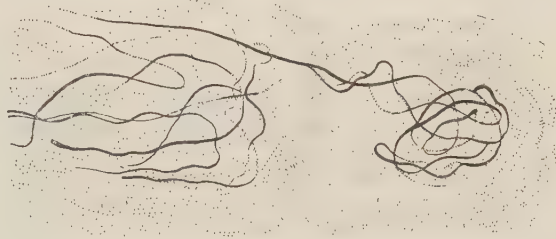


Рис. 2. Инкапсулированный рецептор в сухожилии лучевого сгибания кисти ребенка 3 лет. Ок. 7, об. 40X



Рис. 3. Развивающееся тельце Мейснера в коже ладони новорожденного. Ок. 10, об. имм.

таковых у взрослых. Безмякотные нервные волокна, войдя внутрь тельца, извиваясь и переплетаясь, образуют сложный клубочек нервных нитей, между волокнами которых располагаются специальные клетки, по-видимому глиальной природы (рис. 4).

Из сказанного видно, что к 3—4 годам жизни ребенка все нервные окончания исследованных мышц и кожи руки достигают высокой степени развития. Это позволяет нам провести некоторую параллель между отмеченной относительной морфологической зрелостью проприо- и тактильных рецепторов и функциональными способностями тактильно-кинестетического анализатора 3—4-летних детей.



Рис. 4. Тельце Мейснера ребенка 3 лет. Ок. 10, об. имм.

Проведенные нами опыты на детях 2—4 лет показывают, что дети 2-летнего возраста значительно уступают детям 3—4 лет в точности воспроизведения пассивных движений, в скорости образования условных связей, а также в тонкости дифференцирования формы и величины предметов. Например, в опытах с выработкой условных связей на вес предмета все дети 3—4 лет образовывали условные связи на 4—8—30 сочетаниях, тогда как некоторые дети 2 лет — только на 77—140 сочетаниях. Опыты показали, что дети 3—4 лет свободно могли отдифференцировать вес 60 и 100 г, 70 и 100 г, в то время как среди детей 2 лет это задание выполнили лишь отдельные испытуемые.

Полученные нами данные по морфологическому развитию проприо- и тактильных рецепторов и их сопоставление с формированием некоторых способностей тактильно-кинестетического анализатора детей 2—4 лет свидетельствуют о тесной связи развития функции с развитием структуры. Чем большей степени морфологической зрелости достигает рецепторный аппарат, тем (как об этом свидетельствует объективный метод выработки условных связей) более четко и дифференцированно воспринимает он те или другие определенные внешние стимулы, трансформируя их в нервные импульсы. Эти последние передаются на достаточно созревшие к этому времени корковые части тактильно-кинестетического анализатора (7).

Институт эволюционной физиологии им. И. М. Сеченова  
Академии наук СССР

Поступило  
24 IX 1958

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> К. Х. Кекчеев, Интерорецепция и проприорецепция и их значение для клиник, М., 1946. <sup>2</sup> Н. В. Суханова, Развитие тактильно-кинестетического анализатора у детей дошкольного возраста, Кандидатская диссертация, Л., 1954. <sup>3</sup> М. Д. Лавдовский, К эмбриологии нервных окончаний, СПб., 1873. <sup>4</sup> Н. И. Зазыбин, Тр. 1-й Гистологической конференции, 1935, стр. 266. <sup>5</sup> В. А. Латышев, Некоторые закономерности морфологической взаимосвязи нервной и мышечной системы. Диссертация, Краснодар, 1952. <sup>6</sup> О. И. Бабак, Тр. 1-й научн. конф. по вопр. возрастной морфол. и физиол., 1954, стр. 162. <sup>7</sup> М. Х. Самбаев, Формирование корковой части двигательного анализатора человека в периоде развития произвольных движений, Автореферат кандидатской диссертации, Самарканд-Воронеж, 1955.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ МОРФОЛОГИЯ

Ю. К. БОГОЯВЛЕНСКИЙ

**ВЛИЯНИЕ СТЕПЕНИ РАЗРУШЕНИЯ ЛИМФАТИЧЕСКИХ УЗЛОВ  
БЕЛЫХ КРЫС И КРОЛИКОВ НА ПОСЛЕДУЮЩУЮ РЕГЕНЕРАЦИЮ  
ПРИ ИХ ТРАНСПЛАНТАЦИИ**

(Представлено академиком К. И. Скрябиным 3 X 1958)

При изучении процессов регенерации рядом исследователей (<sup>1-9</sup>) был затронут вопрос о значении разрушения тканей на последующее восстановление. Было установлено, что восстановление поврежденной ткани в условиях нормального существования является универсальной реакцией организма и что течение и конечный результат регенерационного процесса стоит в определенной зависимости от характера и степени разрушения.

Однако работы Т. П. Виноградовой и Г. К. Хрущева показали, что чрезмерная травма и слишком большие деструктивные процессы не способствуют последующей регенерации, а заживление происходит путем грубого рубцевания.

Мы сочли небезынтересным выяснить влияние разрушения вообще и его степени на ход восстановительных процессов при трансплантации лимфатических узлов. Для этой цели были поставлены две серии опытов. В I серии лимфатические узлы пересаживались небольшими, в 1 мм<sup>3</sup>, кусочками по методу, предложенному Ф. М. Лазаренко (<sup>10</sup>) для культивирования тканей внутри организма. Во II серии опытов использовалась в общем сходная методика, но мелко нарезанный ножницами лимфатический узел с целью более глубокого разрушения дополнительно быстро растирался в маленькой ступке, и затем полученная кашка смешивалась, как и в опытах Лазаренко, с кусочками целлоидина и трансплантировалась. Необходимо подчеркнуть, что путем растирания мы добивались только более дробного измельчения кусочков, не ставя себе задачу пытаться разрушить все клетки трансплантата.

В обеих сериях брались подколенные лимфатические узлы и трансплантировались под кожу в область подмышечной впадины тому же животному (ауто трансплантация).

Всего было использовано для опытов 220 крыс 2,5-месячного возраста и 42 кролика в возрасте 3,5 мес.

Трансплантаты, извлеченные вместе с окружающей тканью, фиксировались в жидкости Ценкера через 3, 6, 9 и 12 час., а также через 1—10, 12, 15, 20, 30, 40 и 50 суток после пересадки. Объекты заключались в парафин. Срезы изготовлялись не толще 7 м и окрашивались по Маллори, кислым гемалауном по Мейеру и азур II — эозином.

Полученный нами фактический материал показывает, что у крыс и кроликов при пересадке как кусочками, так и в виде растертой до кашицы ткани лимфатического узла процессы разрушения и затем последующего восстановления протекают сходно с описанными нами ранее (<sup>11</sup>) при трансплантации целых узлов, но с некоторой задержкой во времени. И здесь большая часть трансплантата подвергается полному некрозу. В первую очередь дегенерируют лимфоидные клетки, а затем и ретикулярные. На первых этапах дегенерация клеток сопровождается самыми разнообразными изменениями



их ядер — пикнозом, кариорексисом, кариолизисом. Затем процесс идет более однообразно, и дегенеративные изменения ядер выявляются только в форме пикноза. На месте погибших клеток образуется детрит, который со временем постепенно разрушается в результате фагоцитоза вселившимися в трансплантат многочисленными лейкоцитами и макрофагами. Иногда некрозу подвергается вся трансплантированная ткань. Вообще же число погибающих трансплантатов в I и II сериях наших пересадок довольно велико и составляет в первом случае 33%, а во втором 46%, что значительно превышает процент неудач при тотальных пересадках (19%).

И здесь, при удачных опытах, в среднем через трое суток после пересадки, из сохранившихся ретикулярных клеток начинает образовываться характерный для регенерирующего узла узкопетлистый синцитий с широкими протоплазматическими перемышками. В образовании такого синцития принимают участие наряду с ретикулярными также адвентициальные клетки врастающих кровеносных сосудов. Участие в этом процессе клеток «эндотелия», располагающихся в лимфатическом узле по границе лимфоидной ткани с периферическим синусом, при настоящих методах пересадок установить не удалось, так как вообще эти клетки в измельченной ткани распознать совершенно невозможно.

В опытах с пересадками целых узлов мы видели, что основным источником для роста синцития является ретикулярный остов оставшихся живыми островков лимфоидной ткани. Их мы назвали очагами регенерации. В настоящих же опытах обеих серий сначала возникает синцитий из видоизменяющихся ретикулярных клеток, а затем уже его петли заполняются лимфоидными клетками.

Дальнейшее преобразование пересаженной ткани, заключающееся в формировании лимфоидных островков, является конечным при данных методах трансплантации. На этом регенерация останавливается, и нам ни разу не удалось увидеть ни вторичных узелков с центрами размножения, ни сформированного мозгового вещества узла с мозговыми шнурами.

Наблюдения над пересаженными измельченными узлами были закончены по прошествии 40—50 суток, считая с начала операции, так как к этому сроку все трансплантаты рассасывались, и мы видели только картины дегенерации и замещение пересаженных кусочков жировой тканью.

В общем все морфологические изменения, имеющие место при пересадке растертой ткани лимфатических узлов, подобны таковым при пересадке по Лазаренко. Разница только в количестве удачных опытов.

Таким образом, искусственное измельчение ткани лимфатических узлов у крыс и кроликов, независимо от степени разрушения, не ускорило явлений распада и последующего восстановления по сравнению с неразрушенными органами, как можно было бы ожидать, если первую стадию регенерации понимать лишь как механическое разрушение. Имея это в виду, можно сказать, что измельчение данного органа не является решающим фактором при последующей регенерации.

Институт морфологии животных им. А. Н. Северцова  
Академии наук СССР

Поступило  
12 X 1958

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> В. Казанцев, Roux' Arch., 121, 659 (1930). <sup>2</sup> И. М. Ефимов, Журн. эксп. биол., 7, 3, 352 (1931). <sup>3</sup> Л. В. Полежаев, ДАН, 22, № 9, 652 (1939). <sup>4</sup> Л. В. Полежаев, Усп. совр. биол., 24, в. 2, 247 (1947). <sup>5</sup> Т. П. Виноградова, Пересадка хрящей у человека, 1950. <sup>6</sup> Г. К. Хрущов, Природа, № 10, 9 (1952). <sup>7</sup> А. Н. Студитский, Изв. АН СССР, сер. биол., № 6, 6 (1952). <sup>8</sup> А. Н. Студитский, Тр. Инст. морфол. животн. им. А. Н. Северцова, 7 (1954). <sup>9</sup> А. Н. Студитский, Усп. совр. биол., 40, в. 1, 94 (1955). <sup>10</sup> Ф. М. Лазаренко, Арх. биол. наук, 34, 5—6, 707 (1934). <sup>11</sup> Ю. К. Богоявленский, ДАН, 113, № 3, 685 (1957).

Р. А. ДУРИНЯН

# О ПРЕДСТАВИТЕЛЬСТВЕ ТАЗОВОГО НЕРВА В THALAMUS OPTICUS КОШКИ

(Представлено академиком К. М. Быковым 20 X 1958)

Существенной задачей физиологии является изучение представительства афферентных систем на разных уровнях центральной нервной системы.

Ряд электрофизиологических и морфологических исследований позволили выяснить соматотопическое распределение представительства афферентных систем внутри заднего вентрального ядра таламуса кошки (Nucleus ventralis posterior). Методом регистрации первичных ответов внутри этого

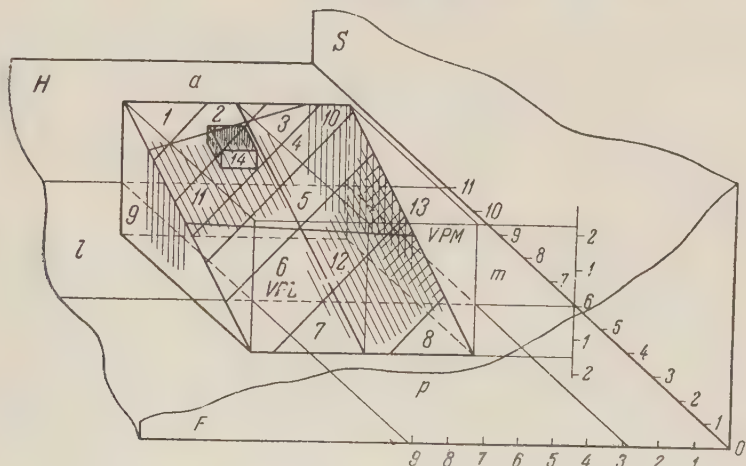


Рис. 1. Схема топического распределения афферентных импульсов внутри заднего вентрального ядра таламуса кошки (N. VP). F, S, H — нулевые плоскости координатной системы Хорсли — Кларка, VPL — задне-латеральная часть ядра, VPM — задне-медиальная часть ядра, а, л, р, т — передняя, наружная, задняя и внутренняя стороны ядра. 1 — хвост, 2 — крестцовая область, 3 — поясничная область, 4 — спина, шея, 5 — голова, 6 — лицевая часть головы, 7 — околоушная область, 8 — 2-я соматическая область, 9 — задняя конечность, 10 — передняя конечность, 11 — чревный нерв, 13 — блуждающий нерв, 14 — тазовый нерв

ядра была установлена топография представительства соматической чувствительности (1-я и 2-я соматические зоны, рис. 1) <sup>(7, 2, 4, 6)</sup>.

Не меньшее значение имеют исследования, установившие представительство интероцептивных афферентных систем в ядре. Проведенные работы показали, что зона чревного нерва широко перекрывает область представительства туловища, заходя частично на зону передней и задней конечности, и занимает дорсальную поверхность задне-латеральной части заднего вентрального ядра <sup>(8, 1)</sup>. Зона представительства блуждающего нерва расположена более вентрально в передне-медиальной части этого ядра и широко

перекрывает представительство лицевой части головы и околоротовой области. Здесь же, занимая наиболее медиальную и вентральную часть ядра, расположена зона представительства язычного нерва (<sup>3</sup>).

Таким образом, среди наиболее крупных и важных нервов, передающих импульсацию от внутренних органов в центральную нервную систему, неисследованным оставалось представительство тазового нерва. Этот пробел был восполнен в отношении коры лишь в последнее время (<sup>9</sup>). Было установлено, что 1-я зона представительства тазового нерва в коре больших полушарий мозга кошки расположена у крестовидной борозды, в области представительства седалищного нерва, а 2-я зона располагается в средней части передней эктосильвиевой борозды во 2-й соматической области представительства седалищного нерва (<sup>9</sup>).

Таковы краткие данные, послужившие поводом для исследования представительства тазового нерва в заднем вентральном ядре *Thalamus opticus*.

Исследования проводились в условиях острого опыта на взрослых котах весом 3,5—4,0 кг под нембутал-хлоралозным наркозом (нембутал 30—40 мг/кг, хлоралоза 40—50 мг/кг). Степень наркоза доводилась до полного подавления «спонтанной» биоэлектрической активности коры мозга.

Животное фиксировалось в стереотаксическом приборе. Оба полушария головного мозга обнажались, и удалялась твердая мозговая оболочка. Мозг постоянно орошался физиологическим раствором соответствующей температуры, а температура тела поддерживалась специальным обогревателем.

Нервы (седалищный и тазовый) раздражались серебряными электродами типа «пенал», одиночным конденсаторным ударом (напряжение 5—10 в, длительность импульса 0,2 мсек). Один из отводящих электродов помещался на поверхности коры в 1-й зоне представительства тазового нерва (<sup>9</sup>). Два погружных электрода с помощью стереотаксической техники вводились через толщу полушария в заднее вентральное ядро таламуса (правое и левое), согласно координатам Хорсли — Кларка, по данным стереотаксического атласа (<sup>5</sup>).

Погружной электрод представлял собой танталовую проволоку диаметром 0,3 мм, изолированную, за исключением конца, бакелитовым лаком при термической обработке. Кончик электрода длиной до 80 м, сточенный на конус, имел в диаметре 20—40 м. Индифферентный электрод закреплялся в костях лобной пазухи. Отводимые потенциалы регистрировались через усилитель на трехканальном катодном осциллографе и записывались на фотобумагу. Заднее вентральное ядро (N. VP) расположено в вентро-латеральном углу таламуса кошки и граничит: дорсально с задне-латеральным ядром (N. LP); вентро-латерально с ретикулярным ядром (RT); медиально с остальными ядрами вентральной группы — латеральным и медиальным (N. VL, N. VM).

Это ядро, согласно более новым данным (<sup>5</sup>), состоит из двух половин — задне-латерального ядра (N. VPL или Ext.) и задне-медиального ядра (N. VPM или Arg.) — и имеет следующие координаты в миллиметрах:

	N. VPL		N. VPM	
Фронтально (F)	7	11	6	10
Сагитально (S)	9	4,8	7,4	2,8
Горизонтально (H)	+2,5	—1,2	+2,2	—1,7

Учитывая, что кортикальное представительство тазового нерва расположено в зоне представительства седалищного нерва, справедливо полагать, что такое соотношение существует и в вентральном ядре. Поэтому вначале мы раздражали только седалищный нерв и отводили от контра- и ипсилатерально расположенных ядер потенциалы, пока не находили зону максимальной активности первичных ответов. Затем в пределах этой зоны, раздражая тазовый нерв, находили фокус максимальной активности (рис. 2).

Первичные ответы, вызываемые раздражением тазового нерва при отведении на контралатеральной стороне, представляли собой двухфазное по-



ложительно-отрицательное колебание с латентным периодом 5—8 мсек. и длительностью положительной фазы 15—40 мсек. (амплитуда положительной фазы 130—210  $\mu\text{в}$ , рис. 2 В, 1). Аналогичные ответы регистрировались

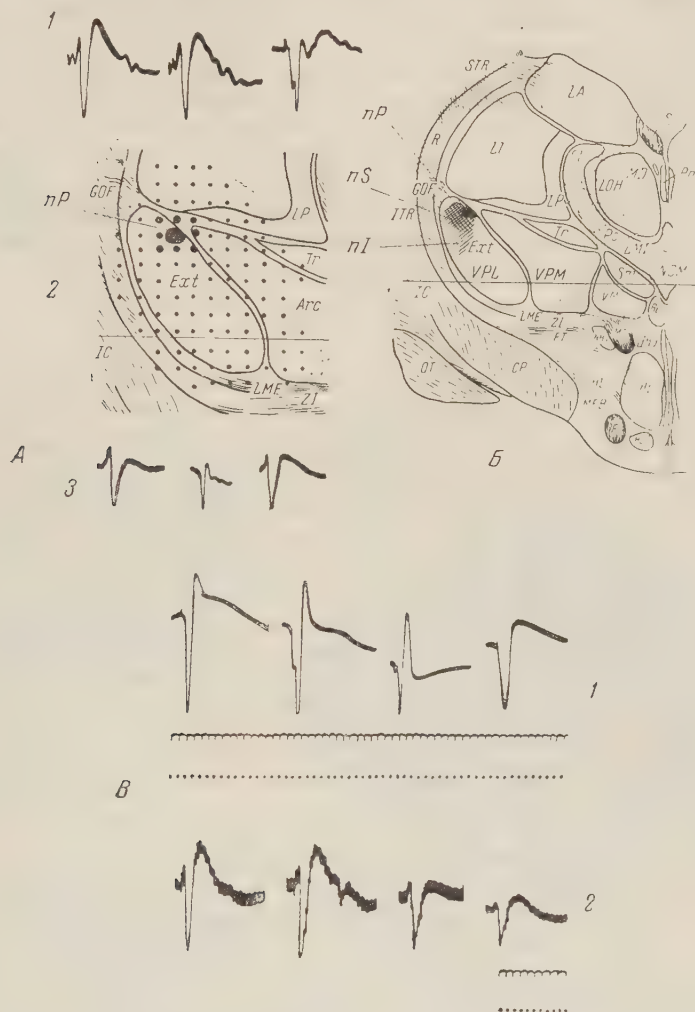


Рис. 2. Зона представительства тазового нерва в заднем вентральном ядре и потенциалы, отводимые в этой зоне. А: 1 — потенциалы, отводимые в точках, расположенных на 500  $\mu$  дорсальнее зоны представительства (точки среднего размера); 2 — заднее вентральное ядро таламуса; точки указывают положение кончика электрода при исследовании массы ядра; nP — зона представительства тазового нерва; 3 — потенциалы, отводимые в точках, расположенных на 500  $\mu$  вентральнее зоны представительства (точки среднего размера). Б: фронтальный срез мозга в плоскости 9—10; заштрихованный участок — зоны представительства седалищного (nI), чревного (nS) и тазового (nP) нервов. В: 1 — первичные ответы, отводимые в зоне представительства тазового нерва (латентный период 5—8 мсек., амплитуда 100—210  $\mu\text{в}$ , длительность 15—40 мсек); калибровка 100  $\mu\text{в}$ , отметка времени 20 мсек.; 2 — первичные ответы, отводимые в зоне представительства задней конечности при раздражении седалищного нерва (7—10 мсек., 130—280  $\mu\text{в}$ , 30—40 мсек.); калибровка 150  $\mu\text{в}$ , отметка времени 20 мсек.

при раздражении седалищного нерва, однако латентный период был равен 7—10 мсек. Длительность его составляла 30—40 мсек, а амплитуда 130—280  $\mu\text{в}$  (рис. 2 В, 2). Ответы, регистрируемые на ипсилатеральной стороне, имели латентный период на 1—2 мсек. больше ответов, регистрируемых

на контралатеральной стороне, и характеризовались более частой констатацией вторичных колебаний.

При передвижении кончика электрода из фокуса максимальной активности более чем на 100  $\mu$  в любом из трех взаимноперпендикулярных направлений отмечалось увеличение латентного периода на 2—3 мсек. Если же электрод удалялся больше чем на 500  $\mu$ , латентный период увеличивался до 15—20 мсек., а амплитуда положительной фазы уменьшалась до 60—100  $\mu$ В (рис. 2А). Исследуя последовательно всю массу ядра (N. VP) у 22 котлов, мы установили, что зона представительства тазового нерва (n. pelvicius) в заднем вентральном ядре расположена у дорсальной поверхности в задне-латеральной половине ядра (N. VPL), в передней его части на границе с задне-медиальной половиной (N. VPM) и частично перекрывает зону представительства крестцово-поясничной области, бедра и чревного нерва (<sup>7,8</sup>) и имеет в среднем следующие координаты (рис. 1 и 2В):

N. VP		
Фронтально	9	10
Сагиттально	6	7
Горизонтально	+2	+1,5

Следовательно, тазовый нерв представлен особой зоной в заднем вентральном ядре (N.VP); и, так же как на поверхности коры головного мозга, эта зона перекрывает область представительства седалищного нерва.

В конце каждого опыта мозг прижизненно перфузировался физиологическим раствором, затем 5% формалином, удалялся вместе с отводящими электродами и фиксировался в 10% формалине. После фиксации делались фронтальные срезы по 50  $\mu$ , параллельно каналу электрода; срезы красились гематоксилин-эозином, и под микроскопом контролировалось расположение кончика электрода в искомом ядре, при сравнении со стандартными микрофотографиями соответствующих фронтальных срезов, приведенных в стереотаксическом атласе.

Институт нормальной и патологической физиологии  
Академии медицинских наук СССР

Поступило  
7 X 1958

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> O. Aider, W. Geohagan, L. Ungewitter, J. Neurophysiol., 15, 131 (1952). <sup>2</sup> S. Cohen, H. Grundfest, J. Neurophysiol., 17, 193 (1954). <sup>3</sup> P. Dell, J. Physiologie, Paris, 44, 471 (1952). <sup>4</sup> R. Gaze, G. Gordon, Quart. J. Exp. Physiol., 39, 279 (1954). <sup>5</sup> J. Jimenez-Castellanos, J. Comp. Neurol., 91, 307 (1949). <sup>6</sup> R. Knighton, J. Comp. Neurol., 92, 183 (1950). <sup>7</sup> V. Mountcastle, E. Henneman, J. Neurophysiol., 12, 85 (1949). <sup>8</sup> H. Patton, V. Amassian, Am. J. Physiol., 167, 815 (1951). <sup>9</sup> К. М. Куланда, Бюлл. эксп. биол. и мед., 5, 3 (1957).

К. М. КУЛЛАНДА

ПРЕДСТАВИТЕЛЬСТВО N. N. PELVICI ET PUDENDI  
В КОРЕ МОЗЖЕЧКА КОШЕК

(Представлено академиком К. М. Быковым 23 X 1958)

В литературе имеются две работы, посвященные выявлению в мозжечке представительства висцеральных афферентных нервов методом регистрации первичных потенциалов. Одна принадлежит Деллю и Олсону (<sup>1</sup>), которые обнаружили в мозжечке представительство блуждающего нерва, другая, выполненная Виденом (<sup>2</sup>), — посвящена представительству чревного нерва.

Нами была предпринята попытка обнаружить в мозжечке зоны афферентного представительства nn. pelvici et pudendi.

В условиях острых опытов на 45 кошках под хлоралозным или нембуталовым наркозом исследовались биоэлектрические реакции коры мозжечка, возникающие при нанесении одиночных или ритмических раздражений электрическим током на центральные концы упомянутых нервов.

Опыты показали, что одиночный стимул, нанесенный на n. pelvici или n. pudendus, приводит к возникновению биопотенциалов, широко

распространенных по поверхности коры мозжечка (см. рис. 1). Однако сравнение полученных записей демонстрирует, что, несмотря на такое широкое распространение, в ряде зон коры потенциалы имеют более выраженную амплитуду. Беря величину последней за показатель «активности» той или иной зоны, возможно выделить ряд из них как наиболее «активные».

Из рис. 1 видно, что к таким зонам можно отнести поверхности l. anterior и lob. simplex с прилежащими к ним территориями, а также поверхности lobules paramedianus с обеих сторон.

Следует отметить, что обычно потенциалы, возникающие в пределах l. anterior и lob. simplex, имеют большую амплитуду, нежели потенциалы, отводимые от lobules paramedianus. Однако этим не исчерпываются различия между указанными зонами и регистрируемыми в них биопотенциалами.

Для того чтобы продемонстрировать сказанное, приводим на рис. 2

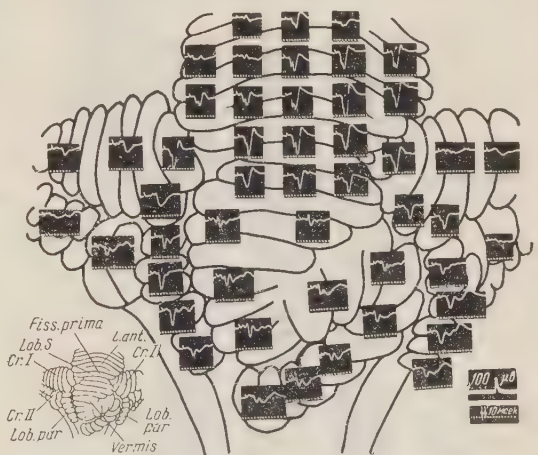


Рис. 1. Распределение биопотенциалов, возникающих в коре мозжечка при стимуляции правого тазового нерва. Кот № 172; опыт от 1 II 1957 г. Глубокий хлоралозный наркоз. Животное обездвижено диплацином. Интенсивность раздражающего тока 9,5 в. Монополярное отведение



фотомонтажи, составленные по материалам опыта, который заключался в следующем.

Центральный конец правого тазового нерва раздражался ритмическими ударами тока, следовавшими непрерывно с частотой 2 удара в 1 сек. Ис-

следующий электрод помещался в одной из указанных областей коры мозжечка, и производилась запись биопотенциалов, возникших на 6 последовательных стимулов. После этого электрод перемещался в следующую область и все повторялось снова, — и так до тех пор, пока не были исследованы все 20 указанных областей. Интервал между двумя соседними записями (в течение которого, разумеется, никаких раздражений на тазовый нерв не наносилось) равнялся 1 мин. По нашим наблюдениям этого времени было достаточно, чтобы восстановилась исходная степень возбудимости всех включенных в реакцию нервных образований (что специально проверялось). Больших интервалов между соседними записями мы не делали еще и потому, чтобы успеть произвести все 20 снимков в более короткое время, т. е. при более или менее одинаковом функциональном состоянии всего препарата. С той же целью исследование было построено так, что вначале производилась запись в области 14, затем в 8—1—2—9—15—16 и т. д.

Сравнение рис. 2 А и 2 Б показывает, что первый удар тока вызывает в мозжечке биопотенци-

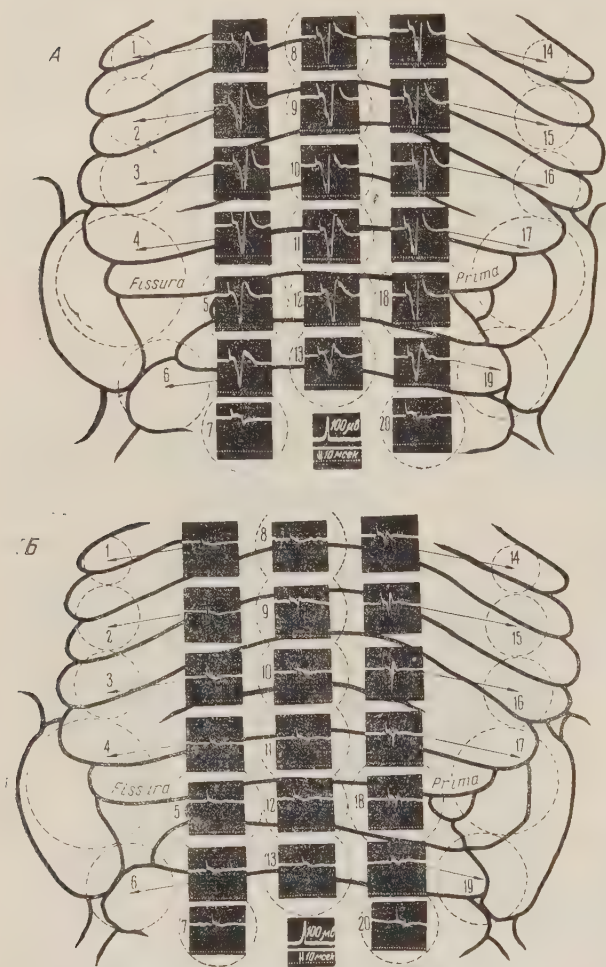


Рис. 2. Распределение биопотенциалов, возникающих в коре мозжечка при стимуляции правого тазового нерва ритмическими ударами тока. Кот № 118; опыт от 6 IX 1956 г. Глубокий хлоралозный наркоз. Интенсивность раздражающего тока 5,5 в, частота стимулов 2 в 1 сек. Монтаж из фотографий биопотенциалов, возникших в указанных областях (обведены пунктиром и отмечены цифрами 1—20) в ответ на первый (А) и второй (Б) удар тока

лы, широко распространенные по его поверхности (рис. 2 А). На второй удар ответы возникают уже на гораздо меньшей территории (рис. 2 Б) и, наконец, третий удар вызвал ответы лишь в ограниченном участке поверхности коры (зоны 15 и 16).

Данные этого опыта наводят на мысль о том, что для установления зон представительства в мозжечке того или иного афферентного нерва недостаточно учитывать только наличие или отсутствие биоэлектрического потенциала в ответ на раздражение этого нерва. По-видимому, потенциалы, возникающие при этом, имеют разный характер, точно так же как и зоны, в которых они регистрируются.

Выяснению этих вопросов и были посвящены дальнейшие опыты.

Прежде всего представлялось интересным проследить те изменения, которые претерпевает биопотенциал, зарегистрированный в наиболее активной зоне мозжечка при ряде раздражений афферентного нерва \*.

На рис. 3 представлены некоторые материалы такого анализа. Внизу рисунка расположена осциллограмма, демонстрирующая ряд ответов, зарегистрированных в мозжечке в зоне 1 (см. схему мозжечка справа вверху рисунка). Как видно, ответы на последовательное раздражение возникают с прогрессивно уменьшающейся амплитудой. Однако не только это свидетельствует о претерпеваемых ими изменениях. В левой части рисунка те же самые ответы, только сфотографированные с большим увеличением, расположены друг под другом. Ответу А в этой колонке соответствует ответ а на осциллограмме, ответу В — б и т. д. Сравнение ответов показывает следующее:

1. Первый биопотенциал, возникающий в мозжечке на первый удар тока, отличается от последующих биопотенциалов тем, что состоит из нескольких фаз, что видно из записи А. Последующие биопотенциалы, возникающие на последующие удары тока, представляют собой более простые двуфазные положительно-отрицательные колебания.

2. Более простые колебания, возникающие со второго удара тока, не остаются неизменными. На рис. 3 отчетливо видно, как от стимула к стимулу у них уменьшается амплитуда и возрастает латентный период (ср. В — Е). Если провести такое сравнение потенциалов в ряде зон мозжечка, а результаты сопоставить, то окажется, что они не везде одинаковы. На том же рисунке приведены два графика, иллюстрирующие это (ось абсцисс разделена на 6 равных частей, соответствующих 6 последовательным ударам тока по тазовому нерву). Обозначения на графиках соответствуют обозначениям, принятым на правой верхней схеме для зон мозжечка. Верхний график на рис. 3 показывает, что наиболее стойкий ответ возникает в зоне 1. Даже на шестой удар тока его амплитуда все еще превышала 40 мВ, в то время как в зонах 2—4 на тот же удар никакого ответа не возникло. Наименее стойкий ответ оказался в зоне 4, где уже на четвертый удар ответ не появился.

Из нижнего графика на рис. 3 видно, что ответы, регистрируемые в зоне 1, не только сохраняются при большем числе стимулов, чем во всех остальных зонах, и не только имеют при этом наибольшую амплитуду, но обладают также наименьшим латентным периодом. Например, на третий удар латентный период ответа в зоне 1 был около 18 мсек, а латентный период ответа в зоне 4 достигал 27 мсек. Можно еще отметить, что в зоне 1 снижение амплитуды ответов и возрастание латентного периода при ряде последовательных раздражений совершается более постепенно, чем при тех же условиях в других зонах.

\* Попутно отметим, что такие же явления были зарегистрированы нами и по отношению к седалищному нерву (n. ischiadicus).

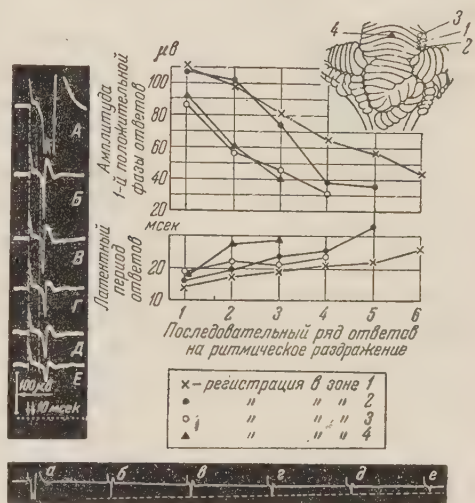


Рис. 3. Сравнение биопотенциалов, возникающих в ипсилатеральной части передней доли мозжечка при раздражении правого тазового нерва ритмическими ударами тока, — записи А—Е и а—е. Объяснение в тексте

Анализ приведенного материала, как нам кажется, дает основание для следующих заключений.

1. Путем регистрации биопотенциалов, возникающих в коре мозжечка на ряд последовательных раздражений, наносимых по афферентному нерву, можно выявить зону наибольшей активности, занимающую гораздо меньшую территорию, чем территория областей, в которых регистрируются потенциалы на первый удар тока.

2. В этой, выявленной таким образом, активной зоне можно выделить еще меньший участок, обладающий максимальной активностью — фокус максимальной активности (ФМА).

3. Существование ФМА, вероятнее всего, может быть непосредственно связано с тем, что именно в этой области коры мозжечка оканчиваются афферентные пути (или коллатерали от них), периферической частью которых является раздражаемый афферентный нерв.

4. Nn. pelvici et pudendi имеют свою зону представительства в мозжечке с ФМА, расположенным ипсилатерально на l. anterior (зоны 15 и 16, рис. 2).

Институт нормальной и патологической физиологии  
Академии медицинских наук СССР

Поступило  
17 X 1958

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> P. Dell, R. Olson, C. R. Soc. Biol., 145, 1084 (1951).    <sup>2</sup> L. Widen, Acta Physiol. Scand., 33, Suppl., 117, 69 (1955).



Г. И. МЧЕДЛИШВИЛИ

**ИССЛЕДОВАНИЯ ЛОКАЛИЗАЦИИ «ЗАМЫКАТЕЛЬНЫХ  
МЕХАНИЗМОВ» НА РЕГИОНАРНЫХ АРТЕРИЯХ МОЗГА  
(ВНУТРЕННИХ СОННЫХ И ПОЗВОНОЧНЫХ АРТЕРИЯХ)**

*(Представлено академиком И. С. Бериташвили 27 X 1958)*

Наши экспериментальные исследования показали, что в ответ на гемодинамические сдвиги в венозной системе мозга, наступающие при одновременном выключении всех яремных вен (т. е. в условиях начинающегося застоя крови в мозгу), происходит рефлекторное сужение сонных и позвоночных артерий, вследствие чего приток крови в головной мозг значительно ослабляется. Дальнейшие опыты обнаружили такую же компенсаторную реакцию регионарных артерий мозга при некоторых других расстройствах мозгового кровообращения; наконец, оказалось, что сужение этих сосудов можно вызвать адреналином. На основании всего этого нами было сделано заключение, что внутренние сонные и позвоночные артерии играют важную роль в регуляции мозгового кровообращения. Необходимо было выяснить, в каких отрезках указанных артерий может наступать сужение, т. е. где локализуется «замыкательный механизм».

Из-за своего анатомического расположения большая часть протяжения внутренних сонных и позвоночных артерий недоступна для прямых прижизненных наблюдений. Исследование этих артерий на гистологических срезах или коррозионных препаратах, полученных обычными способами, производилось и другими авторами, но не дало каких-либо результатов с интересующей нас точки зрения. И это понятно, так как в процессе умирания и обработки ткани состояние артерий сильно меняется, и это делает невозможным получить сведения об имеющемся при жизни функциональном состоянии сосудов.

Поэтому нами была разработана следующая специальная методика. Живым кроликам и собакам с помощью инъекционного прибора через внутреннюю сонную артерию в направлении мозга, медленно, при постоянном давлении (примерно, равном нормальному давлению в этих сосудах), вводился сначала 0,85% раствор NaCl (для вымывания крови из артерий), а затем 20% формалин в спирту (кроликам — до 50 мл, а собакам — до 500 мл), который быстро фиксировал стенки сосудов и, проникая в мозг, вызывал смерть животного. Предыдущие исследования <sup>(1)</sup> показали, что этот раствор прижизненно фиксирует стенки артерий — прежде, чем наступают заметные изменения их просвета. После фиксации сосуды мозга опять промывались 0,85% NaCl и медленно наливались 10% желатиной, окрашенной тушью; голова животного помещалась в холодильник до застывания желатины и фиксировалась в 10% формалине; затем производилась либо декальцинация кости, либо же выпрепаровка артерии, после чего ткань заливалась в целлоидин и приготавливались серийные микроскопические препараты. В других случаях в прижизненно фиксированные артерии вводился синтетический латекс, после чего все ткани головы животного корродировались в концентрированной соляной кислоте.

В результате изучения препаратов удалось обнаружить, что только определенные отрезки регионарных артерий мозга бывают обычно резко сужены и, несомненно, выполняют в организме роль «сфинктеров», регулирующих приток крови в головной мозг. Однако положительные результаты по-

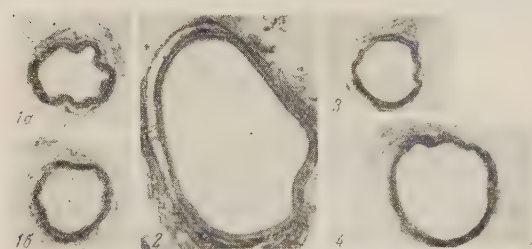
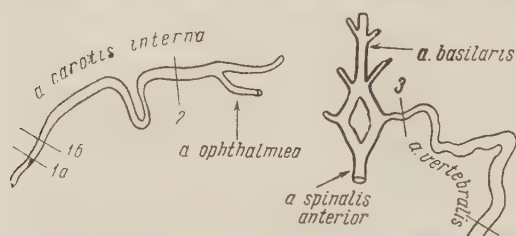


Рис. 1. Поперечные срезы прижизненно фиксированных внутренней сонной (внутрикостный отдел) и позвоночной артерий собаки. Ок. 4, об. 4×

лучаются не во всех случаях; это можно объяснить тем, что, во-первых, во время инъекции не всегда удастся поддерживать такое давление, которое искусственно не растягивало бы артерии (при заведомо высоком давлении сужения не обнаруживались) и, во-вторых, в процессе инъекции создаются условия, при которых нет возможности использовать известные нам способы, вызывающие сужение регионарных артерий мозга.

Изучение серийных гистологических срезов, а также слепков внутренних сонных и позвоночных артерий под микроскопом и измерение диаметра этих сосудов с помощью окуляр-микрометра показало, что просвет их сужен в определенных местах. У внут-

ренних сонных артерий в костном канале у собак и кроликов наиболее резко суженным бывает отрезок сосуда, расположенный вскоре после его

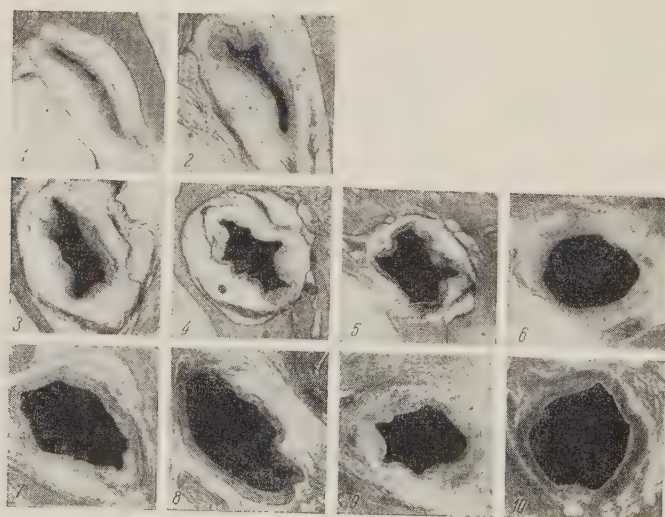


Рис. 2. Поперечные срезы прижизненно фиксированной внутренней сонной артерии кролика (внутрикостный отдел). Ок. 7, об. 4×

вхождения в пирамиду височной кости (рис. 1, а) где артерия нередко сужена почти до полного закрытия просвета (рис. 2); менее значительные сужения этой артерии обнаруживаются нередко и в других местах костного канала.

У позвоночных артерий сужение обнаруживается обычно в области их вхождения в полость черепа и их изгибов (рис. 1, б).

Обращает на себя внимание то обстоятельство, что в части случаев указанное сужение регионарных артерий мозга не концентрическое: отдельные части их стенки втягиваются в просвет, и последний принимает звездчатую или даже сплюснутую форму (рис. 2 и 3). Можно предполагать, что это зависит от направления мышечных пучков в стенках артерий, так как известно, что продольные пучки гладкомышечных волокон могут обуславливать появление «валиков» и «подушечек» в просвете артерий (литературу по этому вопросу см. (2)). В то же время прижизненная фиксация сосудов *in situ* в наших опытах являлась определенной гарантией против искусственного возникновения изменений формы сосуда в результате обработки ткани, на что указывалось в последнее время (3).

Измерения, проведенные на серийных срезах, дали возможность выяснить некоторые детали указанного сужения артерий. Так, в одном случае сильного сужения внутренней сонной артерии кролика оказалось (рис. 4), что а) величина просвета в области сужения более чем в 20 раз меньше, чем

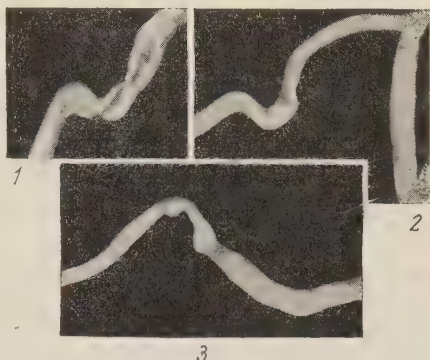


Рис. 3. Коррозионные препараты внутренней сонной (1) и позвоночной (2) артерий собаки, а также внутренней сонной артерии кролика (3), приготовленные после прижизненной фиксации этих сосудов. На препаратах ясно видно втягивание отдельных частей стенки в просвет сосудов

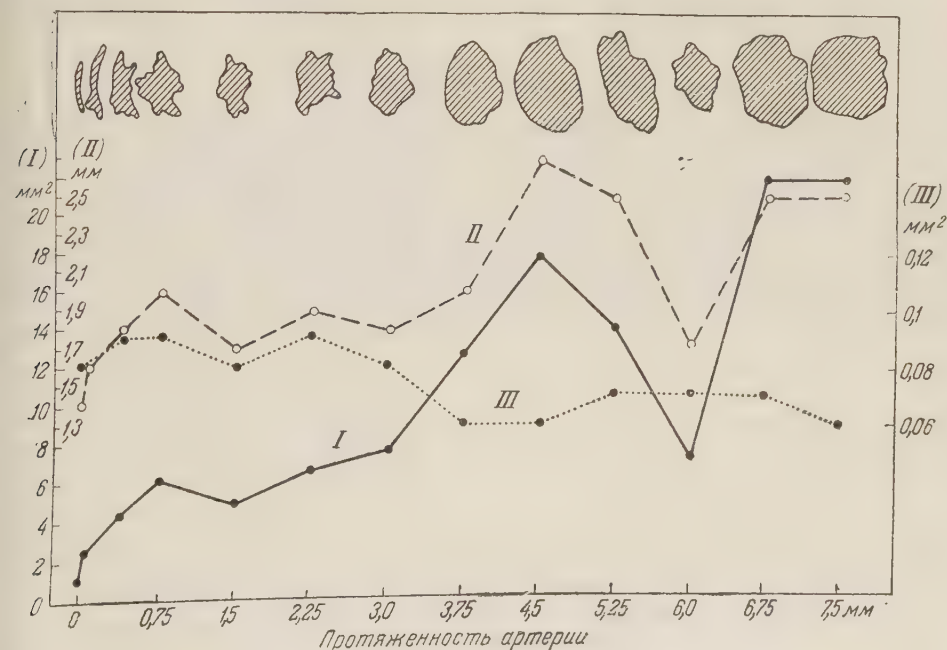


Рис. 4. Величина просвета (I), периметр (II) и площадь поперечного сечения (III) отрезка прижизненной внутренней сонной артерии кролика в области пирамиды височной кости. Сверху изображен просвет соответствующих участков артерии (ср. рис. 2)

ее просвет в области примерно на 5 мм кпереди (т. е. к периферии от сердца); б) в то же время периметр сосуда соответственно лишь в 2 раза меньше, от-



куда следует, что сужение артерии произошло главным образом за счет выпячивания отдельных участков стенки в просвет сосуда; в) толщина мышечного слоя на протяжении того же отрезка артерии отличается не столь значительно, а это свидетельствует о том, что «сфинктеры» или «замыкательные механизмы» здесь скорее функциональные, чем морфологические. Примерно такие же отношения имеют место в суженных местах позвоночных артерий.

Итак, наши исследования позволили, по-видимому, выявить, какие отрезки внутренних сонных и позвоночных артерий выполняют в организме роль «замыкательных механизмов», регулирующих приток крови в головной мозг. Регионарные артерии мозга с их характерными изгибами («сифонами») мало обращали на себя внимание других авторов. У животных они специально не исследовались<sup>(4)</sup>, и только недавно появились подробные анатомические исследования внутренних сонных артерий у приматов<sup>(5)</sup>. Изучены также некоторые детали строения внутренних сонных и позвоночных артерий у человека<sup>(6, 7)</sup>. Однако в известной нам литературе единственное указание на локальное сужение внутренней сонной артерии имеется у Фишера<sup>(8)</sup>, который вскользь писал о том, что при падении общего кровяного давления наблюдается изменение формы и сужение этого сосуда непосредственно перед вхождением в каменистую часть височной кости, причем не указывается ни объект, ни методика исследования; следует отметить, что на приведенном рисунке сужение сосуда незначительное, гораздо сильнее выражено изменение его формы.

В последнее время некоторыми авторами описаны нервные аппараты внутренней сонной артерии: в ее стенке обнаружены разнообразные рецепторы<sup>(9)</sup>, в составе внутреннего сонного сплетения — нервные клетки ганглии<sup>(10)</sup>. Наличие богатой иннервации также свидетельствует о важной роли этих сосудов в регуляции мозгового кровообращения.

Институт физиологии  
Академии наук ГрузССР

Поступило  
21 X 1958

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> Г. И. Мchedlishvili, Сообщ. АН ГрузССР, **17**, 537 (1956). <sup>2</sup> Т. А. Григорьева, Иннервация кровеносных сосудов, М., 1954. <sup>3</sup> D. B. Moffat, Acta Anat., **26**, 110 (1956). <sup>4</sup> Б. Н. Косовский, Циркуляция крови в мозгу, М., 1951. <sup>5</sup> W. Platzner, Jahrb. Morphol. u. mikroskop. Anat., **97**, 220 (1956). <sup>6</sup> С. С. Михайлов, Сборн. Нарушения кровообращения при поражениях головного мозга, М., 1956, стр. 228. <sup>7</sup> М. У. Стунжас, там же, стр. 264. <sup>8</sup> H. Fischer, Verh. d. Anat. Gesellsch. Jena (Ergänzungsheft), **100**, 355 (1954). <sup>9</sup> А. Крайндлер, Т. Хорнец, Ф. Нисим, Бюлл. научн. информ. Акад. Румынск. Нар. Респ., № 1, 178 (1958). <sup>10</sup> Г. А. Покровская, Вестн. Ленинградск. унив., № 9, 103 (1958).

Л. Г. ВОЛГАРЬ

О ПРИСПОСОБЛЯЕМОСТИ НЕМАТОДЫ *THELANDROS TBA*  
DINNIK 1930 К ОСОБЕННОСТЯМ ЖИЗНЕННОГО ЦИКЛА ХОЗЯЕВ

(Представлено академиком К. И. Скрабиным 13 X 1958)

В 1930 г. Динник <sup>(1)</sup> впервые обнаружил самок нематод *Oxyuris tba* в кишечнике головастиков. В 1947—1948 гг. при вскрытии в дельте Дуная 416 головастиков мы обнаружили в них самок *Oxyuris tba* и впервые нашли самцов, что позволило отнести данных нематод к роду *Thelandros*. Самцы *Thelandros tba* — это мелкие нематоды (рис. 1, *a* и *б*), длиной 0,7—1,24 мм, шириною от 0,07—0,147 мм. Длина пищевода вместе с бульбой 0,145—0,229 мм; ширина пищевода 0,017—0,025 мм; ширина бульбы 0,046—0,064 мм. Задний конец тела самца плавно переходит в хвостовой шип, длина которого варьирует 0,042—0,230 мм. Стенки анального отверстия утолщены. Над анусом находятся две крупные преанальные папиллы, а под ним — две пары постанальных папилл, из которых вторая пара наиболее крупная. Спикула одна, длиной 0,034—0,042 мм.

Самки *Thelandros tba* по строению соответствовали описанию Динника, однако у собранных нами нематод можно было отметить более значительные колебания всех морфологических данных.

Над самками *Thelandros tba* нам удалось сделать чрезвычайно интересное наблюдение: в некоторых самках обнаружены одновременно и яйца и личинки (рис. 2). Яйца *Thelandros tba* (рис. 3) неправильноовальной формы, покрыты тремя оболочками. Первая оболочка яйца вплотную окружает зародыш. Вторая и третья — неравномерно прилегают к первой и отходят от нее в виде трех ребер. Благодаря этому яйца *Thelandros tba* в поперечном сечении имеют вид треугольника со сглаженными углами и чуть вдавленными ребрами. Наличие трех оболочек говорит о том, что это покоящиеся яйца. Ширина яиц 0,046—0,072 мм, длина 0,089—0,127 мм.

Проследив яйцеводы самок от верхних участков до вульвы, мы обнаружили, что развитие яиц *Thelandros tba* протекает различно. В верхних участках яйцеводов все образовавшиеся яйца внешне ничем не отличаются друг от друга. Они овальной формы с тонкой оболочкой. В средних участках яйцеводов можно было увидеть, что дальнейшее развитие яиц начинается

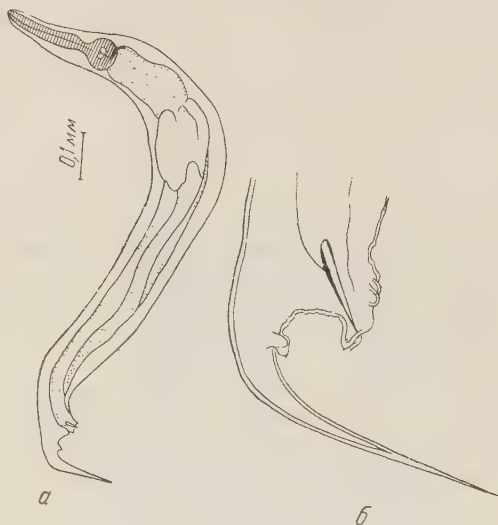


Рис. 1. Самец *Thelandros tba*. *a* — общий вид; *б* — задний конец тела

идти двумя путями. Одна группа яиц развивается в сторону образования на них оболочек — сначала второй, а затем и третьей. Так образуются покоящиеся яйца.

Другая группа яиц развивается иначе. На них не образуется дополнительных оболочек. Эти яйца, сохраняя тонкую оболочку и овальную форму, начинают заметно увеличиваться в размерах и в конечном итоге превращаются в личинок.

У личинок можно заметить пищевод и глотку, а у самых крупных личинок, обладающих заметной подвижностью, можно различить пол: у личинок-самцов видны спикюлы, а у личинок-самок хорошо заметен длинный хвостовой шип, характерный для взрослых самок этого вида. Наиболее крупные личинки находились вблизи вульвы самки (рис. 2).

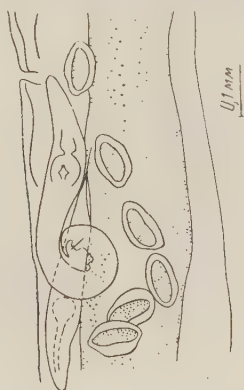


Рис. 2. Участок тела самки *Thelandros tba* с личинками и яйцами

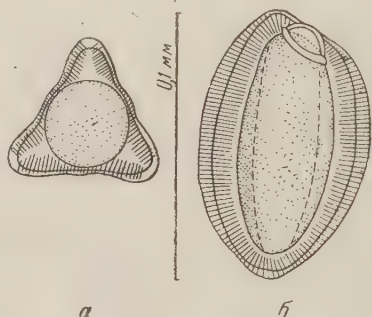


Рис. 3. Покоящиеся яйца *Thelandros tba* при большом увеличении. а — вид сверху; б — вид сбоку

Можно полагать, что одновременное нахождение в самках и яиц, и личинок, связанное с двойным путем развития яиц, является очень интересным своеобразным приспособлением данного вида нематод к корсткой жизни хозяина-головастика, так как увеличивает шансы паразита на попадание в своего хозяина как в текущем сезоне, так и на будущий год. При растянутом икротении личинки нематод, паразитирующие в головастиках старших возрастов, могут, вероятно, заражать головастиков младших возрастов, продлевая тем самым время пребывания паразита в хозяине и увеличивая экстенсивность инвазии. Кроме того, отрождение живых личинок усиливает интенсивность инвазии головастиков.

Зимующие яйца, естественно, служат источником заражения головастиков в тех же водоемах на будущий год.

Столь своеобразно переплетающееся одновременное развитие яиц и личинок *Thelandros tba* представляет собой интересный пример приспособления жизненного цикла паразита к особенностям жизненного цикла своего хозяина.

Поступило  
12 X 1958

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> Ю. А. Д и н н и к, Работы Северо-Кавказской гидробиол. станции, 3, в. 1—3, 17 (1930).



# ДОКЛАДЫ

## АКАДЕМИИ НАУК СССР

Том 124

### СИСТЕМАТИЧЕСКИЙ УКАЗАТЕЛЬ

Леон Абгарович Орбели

7 VII 1882 — 9 XII 1958 . . . . . 503

#### 1. МАТЕМАТИКА

1. Л. Берман. Об одном методе построения интерполяционных формул . . . . . 11
2. В. Боярский. Некоторые граничные задачи для системы  $2n$  уравнений эллиптического типа на плоскости . . . . . 15
3. М. Гельфанд. О структуре кольца быстро убывающих функций на группе Ли . . . . . 19
4. М. Джрбашян. К теории интегральных преобразований с ядрами Вольтерра . . . . . 22
5. А. Ладыженская и В. А. Солонников. О разрешимости нестационарных задач магнитной гидродинамики . . . . . 26
6. В. Линник. Проблема Гарди — Литтлвуда о сложении простых чисел и двух квадратов . . . . . 29
7. А. Первин. Об алгоритмизации и программировании игры в домино . . . . . 31
8. В. Смирнов. Основная теорема Гронвалля о номографируемости . . . . . 34
9. А. Темляков. Интегральные представления функций двух комплексных переменных . . . . . 38
10. Р. Шафаревич. Группа главных однородных алгебраических многообразий . . . . . 42
11. В. Яблонский. О невозможности элиминации перебора всех функций из  $P_2$  при решении некоторых задач теории схем . . . . . 44
12. Я. Бакельман. Первая краевая задача для некоторых нелинейных эллиптических уравнений . . . . . 249
13. Н. Воробьев. О коалиционных играх . . . . . 253
14. А. Зиза. О некоторых подсистемах ортогональных систем функций . . . . . 257
15. Р. Когаловский. Универсальные классы моделей . . . . . 260
16. Л. Крылов. Первая краевая задача для некоторых квазилинейных

- уравнений параболического типа в банаховом пространстве . . . . . 264
17. В. Пономарев. О многозначных отображениях топологических пространств . . . . . 268
18. И. И. Пятецкий-Шапиро. Об одной проблеме Э. Картана . . . . . 272
19. Н. Н. Сандакова. О разбиениях Дирихле для  $n$ -мерных федоровских групп . . . . . 274
20. И. Б. Симоненко. Краевая задача Римана с непрерывным коэффициентом . . . . . 278
21. В. А. Топоногов. Оценка длины замкнутой геодезической на выпуклой поверхности . . . . . 282
22. О. С. Берлянд. О некоторых асимптотических оценках . . . . . 507
23. А. Б. Васильева. Равномерное приближение к решению системы дифференциальных уравнений с малым параметром при производной и приложение к краевым задачам . . . . . 509
24. В. Н. Гольдберг. О существовании, единственности и корректности решения одной нелинейной задачи . . . . . 513
25. Л. П. Нижник. О спектре общих дифференциальных операторов . . . . . 517
26. А. Л. Онищик. О транзитивных группах преобразований компактных однородных пространств . . . . . 520
27. А. И. Поволоцкий. Определение углового порядка локально простой кривой . . . . . 524
28. М. Ф. Тиман. К вопросу о связи между полным и частными наилучшими приближениями функций многих переменных . . . . . 527
29. А. Н. Тихонов и А. А. Самарский. О сходимости разностных схем в классе разрывных коэффициентов . . . . . 529
30. В. А. Якубович. Осцилляционные свойства решений линейных канонических систем дифференциальных уравнений . . . . . 533
31. С. Н. Бернштейн. О некоторых априорных оценках в обобщенной задаче Дирихле . . . . . 735
32. Ю. А. Брудный. Приближение це-

лыми функциями на внешности отрезка и полуоси . . . . .	739	решениях уравнений в частных производных с постоянными коэффициентами . . . . .	118
<b>Р. Б. Зархина.</b> О двумерной проблеме моментов . . . . .	743	<b>М. Бокштейн.</b> О формуле Кюннета в гомологической алгебре . . . . .	118
<b>В. К. Захаров.</b> Первая краевая задача для уравнений эллиптического типа второго и четвертого порядков, вырождающихся или имеющих особенности в конечном числе внутренних точек области . . . . .	747	<b>Б. М. Будак и А. Д. Горбунов.</b> Об устойчивости вычислительных процессов, возникающих при решении многоточечными разностными методами задачи Коши для уравнения $dy/dx = f(x, y)$ . . . . .	119
<b>Г. Кангро и С. Барон.</b> Множители суммируемости для двойных рядов, суммируемых методом Чезаро . . . . .	751	<b>Э. И. Гольденгершель.</b> О спектре вольтеррова оператора в некоторых банаховых пространствах . . . . .	119
<b>А. Н. Колмогоров.</b> Об энтропии на единицу времени как метрическом инварианте автоморфизмов . . . . .	754	<b>Ф. И. Карпелевич.</b> Геодезические линии и гармонические функции на симметрических пространствах . . . . .	119
<b>А. И. Перов.</b> О принципе неподвижной точки с двухсторонними оценками . . . . .	756	<b>П. И. Коваль.</b> Асимптотическое поведение решений почти треугольных систем линейных разностных и дифференциальных уравнений . . . . .	120
<b>И. И. Пятецкий-Шапиро.</b> Дискретные подгруппы группы аналитических автоморфизмов полицилиндра и автоморфные формы . . . . .	760	<b>Н. М. Коробов.</b> О приближенном вычислении кратных интегралов . . . . .	120
<b>М. А. Рутман.</b> О порядке экспоненциального роста решений некоторых систем линейных дифференциальных уравнений с частными производными . . . . .	764	<b>Н. Н. Мейман.</b> О нулях одного класса неодноточечных функций . . . . .	121
<b>Я. Синай.</b> О понятии энтропии динамической системы . . . . .	768	<b>Р. М. Минц.</b> Характеристика некоторых негрубых состояний равновесия в трехмерном пространстве с помощью грубых состояний равновесия близких систем . . . . .	121
<b>Г. Д. Суворов.</b> Соответствие границ при топологических отображениях плоских областей с переменными границами . . . . .	772	<b>О. А. Олейник.</b> Решение основных краевых задач для уравнений второго порядка с разрывными коэффициентами . . . . .	121
<b>Л. П. Татарченко.</b> Спектр Берлинга и связанные с ним аппроксимационные теоремы . . . . .	775	<b>Ся До-шин.</b> О полунормированных кольцах с инволюцией . . . . .	122
<b>А. Н. Тихонов и А. А. Самарский.</b> Об одной наилучшей однородной разностной схеме . . . . .	779	<b>II. МЕХАНИКА</b>	
<b>Е. А. Щегольков.</b> Об униформизации и расщеплении некоторых множеств . . . . .	783	<b>С. С. Григорян, А. Г. Соколов и Ю. И. Спасибухов.</b> О моделировании движения массивного твердого тела под действием ударной волны . . . . .	28
<b>Л. А. Айзенберг.</b> О плюригармонических функциях . . . . .	967	<b>С. С. Григорян.</b> Об общих уравнениях динамики грунтов . . . . .	28
<b>М. А. Бартошевич.</b> Плоско-параллельные ткани гиперповерхностей . . . . .	970	<b>Д. М. Климов.</b> О движении гироскопа в кардановом подвесе с неаксиально насаженным ротором . . . . .	53
<b>В. С. Виденский.</b> О неравенствах Стильтеса и С. Н. Бернштейна для многочленов Лежандра . . . . .	973	<b>Ю. И. Ремнев.</b> О влиянии облучения на напряжения и малые деформации в твердом теле . . . . .	54
<b>А. Д. Мышкис и А. Ф. Наумович.</b> Уточнение метода возвратных последовательностей для исследования дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом . . . . .	976	<b>III. ГИДРОМЕХАНИКА</b>	
<b>В. А. Рохлин.</b> Об энтропии метрического автоморфизма . . . . .	980	<b>В. П. Коробейников и Е. В. Рязанов.</b> О решениях уравнений магнитной газодинамики при нулевом градиенте температуры . . . . .	5
<b>В. В. Степанов.</b> О среднем значении $k$ -й степени числа классов для мнимого квадратичного поля . . . . .	984	<b>В. Г. Невзглядов.</b> О векторе плотности потока турбулентной энергии . . . . .	28
<b>А. А. Талалян.</b> Суммирование рядов по базисам пространства $L_p[a, b]$ , $p > 1$ методами Чезаро . . . . .	987	<b>В. В. Румянцев.</b> Об устойчивости равновесия твердого тела, имеющего полости, наполненные жидкостью . . . . .	29
<b>С. В. Яблонский.</b> О некоторых свойствах счетных замкнутых классов из $P_{\aleph_0}$ . . . . .	990	<b>И. И. Ворович и В. И. Юдович.</b> Стационарное течение вязкой жидкости . . . . .	54
<b>В. А. Якубович.</b> Условия колебательности и неколебательности для линейных канонических систем дифференциальных уравнений . . . . .	994	<b>М. И. Гуревич.</b> О неустойчивости некоторых струйных течений со свободными поверхностями . . . . .	98
<b>М. С. Агранович.</b> Об аналитических			

3. Н. Жигулев. Теория магнитного пограничного слоя . . . . . 1001  
— Теория электрического разряда в движущейся проводящей среде . . . . . 1226

#### IV. ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

1. Д. Ивлев. О соотношениях, определяющих пластическое течение при условии пластичности Треска и его обобщениях . . . . . 546  
2. А. Адауров. Осесимметричное напряженное состояние тонкой кольцевой пластинки. . . . . 1005

#### V. АСТРОНОМИЯ

0. К. Бютнер. О диссипации водорода из атмосфер планет . . . . . 53  
О. Обашев. Выброс в эмиссии  $H_{\alpha}$  . . . . . 786  
П. Линник. Интерференционные реперы для бесщелевых звездных спектрографов . . . . . 1009

#### VI. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

0. М. Зайдель, О. С. Рыжов и Э. И. Андрианкин. О распространении тепловой волны, близкой к сферической . . . . . 57  
А. Ладыженская. Стационарное движение вязкой несжимаемой жидкости в трубе . . . . . 551  
А. Славнов и А. Д. Суханов. К вопросу о причинности в теории с индефинитной метрикой . . . . . 1229

#### VII. ФИЗИКА

- А. Арифов, А. Х. Аюханов, С. В. Стародубцев и Х. Х. Хаджимухамедов. О методике исследования вторичных процессов, вызываемых ионами при высоких температурах мишеней в присутствии термоэлектронной эмиссии . . . . . 60  
М. Биленький и Р. М. Рыдин. Об определении четности гиперонов и К-мезонов . . . . . 63  
К. Михул и М. Г. Петрашку. Деление  $U^{238}$   $\mu$ -мезонами . . . . . 66  
Павликовский и В. Шурувна. О применении метода дополнительных переменных к статистической физике . . . . . 69  
Т. Вартанян и Л. Д. Розенштейн. Фотопроводимость индиго . . . . . 295  
З. Гершуни и Е. М. Жуховицкий. Замкнутый конвективный пограничный слой . . . . . 298  
А. Демирханов, Т. И. Гуткин и В. В. Дорохов. Массы изотопов  $Th^{232}$ ,  $U^{234}$ ,  $U^{235}$  и  $U^{238}$  . . . . . 301  
Покровский, Ф. Улинич и С. Саввиных. Нелокальное отражение в волноводах переменного сечения . . . . . 304  
Д. Шукин и В. И. Лихтман. О хрупком разрыве монокристаллов цинка . . . . . 307  
И. Амирханов, Г. Б. Багдоев и М. А. Кажлаев. Анизотропия тепло-

- проводности в монокристалле теллура . . . . . 554  
Б. И. Веркин и И. М. Дмитренко. Зависимость основных характеристик эффекта де Хааза — ван Альфена у кристаллов цинка от давления . . . . . 557  
Гуань Дин-хуа. Дифракция поверхностных звуковых волн на полубесконечных импедансных трубе и стержне . . . . . 559  
И. Г. Кесаев. Увеличение устойчивости дуги в магнитном поле и принцип максимума поля . . . . . 563  
Л. Н. Гусева и А. А. Бабарэко. Анизотропия расширения рентгеновских дифракционных максимумов твердых растворов меди после деформации . . . . . 789  
Ю. Н. Днестровский и Д. П. Костомаров. Излучение модулированного пучка заряженных частиц при пролете через круглое отверстие в плоском экране . . . . . 792  
Е. Пуцейко. Фотоэлектрическая чувствительность хлорофилла и его аналогов в различных состояниях . . . . . 796  
А. В. Степанов. О силах связи в кристаллах элементов V и VI групп периодической системы элементов Менделеева . . . . . 800  
Н. П. Боголюбов и В. Г. Соловьев. Об одном вариационном принципе в проблеме многих тел . . . . . 1011  
В. Л. Бонч-Бруевич и В. Б. Гласко. Об энергетическом спектре электронов в неидеальной решетке металла . . . . . 1015  
Л. М. Бреховских. О затухании релеевских волн при распространении вдоль неровной поверхности . . . . . 1018  
С. Н. Вернов, Н. Л. Григоров, И. П. Иваненко, А. И. Лебединский, В. С. Мурзин и А. Е. Чудаков. Возможный механизм создания «земного корпускулярного излучения» под действием космических лучей . . . . . 1022  
Ю. Н. Днестровский и Д. П. Костомаров. Излучение ультрарелятивистских зарядов при пролете через круглое отверстие в экране . . . . . 1026  
А. Л. Зельманов. К постановке вопроса о бесконечности пространства в общей теории относительности . . . . . 1030  
С. М. Рывкин и Н. Б. Строкан. К вопросу о релаксации неравновесной проводимости при рекомбинации через ловушки . . . . . 1034  
И. М. Тернов и В. С. Туманов. Об излучении поляризованного светящегося электрона . . . . . 1038  
В. Л. Бонч-Бруевич. О связи между константами взаимодействия электронов с фононами и с примесями в металлах . . . . . 1233

#### VIII. ГЕОФИЗИКА

- Б. А. Андреев. Соотношение между структурным рельефом и анома-



лиями силы тяжести в случае нескольких границ раздела плотности

- В. И. Татарский и Л. Н. Жукова. О хроматическом мерцании звезд . . . . . 311  
 П. Н. Бойко, Г. Ш. Лившиц и Т. П. Торопова. Фотоэлектрические измерения индикатрис рассеяния в приземном слое атмосферы . . . . . 567  
 . . . . . 803

## IX. ТЕХНИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

- В. М. Корбут. Влияние дозировки поверхностно-активного вещества на поверхностное пластифицирование металла при волочении . . . . . 72  
 Г. В. Курдюмов, В. К. Крицкая, П. А. Латайко и Ю. А. Осипьян. Об изменениях сил межатомной связи в однофазном твердом растворе никель — алюминий . . . . . 76  
 Л. Д. Розенберг и В. Ф. Казанцев. О физике ультразвуковой обработки твердых материалов . . . . . 79  
 В. Н. Сахаров, В. И. Колесников-Свинарев, В. А. Назаренко и Е. И. Забидаров. Распределение на местности грунта, выбрасываемого при подземных взрывах . . . . . 314  
 В. А. Буров и В. А. Красильников. О поглощении ультразвуковых волн большой интенсивности в воде . . . . . 571  
 В. А. Казанцев. К-край поглощения железа в  $\alpha$ - и  $\sigma$ -фазах системы сплавов Fe — Cr . . . . . 806  
 Л. С. Палатник и Ю. Ф. Комник. К вопросу о механизме конденсации металлов в вакууме . . . . . 808  
 И. Б. Боровский и С. А. Дицман. Локальная рентгеновская спектроскопия . . . . . 1042  
 Я. Е. Гегузин. О диффузионной активности металла гальванического происхождения . . . . . 1045  
 М. И. Чаевский. Влияние расплава олова на усталостную прочность образцов стали с концентраторами напряжения . . . . . 1049  
 Т. К. Зилова, Н. И. Петрухина и Я. Б. Фридман. О закономерностях кинетики деформации в зависимости от податливости нагружения . . . . . 1236  
 Р. С. Минц. Исследование кинетики спекания никеля, меди и молибдена дилатометрическим методом . . . . . 1240

## X. ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

- П. П. Пархоменко. Принципы механизации анализа релейно-контактных схем . . . . . 83  
 Ш. Ш. Хамитов. К вопросу определения оптимальных диаграмм тока двигателя постоянного тока . . . . . 318  
 Я. З. Ципкин. Об устранении влияния запаздывания на динамику нелинейных импульсных автоматических систем . . . . . 812  
 А. Д. Гельман и М. П. Мефодьева. О комплексообразовании  $\text{Np}^{4+}$  и  $\text{NpO}_2^+$  с трилоном Б в водных растворах . . . . . 815

## XI. КРИСТАЛЛОГРАФИЯ

- Б. К. Вайнштейн. Новые равенства, связывающие структурные факторы . . . . . 87  
 А. И. Андриевский, И. Д. Набитович и П. И. Крипякевич. О структуре селена в тонких слоях . . . . . 321  
 И. М. Руманова и Т. И. Скипетрова. Кристаллическая структура лавсонита . . . . . 324  
 И. Е. Лескевич. Кристаллы кварца в углях . . . . . 575  
 В. И. Моисеева. Кристаллическая структура склодовскита . . . . . 578

## XII. ХИМИЯ

- Р. Б. Голубцова. Исследование условий изолирования цемента из сплавов железо — углерод . . . . . 91  
 Л. Д. Дудкин и А. П. Острица. Тройные полупроводниковые соединения  $\text{A}^{\text{I}}\text{B}^{\text{V}}\text{B}_2^{\text{VI}}$  . . . . . 94  
 Н. И. Латош и З. В. Пушкарёва. Химическое строение и некоторые свойства диацилпроизводных фенилгидразина . . . . . 98  
 В. Ф. Миронов, А. Д. Петров и В. В. Писаренко. Высокотемпературная конденсация алкилдиалхлорсиланов с хлоролефинами . . . . . 100  
 К. Т. Порошин, Ю. И. Хургин и Т. Д. Козаренко. Поликонденсация этилового эфира глицерина в присутствии его карбамата . . . . . 103  
 М. Ф. Шостаковский, А. В. Богданова и Г. И. Плотникова. Исследование в области производных ди-ацетилена. Взаимодействие ди-ацетилена с фенолами, тиофенолом и бензоловым спиртом . . . . . 107  
 Я. Т. Эйдус и Б. К. Нефедов. О влиянии водорода на протекание реакции полимеризации изобутилена над катализатором гидроконденсации окиси углерода с олефинами . . . . . 111  
 И. П. Алимарин, Ю. А. Золотов и Е. С. Пальшин. Экстракционное извлечение пентавалентного нептуния . . . . . 324  
 А. Н. Несмеянов, Э. Г. Перевалова, Л. С. Шиловцева и Ю. А. Устынюк. Синтез производных ферроцена с помощью йодметилата N,N-диметиламинометилферроцена . . . . . 331  
 В. М. Юрьев, А. Н. Праведников и С. С. Медведев. Влияние боковых ответвлений на скорость окисления карбоцепных полимеров . . . . . 333  
 М. А. Дмитриев, Г. А. Сокольский и И. Л. Кнуляниц. Присоединение серного ангидрида к фторолефинам . . . . . 581  
 Е. Н. Караулова и Г. Д. Гальперн. Окислительный метод выделения сульфидов из средних фракций нефти . . . . . 581  
 И. Н. Назаров, Ю. А. Титов и А. И. Кузнецова. Структурная направленность диеновых конденсаций 1- и 2-алкилбутадиенов с несимметричными диенофилами . . . . . 581

С. С. Новиков, А. А. Файнзилберг, С. А. Шевелев, И. С. Корсакова и К. К. Бабиевский. Об интересном случае изомеризации в ряду насыщенных алифатических нитросоединений . . . . .	589	в теории таутомерного равновесия. Тионтиольная таутомерия тиофосфорных соединений . . . . .	1061
В. В. Перекалин и К. С. Парфенова. Синтез производных циклических $\beta$ -дикетоннов . . . . .	592	И. Л. Кнунянц, Б. Л. Дяткин и Л. С. Герман. Реакции гексафторбутадиена-1,3 со спиртами и аминами . . . . .	1065
Е. И. Тинякова, Б. А. Долгопоск, А. И. Марей и М. З. Альтшулер. Получение кристаллических 1—4-транс-полибутадиена и -полиизопрена и изучение их свойств . . . . .	595	Е. А. Максимюк и Г. С. Гинзбург. Полярграфия $\alpha$ -аланината меди . . . . .	1069
Л. Х. Фрейдлин, А. А. Баландин и И. Ф. Жукова. Селективное гидрирование ацетиленовой связи бутин-2-диола-1,4 в этиленовую на никелевом катализаторе . . . . .	598	П. С. Мелешко. О высшем гидрате окиси железа . . . . .	1071
Н. И. Шeverдина, Л. В. Абрамова и К. А. Кочешков. Кристаллические смешанные цинкорганические соединения . . . . .	602	А. Н. Несмеянов, И. Ф. Луценко и С. В. Пономарев. Получение кетоннов, содержащих атом олова в $\alpha$ -положении к карбонильной группе . . . . .	1073
В. А. Кухтин и К. М. Орехова. Присоединение полных эфиров фосфористой кислоты к <i>n</i> -бензохинону . . . . .	819	А. М. Рубинштейн, В. А. Афанасьев, В. М. Акимов, Н. А. Прибыткова и К. И. Словецкая. Влияние состава и условий термической обработки на структуру и каталитическую активность $Al_2O_3$ — $ZrO_2$ -катализаторов . . . . .	1076
В. А. Масленникова, Ф. С. Христулас и Н. К. Абубакиров. Строение эризмозидов — стероидного диглюкозида из растений рода <i>Erisium</i> . . . . .	822	В. А. Смит, А. В. Семеновский, В. М. Медведева и В. Ф. Кучеров. О характере циклизации псевдоиона. Новый метод получения $\alpha$ -иона . . . . .	1080
А. П. Мещеряков и Е. И. Эрзютова. Синтез 2,4,4-триметил-3-третичнобутилпентена-2 ( $\beta$ -формы триизобутилена Бутлерова) . . . . .	826	М. С. Фурман, А. Д. Шестакова, И. Л. Арест-Якубович и Н. А. Любичина. Окисление <i>n</i> -бутана в растворе уксусной кислоты воздухом под давлением . . . . .	1083
Н. С. Николаев и А. А. Опаковский. Дифтороксимолибденовая кислота (синтез и свойства) . . . . .	830	Н. В. Елагина, Т. В. Стабникова и Б. А. Казанский. Синтез 6,9-эндо-метиленспиро (4,5) декана . . . . .	1234
С. С. Новиков, Т. И. Годовикова и В. А. Тартаковский. Синтез ртутьорганических нитросоединений . . . . .	834	П. Т. Коломцев. О фазовом составе сплавов системы кобальт — бор . . . . .	1247
А. Д. Петров, В. А. Пономаренко, Г. В. Одабашян и С. И. Крохмалев. Фторкремнийорганические соединения. Изучение реакции присоединения алкилхлоркремний гидридов к 1, 1, 2, 2-тетрафторэтилаллиловому эфиру . . . . .	838	А. Н. Несмеянов, И. Ф. Луценко, З. С. Крайци и А. П. Боковой. Виниловые эфиры фосфористой кислоты . . . . .	1251
Н. И. Попова и Е. Е. Вермель. Об изменении химического состава и активности медных катализаторов в процессе окисления пропилена в акролен . . . . .	842	А. В. Топчиев, Б. В. Кренцель, Н. А. Покатило и Е. Л. Ерасова. О полимеризации $\alpha$ -бутена с комплексным металлоорганическим катализатором $Al(C_2H_5)_3 + TiCl_4$ . . . . .	1255
Викт. И. Спицын и А. Ф. Кузина. Исследование весовых количеств технеция . . . . .	846		
Л. Х. Фрейдлин и В. З. Шарф. О связи между кислотой природой трехзамещенного фосфата кальция и его каталитической активностью в реакциях гидролиза . . . . .	849		
Н. В. Елагина и Б. А. Казанский. Синтез спиро(5,6)додекана . . . . .	1053		
К. М. Ефремова, Е. А. Ипполитова, Ю. П. Симанов и Викт. И. Спицын. Исследование состава уранатов щелочных элементов, получаемых сухим путем . . . . .	1057		
М. И. Кабачник, Т. А. Матрюкова, А. Э. Шипов и Т. А. Мелентьева. Применение уравнения, Гамметта			

### ]XIII. ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

И. В. Александров и Н. Д. Соколов. Водородная связь и протонный магнитный резонанс . . . . .	115
Н. А. Клейменов и А. Б. Налбандян. О путях образования гидроперекиси метила и формальдегида в реакции низкотемпературного окисления метана . . . . .	119
В. Г. Левич и Р. Р. Догонадзе. Теория безызлучательных электронных переходов между ионами в растворах . . . . .	123
Ю. Н. Молин, А. Т. Корицкий, Н. Я. Бубен и В. В. Воеводский. Исследование методом электронного парамагнитного резонанса свободных радикалов, образующихся при облучении щавелевой кислоты . . . . .	127
Б. Ф. Ормонт. О зависимости между энергетическими, электрофизическими и механическими свойствами полупроводников . . . . .	129



- А. А. Тагер, М. В. Цилипоткина и А. И. Суворова. Влияние отжига на плотность упаковки полистирола . . . 133
- К. В. Топчиева и Б. В. Романовский. Определение адсорбционных коэффициентов эфира, воды и этилена кинетическим методом . . . 135
- В. И. Цветкова, А. П. Фирсов и Н. М. Чирков. Определение истинных констант скоростей при распаде алифатических спиртов . . . 139
- Ю. А. Чизмаджев. О возникновении колебаний при прохождении тока в электролитических системах с падающей поляризационной характеристикой . . . 142
- А. И. Штенштейн, Ю. П. Вырский и Е. А. Рабинович. О солевом эффекте при дейтерообмене в жидком аммиаке . . . 146
- А. Я. Апин и Л. Г. Болховитинов. Измерение скорости горения пороха в условиях детонационной волны . . . 338
- А. М. Бродский, Р. А. Калинин и К. П. Лавровский. Об изотопном эффекте при крекинге этана . . . 340
- Евгений Будевский. Использование капельного ртутного электрода для определения коэффициентов диффузии . . . 342
- Б. Н. Бушманов и Г. С. Воздвиженский. К вопросу о влиянии кристаллографического направления на реакции изотопного обмена на металлической поверхности . . . 346
- Ю. А. Вдовин, В. Г. Левич и В. А. Мямлин. Вольт-амперная характеристика контакта электролит — электронный полупроводник . . . 350
- Г. М. Жаброва, М. Д. Синицына и С. З. Рогинский. Применение эманационного метода к исследованию катализаторов. Изучение эманлирующей способности во время приготовления окисных катализаторов . . . 354
- А. Ф. Корецкий и А. Б. Таубман. Об эмульгирующем действии высокодисперсных твердых тел . . . 358
- А. Г. Мержанов и Ф. И. Дубовицкий. О теории теплового взрыва конденсированных в-в . . . 362
- Е. Е. Никитин и Н. Д. Соколов. О соотношении между константами скорости термического распада двухатомных молекул при наличии и при отсутствии равновесия . . . 366
- С. А. Пушкарева и Е. А. Укше. Поведение сульфат-иона при электролитическом получении магния . . . 370
- Л. М. Роев и А. Н. Теренин. Инфракрасные спектры воды, этанола и метанола, адсорбированных на окиси хрома . . . 373
- В. Д. Юхтанова. Миграционный ток на вращающемся дисковом электроде . . . 377
- Э. Х. Еникеев, Л. Я. Марголис и С. З. Рогинский. Заряжение поверхности окисных полупроводников при адсорбции газов и паров . . . 606
- Е. А. Ефимов и И. Г. Ерусалимчик. Исследование электродных реакций на кремниевом катоде . . . 609
- Ю. С. Зуев и А. З. Борщевская. О длительной прочности некоторых деформированных материалов при их коррозионном растрескивании . . . 613
- А. В. Киселев, Н. В. Ковалева, А. Я. Королев и К. Д. Щербакова. Химическое модифицирование поверхности адсорбентов и его влияние на адсорбционные свойства . . . 617
- С. И. Кричмар. О поляризационном механизме подавления структурного травления при электрохимической полировке . . . 621
- Т. В. Роде и А. Е. Агрономов. Влияние различных факторов на величину удельной поверхности и на пористость хромовых катализаторов . . . 625
- С. С. Строева, Н. В. Кулькова и М. И. Темкин. Изотопный обмен между СО и СО<sub>2</sub> на различных поверхностях . . . 628
- А. П. Шейнкер, М. К. Яковлева, Э. В. Кристальный и А. Д. Абкин. О механизме низкотемпературной полимеризации мономеров под действием гамма-излучения . . . 632
- Н. А. Алеиных и А. М. Макарова. Образование и свойства металлических мыл в разбавленных водных растворах . . . 852
- Г. Л. Видович, Д. И. Лейкис и Б. Н. Кабанов. Анодная пассивация серебра в растворах щелочи . . . 855
- О. В. Исаев и М. Я. Кушнерев. Изучение фазового состава медного катализатора окисления пропилена в акролеин . . . 858
- А. И. Китайгородский. Газокристаллическое состояние вещества в полимерах . . . 861
- Е. И. Котов и А. Н. Теренин. Исследование ультрафиолетовых и видимых спектров поглощения ароматических аминов, адсорбированных на специфических центрах алюмосиликатных катализаторов . . . 865
- В. Г. Левич. К теории неравновесного двойного слоя . . . 869
- В. Н. Никитин, Г. В. Ракова и Н. В. Михайлова. Об инфракрасных спектрах поглощения этиллития, растворенного в бензоле, гексане и диэтиловом эфире . . . 873
- Е. Е. Сегалова, З. Д. Туловская, Е. А. Амелина и П. А. Ребиндер. О причинах снижения прочности кристаллизационной структуры монокальциевого алюмината, образующейся при повышенной температуре . . . 876
- Д. В. Сокольский и Г. Д. Закумбаева. Влияние галлоидов щелочных металлов на механизм каталитического гидрирования циклогексена . . . 880
- В. Ф. Цепалов и В. Я. Шляпинтох. Определение элементарных констант реакции окисления этилбензола методом прерывистого освещения . . . 883



Е. Никитин. Колебательная релаксация двухатомных молекул	1085
Л. Стрижак, С. Г. Демиденко и А. И. Бродский. Изотопный обмен азота между аминосоединениями и жидким аммиаком	1089
А. Тимофеевичева и П. П. Пугачевич. Поверхностное натяжение металлического индия	1093
З. Утянская, А. У. Степанянц, М. И. Винник и Н. М. Чирков. Расчет функции кислотности и молекулярного состава плавиковой кислоты по данным ядерного магнитного резонанса	1095
М. Чижигов и Л. Г. Березкина. Влияние добавок соединений щелочных металлов на кинетику восстановления силиката цинка оксидом углерода	1099
А. Шрейнер и П. И. Zubov. Определение внутренних напряжений при склеивании твердых поверхностей	1102
Ф. Васильев, О. Н. Карпунин, В. Я. Шляпнотх и Н. М. Эмануэль. Газовое инициирование озона в реакции окисления изодекана и связанная с ним хемилюминесценция	1258
И. Гольданский. Роль туннельного эффекта в кинетике химических реакций при низких температурах	1261
Ф. Капустинский. Эффективный радиус электрона в кристаллических решетках	1265
И. Китайгородский. К теории напряжения органических молекул	1267
А. Ловачев. Теория цепочно-теплого распространения пламени с двумя активными центрами	1271
И. Попов и С. З. Рогинский. Кинетический изотопный эффект окисления водорода на платине	1275
А. Шарпаты, В. Д. Орехов и М. А. Проскурнин. О характере и роли промежуточных продуктов при радиолитическом восстановлении нитрата	1279

<b>XIV. ХИМИЧЕСКАЯ ТЕХНОЛОГИЯ</b>	
Н. Перевалов, Б. М. Могутнов и Л. А. Шварцман. Влияние основности шлака на окисление элементов подгруппы хрома, растворенных в жидком железе	150
Н. Пласкин и В. И. Солнышкин. Инфракрасные спектры некоторых фторореагентов	153
Е. Филоненко, И. В. Лавров и С. В. Андреева. Об оксикарбидах алюминия	155
А. Гольдберг и В. И. Заграничный. Получение меланина из дициандиамида	635
В. Гончаров и Е. А. Прокофьева. О фазовых изменениях хромшпиннелидов при нагревании	638
Е. Плющев. О взаимодействии сподумена с сульфатами щелочных металлов	642

<b>XV. ГЕОЛОГИЯ</b>	
М. С. Модель. Рентгенографическое исследование окислов титана в титановых шлаках	887
А. И. Виткин. Совмещение процессов отжига и горячего покрытия с помощью солевых расплавов	1105
А. И. Окунев, А. К. Кирьянов и Б. И. Сергин. Равновесные условия восстановления окиси цинка металлическим железом	1282
Н. Д. Томашов и Ю. Н. Михайловский. Механизм анодного растворения металлов в почвах	1285

В. А. Амантов и Г. П. Радченко. О континентальных пермо-триасовых отложениях Центральной Монголии (Хангайское нагорье)	159
А. К. Крылова. О верхнем девоне острова Столб в устье Лены	162
Ц. Е. Мирцхулава. О зависимости сопротивления разрыву связных грунтов от сцепления	165
Г. Г. Моор и С. И. Зыков. Щелочные породы северной окраины Сибирской платформы и изотопный состав свинца в них	168
Е. Я. Ранцман. Геоморфология и сейсмичность долины р. Сурхоб	171
А. А. Алексин и Р. Л. Мерклин. О присутствии среднемиоценовых устричников в останках юго-восточного Устюрта	380
В. П. Горский. К вопросу о стратиграфии и тектонике Челябинского бурогоугольного бассейна	383
Г. Г. Моор. О возрастных взаимоотношениях траппов и пород щелочно-ультраосновного комплекса севера Сибирской платформы	387
П. А. Мchedlishvili. О возрасте угленосных отложений Дилижанского района Армении	390
В. Ф. Никонов. Аутигенное железо, сера, органический углерод и битумы в осадках мезозоя Восточного Приуралья	392
И. М. Сухов. О возрасте немых толщ нижнего палеозоя в Приднестровье	395
С. Г. Букия. Новые данные о возрасте десской свиты	646
И. П. Варламов. Кинельские отложения в долине р. Нугуша (правый приток р. Белой)	649
В. И. Кониев. О фациальном составе угленосных отложений Алдано-Олекминского водораздела	652
И. А. Коробков. Новые данные о фаунистической характеристике бучакской и киевской свит Южной Украины	656
А. Я. Крылов, Ю. И. Силин и А. В. Ловцюс. Возраст гранитоидов северной зоны Тянь-Шаня	658
К. Г. Войновский-Кригер. К вопросу о тектоническом сближении фаций	890
К. А. Кабанов. Признаки опреснения готеривского моря в Ульяновском Поволжье	893

Г. А. Казенкина. Ломонит в конгломератах березовской свиты Тугнуйской впадины (Западное Забайкалье) . . . . .	896
Д. В. Наливкин. Возраст соленосных толщ Русской платформы . . . . .	898
Р. Г. Гарецкий, В. И. Самодуров и А. Л. Яншин. К стратиграфии верхнемеловых отложений Кассарминской антиклинали на западном берегу Аральского моря . . . . .	1109
В. Г. Морозова. Стратиграфия датскомонтских отложений Крыма по фораминиферам . . . . .	1113
С. В. Нечаев. К вопросу о генезисе доломитов и доломитизированных известняков юго-западной окраины Донбасса . . . . .	1117
Г. И. Теодорович, Л. П. Гроздилова, Н. С. Лебедева и Р. О. Хачатрян. К подразделению нижнего визе и пограничных слоев визе—турне горной Башкирии по фауне фораминифер . . . . .	1120
И. Н. Тихвинский. К вопросу о возрасте соликамской свиты . . . . .	1124
П. В. Федоров. О колебаниях уровня Черного моря в последледниковое время . . . . .	1127
Л. А. Русинов. Структурно-тектоническая классификация фосфоритовых месторождений . . . . .	1289
Г. П. Тамразян. Об одной особенности распределения нефтегазовых месторождений АзербССР и газовых месторождений РСФСР . . . . .	1292

## XVI. ГИДРОГЕОЛОГИЯ

Н. В. Рябков. Древняя речная сеть бассейна Камы и миграция русел ее основных артерий . . . . .	175
--	-----

## XVII. МИНЕРАЛОГИЯ

В. Б. Александров и Ю. А. Пятенко. Рентгенометрическое исследование некоторых метамиктных титано-ниобатов . . . . .	179
И. М. Голованов. О находке хантита в месторождении Кургашинокан (УзССР) . . . . .	398
Д. Г. Сапожников и А. И. Цветков. Выделения водного карбоната кальция на дне оз. Иссык-Куль . . . . .	402
И. А. Шамрай и В. И. Радусев. Глауконит из меловых отложений р. Белой на Северном Кавказе . . . . .	900

## XVIII. ПЕТРОГРАФИЯ

Л. С. Кулакова. О минеральном составе современных осадков восточного побережья Южного Каспия . . . . .	406
М. П. Баскаков. Фосфоритоносные фации в палеозое Кызылкумов . . . . .	661
С. Е. Верболов. Новые данные об изверженных породах восточной части Донбасса . . . . .	663
Л. Е. Штеренберг, К. Т. Мазанкина и В. И. Касаточкин. Особенности	

## VIII

путей метаморфизма разных типов гумусовых углей . . . . .	66
Л. С. Алексеев. О минеральных примесях в ископаемых углях . . . . .	90
А. И. Гинзбург. Сульфидные конкреционные образования в угольных пластах Ангренского месторождения . . . . .	90
Н. В. Логвиненко, Г. В. Карпова, К. Г. Шандыба и Д. П. Шапошников. К минералого-петрографической характеристике таврической формации Крыма . . . . .	91
А. А. Маракушев. Гипогенные бораты в кембрийских доломитах Алданского щита . . . . .	91

## XIX. ГЕОХИМИЯ

Л. П. Листова. Осаждение родохрита из хлоридных, сульфатных и бикарбонатных растворов марганца . . . . .	18
Я. И. Олшанский, В. В. Иваненко и А. В. Хромов. О растворимости сернистого серебра в водных растворах, насыщенных сероводородом . . . . .	41
Е. Ф. Станкевич. О подземных водах хлор-кальциевого типа с повышенным содержанием $\text{CaSO}_4$ в Урало-Волжской области . . . . .	91
А. М. Лурье. К вопросу о генезисе баритов Сумсарского цинково-свинцового месторождения . . . . .	129

## XX. ПОЧВОВЕДЕНИЕ

Н. И. Пьявченко и З. А. Сибирева. О роли атмосферной пыли в питании болот . . . . .	41
В. А. Чернов и В. С. Максимова. Ореакции замещения в глинах поглощенных ионов водорода ионами алюминия и магния . . . . .	41

## XXI. ОКЕАНОЛОГИЯ

Ю. И. Сорокин, В. Г. Снопков и В. М. Гринберг. Определение зависимости фотосинтеза фитопланктона от подводной освещенности в водах центральной части Атлантического океана . . . . .	43
Н. В. Парин. О сходстве в географическом распространении сардин и субтропических летучих рыб . . . . .	113
А. П. Жузе, В. П. Петелин и Г. Б. Удинцев. К вопросу о происхождении диатомовых илов с <i>Ethmodiscus rex</i> (Wallich) Hendey . . . . .	130
Е. А. Романкевич. О составе и распределении растительных пигментов в отложениях северо-западной части Тихого океана к востоку от Камчатки . . . . .	130
Г. И. Семина. Распределение диатомовой водоросли <i>Ethmodiscus rex</i> (Wall.) Hendey в планктоне . . . . .	130

## XXII. ПАЛЕОНТОЛОГИЯ

- Г. А. Кузнецова. Спорово-пыльцевые комплексы плиоценовых отложений Нижней Камы . . . . . 187
- Д. Е. Макаренко. Первая находка *Neigea inkermanica* sp. n. из монского яруса Крыма . . . . . 191
- П. И. Дорофеев. О раннечетвертичной флоре д. Жидовщины на Немане . . . . . 421
- И. Т. Журавлева. Археоциаты базаихского горизонта р. Кии . . . . . 424
- Н. П. Сидорова. О филогенетических взаимоотношениях сарматских мактрид Мангышлака и Устюрта . . . . . 671
- А. Г. Вологдин. Терсииды кембрийских отложений Читинской области . . . . . 1133
- В. Х. Рошка. Изменчивость и систематическое положение *Nassidae* из нижнего сармата Молдавской ССР . . . . . 1137
- М. Н. Королева. Новые роды трилобитов из среднего и верхнего ордовика Северного Казахстана . . . . . 1313

## XXIII. ЦИТОЛОГИЯ

- Л. Б. Левинсон, Л. Д. Попова и Д. А. Сахаров. Гистохимия нервных клеток слухового ганглия в связи с формированием их функций в онтогенезе зародышей аксолотля . . . . . 1317
- В. Н. Майоров. Прижизненные наблюдения над периделлюлярными аппаратами . . . . . 1321

## XXIV. ГИСТОЛОГИЯ

- Г. М. Цехмистренко. О нервных клетках в мозжечковом намете овец . . . . . 193
- И. И. Гутнер, С. В. Зубряков и Е. Н. Соловьева. К иннервации желудка и кишечника у человека в эмбриональном периоде . . . . . 428
- П. А. Мотавкин и С. Н. Смирнова. О некоторых гистофизиологических особенностях вегетативных нейронов мозгового ствола . . . . . 1324

## XXV. ГЕНЕТИКА

- Г. С. Воскресенская и В. И. Шпота. Генетические опухоли у отдаленных растительных гибридов и их использование в селекции . . . . . 195
- М. Л. Белговский, Э. А. Абелева и Н. А. Потехина. Характер зависимости частоты леталей, возникающих на разных стадиях сперматогенеза, от дозы рентгеновских лучей . . . . .

## XXVI. МИКРОБИОЛОГИЯ

- В. Н. Шапошников, М. Н. Бехтерева, Н. А. Кошелева и В. Э. Хржановская. Возможность регулирования процесса образования антибиотика у *Actinomyces violaceus* . . . . . 922

- З. М. Зайцева и Н. В. Орлова. К вопросу о значении фосфора для образования окситетрациклина . . . . . 436
- Г. Ф. Гаузе, Г. В. Кочеткова и Г. Б. Владимиров. О действии противораковых веществ на биохимических мутантов микроорганизмов с поврежденным окислением . . . . . 674
- А. А. Имшенецкий, Л. И. Солнцева и Н. Ф. Куранова. Экспериментальное получение активных вариантов *Aspergillus niger*, образующих лимонную кислоту . . . . . 925
- Б. А. Фихман. Принцип иммерсионной микрорефрактометрии для прямого определения живых и мертвых клеток бактерий . . . . . 1141

## XXVII. БИОФИЗИКА

- Б. М. Граевская. О механизме влияния ионизирующей радиации на содержание гликогена в печени . . . . . 202
- М. М. Громаковская. Действие рентгеновских лучей на рефлекторную возбудимость центра блуждающего нерва . . . . . 205
- А. Ф. Иваницкая. Изучение действия  $\gamma$ -лучей  $Co^{60}$  на кровяные и соединительнотканые клетки селезенки мыши при эксплантации . . . . . 209
- Н. В. Лучник и Л. С. Царапкин. Об обратимости цитогенетических лучевых повреждений . . . . . 213
- В. Я. Бродский, Э. Я. Граевский и И. А. Суетина. О путях влияния ионизирующей радиации на содержание свободных нуклеотидов и нуклеозидов в клетках костного мозга . . . . . 440
- А. Ф. Иваницкая. Изучение действия облученной среды  $\gamma$ -лучами  $Co^{60}$  при эксплантации в ней селезенки мыши . . . . . 444
- И. Б. Литвинова. Влияние температуры культивирования после воздействия ионизирующей радиации на лучевую реакцию у парамедий — Влияние температуры после облучения на реакцию парамедий, вызванную разными дозами ионизирующей радиации . . . . . 678
- И. М. Шаниро. О ядерных повреждениях покоящихся клеток животного организма, вызванных ионизирующей радиацией . . . . . 684
- И. М. Васильев, О. И. Парфенова и Н. Д. Рыбалка. Влияние рентгеновского облучения на содержание азотистых веществ в растениях пшеницы . . . . . 928
- Е. Н. Копылова. Влияние хронического гамма-облучения на кровь мышей . . . . . 930
- Л. А. Блюменфельд, А. Э. Калмансон и Шэн Пэй-гэнь. Об особенностях электронной структуры нуклеиновых кислот и их комплексов с белками . . . . . 1144

## XXVIII. БИОХИМИЯ

- В. Л. Кретович и Э. Галяс. Синтез аминокислот из щавелевоуксусной



кислоты в экстрактах из проростков . . . . .	217	Н. П. Максютин и Д. Г. Колесников. Фурукумарины плодов пастернака посевного <i>Pastinaca sativa</i> L. . . . .	1335
Б. А. Кудряшов, Г. В. Андреев и Г. В. Кукушкина. Электрофоретические свойства некоторых белковых компонентов свертывания крови . . . . .	452	М. С. Резниченко, В. П. Моисеева, Л. И. Полотнова и С. Е. Тукачинский. Некоторые данные об N-концевых группах гамма-глобулина кролика в норме и патологии . . . . .	1339
С. Р. Мардашев и Л. А. Семина. Влияние пенициллина на декарбоксилирование аминокислот микробными препаратами . . . . .	456	Н. М. Сисакян и Е. А. Пинус. О митохондриальных факторах, влияющих на гликолиз . . . . .	1342
Е. А. Шилов и А. А. Ясников. Об участии аланина в биосинтетических процессах в растениях . . . . .	459	С. М. Стрепков. Исследование ангидридов фруктозы вегетативных органов <i>Helianthus tuberosus</i> . . . . .	1344
Г. А. Деборин, М. И. Быстрова и В. П. Иванова. Изменение хода протеолиза сывороточного альбумина трипсином при образовании комплексов фермента или субстрата с эстрадиолом . . . . .	685	А. И. Шульмина и П. В. Афанасьев. О каталазном процессе . . . . .	1347
Т. Н. Евреина и А. Ф. Кузнецова. Определение веса отдельных коацерватных капель с помощью интерференционной микроскопии . . . . .	688	<b>XXIX. БОТАНИКА</b>	
В. Б. Евстигнеев, В. А. Гаврилова и И. Г. Савкина. О фотовосстановлении билирубина и протопорфирина в связи с изучением фотовосстановления хлорофилла . . . . .	691	Е. С. Татаренко. Паразитизм плесневых грибов . . . . .	220
В. В. Полевой. Динамика $\beta$ -индолилуксусной кислоты в созревающих и прорастающих семенах кукурузы . . . . .	695	<b>XXX. МОРФОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ</b>	
Л. П. Гаврилова, А. С. Спирин и А. Н. Белозерский. Спектрофотометрическое изучение влияния pH и ионной силы на стабильность высокополимерной рибонуклеиновой кислоты в растворе . . . . .	933	Т. М. Покровская. Этапы формирования куста лугового клевера в условиях Московской области . . . . .	1160
Л. А. Зильбер, Г. И. Абелев, З. А. Авенирова, Н. В. Энгельгардт и З. Л. Байдакова. О различиях антигенной структуры цитоплазматических гранул печени и гепатомы мышей . . . . .	937	<b>XXXI. АНАТОМИЯ РАСТЕНИЙ</b>	
Е. Бухович и А. Н. Белозерский. Некоторые данные о механизме синтеза и использования полифосфатов в дрожжах . . . . .	1147	А. Я. Штромберг. Деятельность камбия в листьях некоторых древесных двудольных растений . . . . .	699
Г. И. Семененко. О предшественниках пуринов нуклеиновых кислот у высших растений . . . . .	1150	И. А. Борзова. К вопросу о структуре экзины у сем. губоцветных . . . . .	1350
Н. М. Сисакян и Н. А. Гумилевская. О нуклеотидном составе нуклеиновых кислот тутового шелкопряда ( <i>Bombyx mori</i> L.) . . . . .	1154	<b>XXXII. ЭМБРИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ</b>	
Н. М. Эмануэль, Л. П. Липчина, И. И. Пелевина и Г. Э. Липатова. Избирательное подавление активности окислительно-восстановительных ферментов в опухолевых клетках при воздействии ингибиторов цепных реакций . . . . .	1157	Е. Н. Герасимова-Навашина и Т. Б. Батыгина. О ходе слияния половых ядер при оплодотворении у злаков . . . . .	223
Г. И. Абелев, З. А. Авенирова, Н. В. Энгельгардт, З. Л. Байдакова и Г. И. Степанченко-Рудник. Органоспецифический антиген печени, отсутствующий в гепатоме . . . . .	1328	<b>XXXIII. ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ</b>	
З. Г. Броницкая. Окислительное фосфорилирование в печени при действии высокого давления кислорода и введении $J^{131}$ . . . . .	1331	С. С. Баславская и Г. Вебер. Действие света на превращение фосфатов в растениях . . . . .	227
		С. М. Маштаков, С. М. Гольдина и Б. Ф. Матросов. Влияние молибдена на поступление в растения элементов минерального питания и развития микрофлоры в условиях торфяно-болотных почв . . . . .	231
		М. С. Бардинская, А. М. Смирнов и В. И. Сафонов. Некоторые данные об активности инвертазы в изолированных корнях люцерны . . . . .	462
		В. Ф. Верзилов и Л. В. Рункова. Влияние условий среды на интенсивность дыхания черенков, обработанных гетероауксином . . . . .	466
		Н. П. Воскресенская и Г. С. Гришина. О действии интенсивности и спектрального состава радиации на обмен веществ и урожай . . . . .	469
		Г. В. Поруцкий и С. В. Чердынченко. Летучие выделения цветов и изменение признаков пола у кукурузы . . . . .	473

Л. Калинин. Некоторые морфо-физиологические особенности эмбриогенеза растений . . . . .	703	аральского шипа <i>Acipenser nudi-ventris</i> Lov. . . . .	489
А. Качан и М. А. Шерстобоева. Действие света на электропроводность листьев картофеля . . . . .	707	Н. В. Кокшайский. О некоторых связанных с полетом различиях между колпицей ( <i>Platalea leucorodia</i> L.) и каравайкой ( <i>Plegadis falcinellus</i> L.) . . . . .	949
А. Одуманова. О связи между фотосинтезом и фотопериодизмом растений . . . . .	711		

### XXXVIII. ФИЗИОЛОГИЯ

И. Пашкаръ. Динамика полифенолов в процессе заживления поранений у картофеля . . . . .	715	В. К. Городецкий. Возрастные особенности крови северного оленя . . . . .	234
А. Рубин и В. Ф. Германова. О синтезе пигментов в корнях . . . . .	940	Р. П. Оленьянская и Викт. К. Федоров. Основной обмен и типологические особенности нервной системы у мышей . . . . .	237
Е. Шпилени. Влияние внекорневого питания на содержание алкалоидов и хлорофилла в листьях дурмана . . . . .	944	А. М. Алексанян и Г. А. Наследов. О переходе возбуждения с нерва на мышцу . . . . .	719
А. Рубин и М. Е. Ладыгина. Влияние стрептомицина на зеленение проростков . . . . .	1163	Н. П. Веселкин. Влияние одностороннего удаления верхнего шейного симпатического узла на электрическую активность мозжечка у голубей . . . . .	723
С. Кружилин и З. М. Шведская. Влияние листьев и корневой системы на дифференциацию почек и рост семянков двухлетних растений . . . . .	1353	А. Н. Циммерман. Некоторые данные по изучению спонтанных речевых реакций у детей дошкольного возраста . . . . .	726

### XXXIV. ЗООЛОГИЯ

И. Никаноров. О популяционной плодовитости европейской ряпушки <i>Coregonus albula</i> (L.) в озерах Латвийской ССР . . . . .	947
---	-----

### XXXV. МОРФОЛОГИЯ

Ф. Поликарпова. Овариогенез ягнят породы советский меринос . . . . .	1167
П. Лукашевич. Развитие морфологического субстрата периферического отдела тактильно-кинестетического анализатора человека . . . . .	1357

### XXXVI. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ МОРФОЛОГИЯ

И. Бухонова. Репаративные процессы в коже молодых собак при введении кортизона и гормонального начала коры надпочечника . . . . .	477
А. Войткевич. Реакция загрузинного узла на гормональное начало коры надпочечника . . . . .	481
П. Гилёв. Изучение регенерации поперечнополосатой мышечной ткани в электронном микроскопе . . . . .	485
К. Богоявленский. Влияние степени разрушения лимфатических узлов белых крыс и кроликов на последующую регенерацию при их трансплантации . . . . .	1361

### XXXVII. ЭВОЛЮЦИОННАЯ МОРФОЛОГИЯ

И. Драгомиров. Возрастные соотношения в развитии органов латеральной системы у личинок
--

Л. Г. Волгарь. О приспособляемости нематоды <i>Thelandrov tba</i> Dinnik, 1930 к особенностям жизненного цикла хозяев . . . . .	1375
---	------

### ПАРАЗИТОЛОГИЯ

- Абелева Э. А. XXV, 922  
 Абелев Г. И. XXVIII, 937  
 Абкин А. Д. XIII, 632  
 Абрамова Л. В. XII, 602  
 Абубакиров Н. К. XII, 822  
 Авенирова З. А. XXVIII, 937, 1328  
 Агранович М. С. I, 1183  
 Агрономов А. Е. XIII, 625  
 Ададуров Р. А. IV, 1005  
 Айзенберг Л. А. I, 967  
 Акимов В. М. XII, 1076  
 Алейников Н. А. XIII, 852  
 Александров В. Б. XVII, 179  
 Александров И. В. XIII, 115  
 Алексанян А. М. XXXVIII, 719  
 Алексеев Л. С. XVIII, 903  
 Алексин А. А. XV, 380  
 Алимарин И. П. XII, 328  
 Амантов В. А. XV, 159  
 Альтшулер М. З. XII, 595  
 Амалина Е. А. XIII, 876  
 Амирханов Х. И. VII, 554  
 Андреева С. В. XIV, 155  
 Андреев Б. А. VIII, 311  
 Андреевко Г. В. XXVIII, 452  
 Андрианкин Э. И. VI, 57  
 Андриевский А. И. XI, 321  
 Апин А. Я. XIII, 338  
 Арест-Якубович И. Л. XII, 1083  
 Арифов У. А. VII, 60  
 Афанасьев П. В. XXVIII, 1347  
 Афанасьев В. А. XII, 1076  
 Аюханов А. Х. VII, 60  
 Бабарэко А. А. VII, 789  
 Бабьевский К. К. XII, 589  
 Багдаев Г. Б. VII, 554  
 Байдакова З. Л. XXVIII, 937  
 Бакельман И. Я. I, 249  
 Баландин А. А. XII, 598  
 Бардинская М. С. XXXIII, 462  
 Барон С. I, 751  
 Бартошевич М. А. I, 970  
 Баскаков М. П. XVIII, 661  
 Баславская С. С. XXXIII, 227  
 Батыгина Т. Б. XXXII, 223  
 Белозерский А. Н. XXVIII, 933, 1147  
 Бельговский М. Л. XXV, 922  
 Березкина Л. Г. XIII, 1099  
 Берлянд О. С. I, 507  
 Берман Д. Л. I, 11  
 Бернштейн С. Н. I, 735  
 Бехтерева М. Н. XXVI, 198  
 Бильский С. М. VII, 63  
 Блюменфельд Л. А. XXVII, 1144  
 Богданова А. В. XII, 107  
 Боголюбов Н. Н. VII, 1011  
 Бойко П. Н. VIII, 803  
 Боковой А. П. XII, 1251  
 Бокштейн М. I, 1187  
 Болховитинов Л. Г. XIII, 338  
 Бонч-Бруевич В. Л. VII, 1015  
 Борзова И. А. XXXI, 1350  
 Боровский И. Б. IX, 1042  
 Боршевская А. З. XIII, 613  
 Ботровский Б. В. I, 15  
 Бреховских Л. М. VII, 1018  
 Бродский А. М. XIII, 340, 1089  
 Бродский В. Я. XXVII, 440  
 Броницкая З. Г. XXVIII, 1331  
 Брудный Ю. А. I, 739  
 Бубен Н. Я. XIII, 127  
 Будах Б. М. I, 1191  
 Будевский Е. XIII, 342  
 Букия С. Г. XV, 646  
 Буров В. А. IX, 571  
 Бухович Е. XXVIII, 1147  
 Бухонова А. И. XXXVI, 477  
 Бушманов Б. Н. XIII, 346  
 Быстрова М. И. XXVIII, 685  
 Бютнер Э. К. V, 53  
 Вайнштейн Б. К. XI, 87  
 Варламов И. П. XV, 649  
 Вартанян А. Т. VII, 295  
 Васильев И. М. XXVII, 928  
 Васильев Р. Ф. XIII, 1258  
 Васильева А. Б. I, 509  
 Вдовин Ю. А. XIII, 350  
 Вебер Г. XXXIII, 227  
 Верболоз С. Е. XVIII, 663  
 Верзилов В. Ф. XXXIII, 466  
 Веркин Б. И. VII, 557  
 Вермель Е. Е. XII, 842  
 Вернов С. Н. VII, 1022  
 Веселкин Н. П. XXXVIII, 723  
 Виденский В. С. I, 973  
 Видович Г. Л. XIII, 855  
 Винник М. И. XIII, 1095  
 Виткин А. И. XIV, 1105  
 Владимирова Г. Б. XXVI, 674  
 Воеводский В. В. XIII, 127  
 Воздвиженский Г. С. XIII, 346  
 Войновский-Кригер К. Г. XV, 890  
 Войткевич А. А. XXXVI, 481  
 Волгарь Л. Г. XXXX, 1375  
 Вологдин А. Г. XXII, 1133  
 Воробьев Н. Н. I, 253  
 Ворович И. И. III, 542  
 Воскресенская Г. С. XXV, 195  
 Воскресенская Н. П. XXIII, 469  
 Вырский Ю. П. XIII, 144  
 Гаврилова В. А. XXVIII, 691  
 Гаврилова Л. П. XXVIII, 933  
 Гальперн Г. Д. XII, 583  
 Галяс Э. XXVIII, 217  
 Гарецкий Р. Г. XV, 1109  
 Гаузе Г. Ф. XXVI, 674  
 Гегузин Я. Е. IX, 1045  
 Гельман А. Д. X, 815  
 Гельфанд И. М. I, 19  
 Герасимова-Навашина Е. Н. XXXII, 223  
 Герман Л. С. XII, 1065  
 Германома В. Ф. XXXIII, 940  
 Гершуни Г. З. VII, 298  
 Гилев В. П. XXXVI, 489  
 Гинзбург А. И. XVIII, 901  
 Гинзбург Г. С. XII, 1069  
 Гласко В. Б. VII, 1015  
 Годовикова Т. И. XII, 836  
 Голованов И. М. XVII, 333  
 Голубцова Р. Б. XII, 99  
 Гольдманский В. И. XIII, 1261  
 Гольдберг В. Н. I, 513  
 Гольдберг Н. А. XIV, 646  
 Гольденгершель Э. И. I, 1195  
 Гольдина С. М. XXXIII, 246  
 Гончаров В. В. XIV, 638  
 Горбунов А. Д. I, 1191  
 Городецкий В. К. XXXVIII, 234  
 Горский В. П. XV, 383  
 Граевская Б. М. XXVII, 201  
 Граевский Э. Я. XXVII, 441  
 Григоров Н. Л. VII, 1022  
 Григорян С. С. II, 48, 228  
 Гринберг В. М. XXI, 473  
 Гришина Г. С. XXXIII, 469  
 Гроздилова Л. П. XV, 112  
 Громаковская М. М. XXVI, 205  
 Гуань Дин-хуа. VII, 99  
 559  
 Гумилевская Н. А. XXVIII, 1154  
 Гуревич М. И. III, 998  
 Гусева Л. Н. VII, 789  
 Гуткин Т. И. VII, 301  
 Гутнер И. И. XXIV, 42  
 Деборин Г. А. XXVIII, 68  
 Дедабришвили Ц. М. XXXVIII, 957  
 Демиденко С. Г. XIII, 108  
 Демирханов Р. А. VII, 301  
 Джрбашян М. М. I, 22  
 Дицман С. А. IX, 1042  
 Дмитренко И. М. VII, 55  
 Дмитриев М. А. XII, 58

\* Первое число после фамилии и инициалов автора обозначает номер раздела по систематическому указателю, второе — страницу-



- Днестровский Ю. Н. VII, 792, 1026  
Догонадзе Р. Р. XIII, 123  
Долгоплоск Б. А. XII, 595  
Дорофеев П. И. XXII, 421  
Дорохов В. В. VII, 301  
Драгомиров Н. И. XXXVII, 489  
Дубовицкий Ф. И. XIII, 362  
Дудкин Л. Д. XII, 94  
Дуринян Р. А. XXXVIII, 1363  
Дяткин Б. Л. XII, 1065
- Евреинова Т. Н. XXVIII, 688  
Евстигнеев В. Б. XXVIII, 691  
Елагина Н. В. XII, 1053  
Еникеев Э. Х. XIII, 606  
Ерасова Е. Л. XII, 1255  
Ерусалимчик И. Г. XIII, 609  
Ефимов Е. А. XIII, 609  
Ефимов М. И. XXXVIII, 1171  
Ефремова К. М. XII, 1057
- Жаброва Г. М. XIII, 354  
Жигулев В. Н. III, 1001, 1226  
Жузе А. П. XXI, 1301  
Жукова И. Ф. XII, 598  
Жукова Л. Н. VIII, 567  
Журавлева И. Т. XXII, 424  
Жуховицкий Е. М. VII, 298
- Забидаров Е. И. IX, 314  
Заграничный В. И. XIV, 635  
Зайдель Р. М. VI, 57  
Зайцева З. М. XXVI, 436  
Закумбаева Г. Д. XIII, 880  
Зархина Р. Б. I, 743  
Захаров В. К. I, 747  
Зельманов А. Л. VII, 1030  
Зиза О. А. I, 257  
Зилова Т. К. IX, 1236  
Зильбер Л. А. XXVIII, 937  
Золотов Ю. А. XII, 328  
Зубов П. И. XIII, 1102  
Зубряков С. В. XXIV, 428  
Зуев Ю. С. XIII, 613  
Зыков С. И. XV, 168
- Иваненко В. В. XIX, 410  
Иваненко И. П. VII, 1022  
Иваницкая А. Ф. XXVII, 209, 444  
Иванова В. П. XXVIII, 685  
Ивлев Д. Д. IV, 546  
Имшенецкий А. А. XXVI, 925  
Ипполитова Е. А. XII, 1057  
Исаев О. В. XIII, 858
- Кабанов Б. Н. XIII, 855  
Кабанов К. А. XV, 893  
Кабачник М. И. XII, 1061  
Кажлаев М. А. VII, 554  
Казанский Б. А. XII, 1053  
Казанцев В. Ф. IX, 79  
Казанцев В. А. IX, 806
- Казенкина Г. А. XV, 896  
Калиненко Р. А. XIII, 340  
Калинин Ф. Л. XXXIII, 703  
Калмансон А. Э. XXVII, 1144  
Кангро Г. I, 751  
Капустинский А. Ф. XIII, 1265  
Караулова Е. Н. XII, 583  
Карпелевич Ф. И. I, 1199  
Карпова Г. В. XVIII, 911  
Карпунин О. Н. XIII, 1258  
Касаточкин В. И. XVIII, 666  
Качан А. А. XXXIII, 707  
Кесаев И. Г. VII, 563  
Кирьянов А. К. XIV, 1282  
Киселев А. В. XIII, 617  
Китайгородский А. И. XIII, 861  
Клейменов Н. А. XIII, 119  
Климов Д. М. II, 537  
Кнунянц И. Л. XII, 581, 1065  
Ковалева Н. В. XIII, 617  
Коваль П. И. I, 1203  
Когаловский С. Р. I, 260  
Козаренко Т. Д. XII, 105  
Кокшайский Н. В. XXXVII, 949  
Колесников Д. Г. XXVIII, 1335  
Колесников-Свинарев В. И. IX, 314  
Колмогоров А. Н. I, 754  
Коломышев П. Т. XII, 1247  
Комник Ю. Ф. IX, 808  
Конивец В. И. XV, 652  
Копылова Е. Н. XXVII, 930  
Корбут В. М. IX, 72  
Корицкий А. Т. XIII, 127  
Корецкий А. Ф. XIII, 358  
Коробейников В. П. III, 51  
Коробков И. А. XV, 656  
Коробов Н. М. I, 1207  
Королев А. Я. XIII, 617  
Королева М. Н. XXI, 1313  
Корсакова И. С. XII, 589  
Костомаров Д. П. VII, 792  
1026  
Котов Е. И. XIII, 865  
Кочеткова Г. В. XXVI, 674  
Кочешков К. А. XII, 602  
Кошелева Н. А. XXVI, 198  
Крайц З. С. XII, 1251  
Красильников В. А. IX, 571  
Кренцель Б. В. XII, 1255  
Кретович В. Л. XXVIII, 217  
Крипьякевич П. И. XI, 321  
Кристалльный Э. В. XIII, 632  
Крицкая В. К. IX, 76  
Кричмар С. И. XIII, 621  
Крохмалев С. И. XII, 838  
Кружилин А. С. XXXIII, 1353  
Крылов А. Л. I, 264  
Крылов А. Я. XV, 658  
Крылова А. К. XV, 162  
Кудряшов Б. А. XXVIII, 452  
Кузина А. Ф. XII, 846  
Кузнецова А. И. XII, 586  
Кузнецова А. Ф. XXVIII, 688
- Кузнецова Т. А. XXII, 187  
Кукушкина Г. В. XXVIII, 452  
Кулакова Л. С. XVIII, 406  
Кулланда К. М. XXXVIII, 1367  
Кулькова Н. В. XIII, 628  
Куранова Н. Ф. XXVI, 925  
Курдюмов Г. В. IX, 76  
Кухтин В. А. XII, 819  
Кучеров В. Ф. XII, 1080  
Кушнерев М. Я. XIII, 858  
Лавров И. В. XIV, 155  
Лавровский К. П. XIII, 340  
Ладыгина М. Е. XXXIII, 1163  
Ладыженская О. А. I, 26, VI, 551  
Латайко П. А. IX, 76  
Латош Н. И. XII, 98  
Лебедева Н. С. XV, 1120  
Лебедникова А. И. VII, 1022  
Левинсон Л. Б. XXIII, 1317  
Левич В. Г. XIII, 123, 350, 869  
Лейкис Д. И. XIII, 855  
Лескевич И. Е. XI, 575  
Лившиц Г. Ш. VIII, 803  
Линник В. П. V, 1009  
Линник Ю. В. I, 29  
Липатова Г. Э. XXVIII, 1157  
Липчина Л. П. XXVIII, 1157  
Листова Л. П. XIX, 183  
Литвинова И. Б. XXVII, 448, 678  
Лихтман В. И. VII, 307  
Лавачев Л. А. XIII, 1271  
Ловлюс А. В. XV, 658  
Логвиненко Н. В. XVIII, 911  
Лукашевич Т. П. XXXV, 191  
Лурье А. М. XIX, 1296  
Луценко И. Ф. XII, 1173  
Лучник Н. В. XXVII, 213  
Любицына Н. А. XII, 1083
- Мазанкина К. Т. XVIII, 666  
Майоров В. Н. XXIII, 1321  
Макаренко Д. Е. XXII, 191  
Макарова А. М. XIII, 852  
Максимова В. С. XX, 418  
Максимюк Е. А. XII, 1069  
Максютина Н. П. XXVIII, 1335  
Маракушев А. А. XVIII, 915  
Марголис Л. Я. XIII, 606  
Мардашев С. Р. XXVIII, 456  
Марей А. И. XII, 595  
Масленикова В. А. XII, 822  
Мастрюкова Т. А. XII, 1061  
Матросов Б. Ф. XXXIII, 231  
Маштаков С. М. XXXIII, 231  
Медведев С. С. XII, 335  
Медведева В. М. XII, 1080  
Мейман Н. Н. I, 1211  
Мелентьева Т. А. XII, 1061  
Мелешко П. С. XII, 1071  
Мержанов А. Г. XIII, 362  
Мерклин Р. Л. XV, 380



- Медфодьева М. П. X, 815  
 Мещеряков А. П. XII, 826  
 Минц Р. М. I, 1215  
 Минц Р. С. IX, 1240  
 Миронов В. Ф. XII, 102  
 Мирцхулава Ц. Е. XV, 165  
 Михайлова Н. В. XIII, 873  
 Михайловский Ю. Н. XIV, 1285  
 Михул А. К. VII, 66  
 Могутнов Б. М. XIV, 150  
 Модель М. С. XIV, 887  
 Моисеева В. П. XXVIII, 1339  
 Мокеева В. И. XI, 578  
 Молин Ю. Н. XIII, 127  
 Моор Г. Г. XV, 168, 387  
 Морозова В. Г. XV, 1113  
 Мотавкин П. А. XXIV, 1324  
 Мурзин В. С. VII, 1022  
 Мчедlishvili Г. И. XXXVIII, 1371  
 Мчедlishvili П. А. XV, 390  
 Мышкис А. Д. I, 976  
 Мямлин В. А. XIII, 350
- Набитович И. Д. XI, 321  
 Назаренко В. А. IX, 314  
 Назаров И. Н. XII, 586  
 Налбандян А. Б. XIII, 119  
 Наливкин Д. В. XV, 898  
 Наследов Г. А. XXXVIII, 719  
 Наумович А. Ф. I, 976  
 Невзгядов В. Г. III, 288  
 Несмеянов А. Н. XII, 331  
 1073  
 Нефедов Б. К. XII, 111  
 Нецаев С. В. XV, 1117  
 Нижник Л. П. I, 517  
 Никаноров Ю. И. XXXIV, 947  
 Никитин В. Н. XIII, 873  
 Никитин Е. Е. XIII, 366, 1085  
 Николаев Н. С. XII, 830  
 Никольская И. С. XXVIII, 953  
 Никонов В. Ф. XV, 392  
 Новиков С. С. XII, 589, 834
- Обашев С. О. V, 786  
 Одабашян Г. В. XII, 838  
 Одуманова Г. А. XXXIII, 711  
 Окунев А. И. XIV, 1282  
 Олейник О. А. I, 1219  
 Ольнянская Р. П. XXXVIII, 237  
 Ольшанский Я. И. XIX, 410  
 Онищук А. Л. I, 520  
 Опаловский А. А. XII, 830  
 Орехов В. Д. XIII, 1279  
 Орехова К. М. XII, 819  
 Орлова Н. В. XXVI, 436  
 Ормонт Б. Ф. XIII, 129  
 Осипьян Ю. А. IX, 76  
 Острица А. П. XII, 94
- Павликовский А. VII, 69  
 Палатник Л. С. IX, 808  
 Пальшин Е. С. XII, 328  
 Парин Н. В. XXI, 1130
- Парфенова К. С. XII, 592  
 Парфенова О. И. XXVII, 928  
 Пархоменко П. П. X, 83  
 Пашкаръ С. И. XXXIII, 715  
 Пелевина И. И. XXVIII, 1157  
 Первин Ю. А. I, 31  
 Первалов Н. Н. XIV, 150  
 Первалова Э. Г. XII, 331  
 Перекалин В. В. XII, 592  
 Перов А. И. I, 756  
 Петелин В. П. XXI, 1301  
 Петрашук М. Г. VII, 66  
 Петров А. Д. XII, 102, 838  
 Петрухина Н. И. IX, 1236  
 Пинус Е. А. XXVIII, 1342  
 Писаренко В. В. XII, 102  
 Плаксин И. Н. XIV, 153  
 Плотнокова Г. И. XII, 107  
 Плющев В. Е. XIV, 742  
 Поволоцкий А. И. I, 524  
 Покатило Н. А. XII, 1255  
 Покровская Т. М. XXX, 1160  
 Покровский В. VII, 304  
 Полевой В. В. XXVIII, 695  
 Поликарпова Е. Ф. XXXV, 1167  
 Полотнова Л. И. XXVIII, 1339
- Пономарева В. I, 268  
 Пономарев С. В. XII, 1073  
 Пономаренко В. А. XII, 838  
 Попов В. И. XIII, 1275  
 Попова Л. Д. XXIII, 1370  
 Попова Н. И. XII, 842  
 Попова-Латкина Н. В. XXXIX, 493  
 Порошин К. Т. XII, 105  
 Поруцкий Г. В. XXXIII, 473  
 Потехина Н. А. XXV, 922  
 Праведников А. Н. XII, 335  
 Прибыткова Н. А. XII, 1076  
 Прокофьева Е. А. XIV, 638  
 Проскурнин М. А. XIII, 1279  
 Пугачевич П. П. XIII, 1093  
 Пучейко Е. VII, 796  
 Пушкарёва З. В. XII, 98  
 Пушкарёва С. А. XIII, 370  
 Пьявченко Н. И. XX, 414  
 Пятенко Ю. А. XVII, 179  
 Пятецкий-Шапиро И. И. I, 272, 760
- Рабинович Е. А. XIII, 146  
 Радушев В. И. XVII, 900  
 Радченко Г. П. XV, 159  
 Ракова Г. В. XIII, 873  
 Ранцман Е. Я. XV, 171  
 Ребиндер П. А. XIII, 876  
 Резниченко М. С. XXVIII, 1339  
 Ремнев Ю. И. II, 540  
 Рогинский С. З. XIII, 354, 606  
 Роде Т. В. XIII, 625  
 Роев Л. М. XIII, 373  
 Розенберг Л. Д. IX, 79  
 Розенштейн Л. Д. VII, 295  
 Ройтбак А. И. XXXVIII, 957  
 Романкевич Е. А. XXI, 1305
- Романовский Б. В. XIII, 135  
 Рошман В. А. I, 980  
 Рошка В. X. XXII, 1137  
 Рубин Б. А. XXXIII, 940, 1163  
 Рубинштейн А. М. XII, 1076  
 Руманов И. М. XI, 324  
 Румянцев В. В. III, 291  
 Рункова Л. В. XXXIII, 466  
 Русинов Л. А. XV, 1289  
 Рутман М. А. I, 764  
 Рыбалка Н. Д. XXVII, 928  
 Рывкин С. М. VII, 1034  
 Рыжов О. С. VI, 57  
 Рындин Р. М. VII, 63  
 Рябков Н. В. XVI, 175  
 Рязанов Е. В. III, 51
- Саввиных С. VII, 304  
 Савкина И. Г. XXVIII, 691  
 Самарский А. А. I, 529, 779  
 Самодуров В. И. XV, 1109  
 Сандакова Н. Н. I, 274  
 Сапожников Д. Г. XVII, 402  
 Сафонов В. И. XXXIII, 462  
 Сахаров В. Н. IX, 314  
 Сахаров Д. А. XXIII, 1317  
 Сегалова Е. Е. XIII, 876  
 Семененко Г. И. XXVIII, 1150  
 Семеновский А. В. XII, 1080  
 Семина Г. И. XXI, 1309  
 Семина Л. А. XXVIII, 456  
 Сергин Б. И. XIV, 1282  
 Сербирева З. А. XX, 414  
 Сидорова Н. П. XXII, 671  
 Силин Ю. И. XV, 658  
 Симанов Ю. П. XII, 1057  
 Симоненко И. Б. I, 278  
 Синай Я. I, 768  
 Синицына М. Д. XIII, 354  
 Сисакян Н. М. XXVIII, 1154  
 Скипетрова Т. И. XI, 324  
 Славнов Д. А. VI, 1229  
 Славецкая К. И. XII, 1076  
 Смирнов А. М. XXXIII, 462  
 Смирнов С. В. I, 34  
 Смирнова С. Н. XXIV, 1324  
 Смит В. А. XII, 1080  
 Снопков В. Г. XXI, 432  
 Соколов А. Г. II, 48  
 Соколов Н. Д. XIII, 115, 366  
 Сокольский Г. А. XII, 581  
 Сокольский Д. В. XIII, 880  
 Солнцева Л. И. XXVI, 925  
 Солнышкин В. И. XIV, 153  
 Соловьев В. Г. VII, 1011  
 Соловьева Е. Н. XXIV, 428  
 Солонников В. А. I, 26  
 Сорокин Ю. И. XXI, 432  
 Спасибухов Ю. И. II, 48  
 Спиринов А. С. XXVIII, 933  
 Спицын В. И. XII, 846, 1057  
 Стабникова Т. В. XII, 1243  
 Станкевич Е. Ф. XIX, 919  
 Стародубцев С. В. VII, 60  
 Степанов А. В. VII, 800  
 Степанов Б. В. I, 984  
 Степанченко-Рудник Г. И. XXVIII, 1328

- Станепянц А. У. XIII, 1095  
 Стрепков С. М. XXVIII, 1344  
 Стрижак Л. Л. XIII, 1089  
 Строева С. С. XIII, 628  
 Строкан Н. Б. VII, 1034  
 Суворов Г. Д. I, 772  
 Суворова А. И. XIII, 133  
 Суетина И. А. XXVII, 440  
 Суханов А. Д. VI, 1229  
 Сухов И. М. XV, 395  
 Ся До-шин I, 1223
- Тагер А. А. XIII, 133  
 Талалян А. А. I, 987  
 Тамразян Г. П. XV, 1292  
 Гартковский В. А. XII, 834  
 Гатарский В. И. VIII, 567  
 Гатаренко Е. С. XXIX, 220  
 Татарченко Л. П. I, 775  
 Гаубман А. Б. XIII, 358  
 Темкин М. И. XIII, 628  
 Темляков А. А. I, 38  
 Теодорович Г. И. XV, 1120  
 Геренин А. Н. XIII, 373, 865  
 Тернов И. М. VII, 1038  
 Гиман М. Ф. I, 527  
 Гимоевичева О. А. XIII, 1093  
 Тинякова Е. И. XII, 595  
 Тихвинский И. Н. XV, 1124  
 Тихонов А. Н. I, 529, 779  
 Томашов Н. Д. XIV, 1285  
 Топоногов В. А. I, 282  
 Толчиева К. В. XIII, 135  
 Толчиев А. В. XII, 1255  
 Торопова Т. П. VIII, 803  
 Титова Ю. А. XII, 586  
 Тукачинский С. Е. XXVIII, 1339  
 Туловская З. Д. XIII, 876  
 Туманов В. С. VII, 1038
- Удинцев Г. Б. XXI, 1301  
 Укше Е. А. XIII, 370  
 Улинич Ф. VII, 304  
 Устынюк Ю. А. XII, 331  
 Утянская Э. З. XIII, 1095
- Файнзильтберг А. А. XII, 589
- Федоров В. К. XXXVIII, 237  
 Федоров П. В. XV, 1127  
 Филоненко Н. Е. XIV, 155  
 Фирсов А. П. XIII, 139  
 Фихман Б. А. XXVI, 1141  
 Фрейдли Л. X. XII, 598, 849  
 Фридман Я. Б. IX, 1236  
 Фурман М. С. XII, 1083
- Хаджимухамедов Х. X. VII, 60  
 Хамитов Ш. Ш. X, 318  
 Хачатрян Р. О. XV, 1120  
 Хржановская В. Э. XXVI, 198  
 Христулас Ф. С. XII, 822  
 Хромов А. В. XIX, 410  
 Хургин Ю. И. XII, 105
- Царапкин Л. С. XXVII, 213  
 Цветков А. И. XVII, 402  
 Цветкова В. И. XIII, 139  
 Цепалов В. Ф. XIII, 883  
 Цехмистренко Г. М. XXIV, 193  
 Цилипоткина М. В. XIII, 133  
 Циммерман А. Н. XXXVIII, 726  
 Цыпкин Я. З. X, 812
- Чаевский М. И. IX, 1049  
 Чередниченко С. В. XXXIII, 473  
 Чернов В. А. XX, 418  
 Чижииков Д. М. XIII, 1099  
 Чизмаджев Ю. А. XIII, 142  
 Чирков Н. М. XIII, 139, 1095  
 Чудаков А. Е. VII, 1022
- Шамрай И. А. XVII, 900  
 Шандыба К. Г. XVIII, 911  
 Шапиро И. М. XXVII, 681  
 Шапошников В. Н. XXVI, 198  
 Шапошников Д. П. XVIII, 911  
 Шарпатый В. А. XIII, 1279  
 Шарф В. З. XII, 849
- Шатенштейн А. И. XIII, 146  
 Шафаревич И. Р. I, 42  
 Шварцман Л. А. XIV, 150  
 Шведская З. М. XXXIII, 1  
 Шевелев С. А. XII, 589  
 Швердина Н. И. XII, 602  
 Шейнкер А. П. XIII, 632  
 Шерстобоева М. А. XXXIII, 707  
 Шестакова А. Д. XII, 1083  
 Шилов Е. А. XXVIII, 459  
 Шиловцева Л. С. XII, 331  
 Шипов А. Э. XII, 1061  
 Шляпинтох В. Я. XIII, 883, 1258  
 Шляхтер Т. А. XXXVIII, 1174  
 Шостаковский М. Ф. XII, 107  
 Шпилень С. Е. XXXIII, 944  
 Шпота В. И. XXV, 195  
 Шрейнер С. А. XIII, 1102  
 Штеренберг Л. Е. XVIII, 666  
 Штромберг А. Я. XXXI, 699  
 Шульмина А. И. XXVIII, 1347  
 Шэн Пэй-гэнь. XXVII, 1144
- Щегольков Е. А. I, 783  
 Щербакова К. Д. XIII, 617  
 Щукин Е. Д. VII, 307  
 Щурувна В. VII, 69
- Эйдус Я. Т. XII, 111  
 Эмануэль Н. М. XIII, 1258  
 Эмануэль Н. М. XXVIII, 1157  
 Энгельгардт Н. В. XXVIII, 937, 1328  
 Эрзютова Е. И. XII, 826
- Юдович В. И. III, 542  
 Юрьев В. М. XII, 335  
 Юхтанова В. Д. XIII, 377
- Яблонский С. В. I, 44, 990  
 Яковлева М. К. XIII, 632  
 Якубович В. А. I, 533, 994  
 Яншин А. Л. XV, 1109  
 Ясников А. А. XXVIII, 459



